УДК 372.853

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО МЕХАНИКЕ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Мырзақұлов Арман Әскербекұлы
armanmyrzakulov92@gmail.com
Магистрант ЕНУ имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Н.И.Темиркулова

В школьный курс предмета «Алгебра и начала анализа» 10 класса в течение уже нескольких лет введен учебный материал по дифференциальному и интегральному исчислению. В рамках данной статьи мы рассмотрим применение производной при решении задач по механике в школьном курсе физики.

С помощью производной функции мы можем определить закон, по которому изменяется, например, мгновенное значение скорости, ускорения. По определению А.В.Усовой, «Межпредметные связи есть отражение связей между науками, основы которых изучаются в школе, в содержании учебного материала, в его структуре и методах преподавания» [1, С. 201]. По ее мнению, реализация межпредметных связей должны выполняться педагогические, общедидактические, педагогические условия, среди которых применительно к теме доклада можно отметить следующие [1, С. 202-207]:

1. Согласование во времени изучения отдельных учебных предметов.
2. Обеспечение преемственности и непрерывности в развитии понятий.
3. Обеспечение единства в интерпретации общенаучных понятий.

К сожалению, учителя средних школ в учебном процессе по физике еще не широко используют производные и интегралы. Одной из причин этого, возможно, является то обстоятельно, что в курсе физики 10 класса изучение механики начинается с первых дней 1 четверти. А в курсе ««Алгебра и начала анализа» 10 класса изучается значительно позднее. Один из возможных выходов из сложившейся ситуации – решение задач по курсу механики с применением производных и интегралов после прохождения учебного материала по математике на дополнительных и факультативных занятиях. Этот учебный материал нужен, важен, так как на олимпиадах по физике разного уровня подобные задачи встречаются.

Задача 1. Движения четырех материальных точек заданы следующими уравнениями соответственно: $x_1 = 10t + 0{,}4t^2$; $x_2 = 2t - t^2$; $x_3 = -4t + 2t^2$; $x_4 = -t - 6t^2$; Написать уравнение $\upsilon_x = \upsilon_x(t)$ для каждой точки [2, С. 18].

Решение

$\upsilon_x = x' = \frac{dx}{dt}$. Учащихся с самого начала следует учить записывать производные как $\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$.
Тогда впоследствии они не будут испытывать затруднения при решении физических задач.
Напоминаем формулу производной степенной функции: $(x^n)' = nx^{n-1}$.

$$\upsilon_1 = 10 + 0{,}8t; \quad \upsilon_2 = 2 - 2t; \quad \upsilon_3 = -4 + 4t; \quad \upsilon_4 = -1 - 12t.$$

Задача 2. Найдите величину силы *F*, действующей на точку массой *m* = 2 кг, движущуюся по закону x(t) = $t^3 - 3t^2$ (м), при t = 3 с. Найдите кинетическую энергию тела $E_к$ в этот момент времени.

Решение

По второму закону Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$. В одномерном случае, $\vec{F} = m\vec{a}_x$. $E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$.

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}. \quad \upsilon_x = 3t^2 - 6t. \quad a_x = 6t - 6.$$

При $t = 3\,с$; $\upsilon_x = 9\,м/с$; $a_x = 18\,м/с^2$. Тогда, $F = 36\,Н$. $E_k = 81\,Дж$.

Задача 3. Какой угол α должно составлять направление силы с горизонтом, чтобы при равномерном перемещении груза по горизонтальной плоскости сила F была наименьшей? Сила приложена в центре тяжести груза, коэффициент трения равен k [3, С. 53].

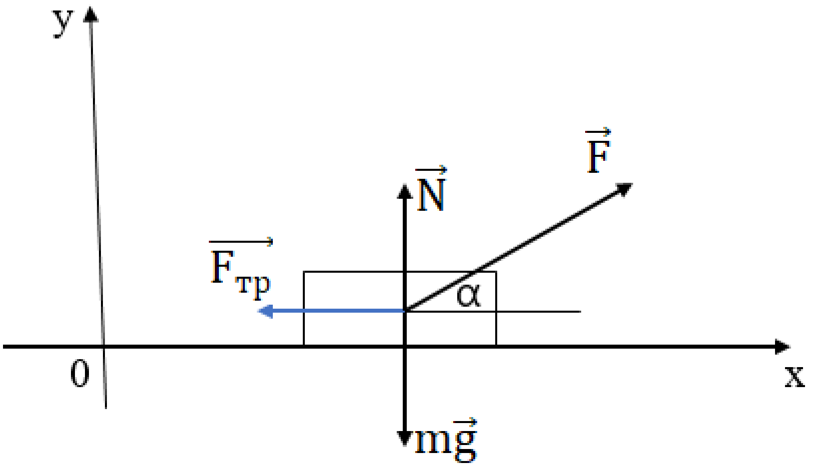


Рисунок 1 – Движение тела под действием силы $\vec{F}$

Решение

На тело действуют:

$\vec{F}$ – сила тяги;

$\vec{F}_{тр}$ – сила трения;

$m\vec{g}$ – сила тяжести;

$\vec{N}$ – сила реакции опоры.

По условию задачи, тело движется равномерно и прямолинейно. По первому закону Ньютона, равнодействующая всех сил равна нулю.

$$\vec{F} + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = 0$$

Найдем проекции векторных величин на осях OX и OY.

$$\text{OX:} \; F\cos\alpha - F_{тр} = 0. \tag{1}$$

$$\text{OY:} \; N + F\sin\alpha - mg = 0. \tag{2}$$

Из уравнения (2) находим: $N = -F\sin\alpha + mg$.

Известно, что

$$F_{тр} = kN = k(mg - F\sin\alpha). \tag{3}$$

(3) подставим в (1):

$$F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha) = F\cos\alpha - kmg + kF\sin\alpha = 0.$$

Отсюда,

$$F = \frac{kmg}{k\sin\alpha + \cos\alpha}. \quad (4)$$

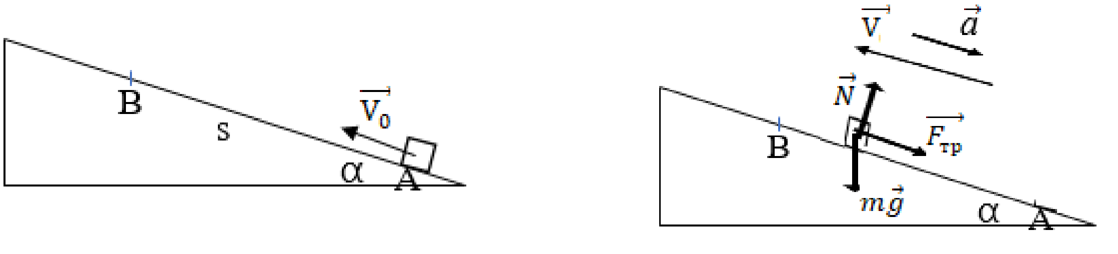
Чтобы найти наименьшее значение силы F, надо ее первую производную приравнять нулю.

$$F' = -\frac{k\cos\alpha - \sin\alpha}{(k\sin\alpha + \cos\alpha)^2};$$

$$k\cos\alpha = \sin\alpha;$$
$$tg\alpha = k.$$

Ответ: $tg\alpha = k.$

Задача 4. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость υ_0. Коэффициент трения между шайбой и плоскостью равен k. При каком значении угла наклона α шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние? Чему оно равно? [4, С. 18]



а) б)

Рисунок 2 – К задаче 4

Решение

Шайбе в точке A сообщили начальную скорость υ_0, пройдя расстояние S до точки B, шайба остановится (рис. 2, а).

$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}; \quad \upsilon_0 - at = 0; \quad t = \frac{\upsilon_0}{a}; \quad s = \frac{\upsilon_0^2}{2a}.$$

Найдем ускорение a. Из рисунка 2,б:

$$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$
$$a = kmg\cos\alpha + g\sin\alpha;$$
$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2g(k\cos\alpha + \sin\alpha)}.$$

Для нахождения наименьшего расстояния нужно первую производную приравнять нулю.

$$s' = \frac{\upsilon_0^2}{2g}\left(\frac{1}{k\cos\alpha + \sin\alpha}\right)' = -\frac{\upsilon_0^2}{2g}\cdot\frac{\cos\alpha - k\sin\alpha}{(k\cos\alpha + \sin\alpha)^2}.$$

Приравняв числитель нулю, получим

$$tg\alpha = \frac{1}{k}.$$

Найдем наименьшее расстояние, пройденное шайбой до остановки. Известно, что

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}; \quad 1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^2}}} = \frac{k}{\sqrt{k^2 + 1}};$$

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + ctg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}}.$$

$$s_{\min} = \frac{\upsilon_0^2}{2g\left(\frac{k^2}{\sqrt{k^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{1+k^2}}\right)} = \frac{\upsilon_0^2}{2g\sqrt{k^2+1}}.$$

Задача 5. Небольшая шайба А соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой горки высотой H, имеющей горизонтальный трамплин (рис. 3). При какой высоте h трамплина шайба пролетит наибольшее расстояние s? Чему оно равно? [4, С. 34]

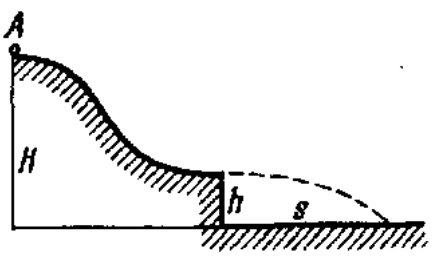


Рисунок 3 – К задаче 5 [4, С. 35]

Решение

По закону сохранения энергии: $mgH = mgh + \frac{m\upsilon^2}{2}$;

$$\upsilon = \sqrt{2g(H-h)};$$

$$h = \frac{gt^2}{2}, \Rightarrow, t = \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

$$s = \upsilon t = 2\sqrt{h(H-h)}.$$

Для нахождения наибольшего расстояния, надо первую производную приравнять нулю.

$$s' = \frac{2(H-2h)}{2\sqrt{h(H-h)}} = 0; \quad h = \frac{H}{2}; \quad s_{\max} = H.$$

Ответ: $h = H/2; \quad s_{\max} = H.$

Таким образом, межпредметные связи физики и математики помогут учащимся углубить осознание значения и роли математики как для изучения школьного курса физики, так и для исследования закономерностей физических явлений и процессов. Учащиеся узнают на конкретном примере, как физика влияет на развитие математики, и как математика помогает решать реальные физические проблемы. Приведенные примеры решения физических задач показали необходимость математических знаний не только по основным понятиям дифференциального исчисления, но и знаний по тригонометрии, умении применять эти знания при решении задач, что, несомненно будет способствовать развитию креативности, критического мышления учащихся, т.е. развитию их функциональной грамотности. А если учащиеся при этом будут обсуждать решение задач с одноклассниками, то при этом будут развиваться сотрудничество и коммуникация, т.е. ключевые навыки 21 века.

Список использованных источников

1. Усова А.В. Формирование у школьников научных понятий в процессе обучения. – М.: Издательство Ун-та РАО, 2007, 309 с.
2. Рымкевич А.П. Физика. Задачник. 10-11 кл. – М.: Дрофа, 2013, 188 с.
3. Гольдфарб Н.И. Физика. Задачник. 10-11 кл. – М.: Дрофа, 2012, 398 с.
4. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учебное пособие. – М.: ЗАО «Изд-во БИНОМ», 1998, 444 с.

ӘОЖ 372.853

БОЛАШАҚ МҰҒАЛІМДЕРДІҢ ЭКОЛОГИЯЛЫҚ БАҒЫТТА ДАЙЫНДЫҒЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУДЫҢ МАҢЫЗДЫЛЫҒЫ

Омерқұлов Ақниет Мұратұлы, Табылдықызы Динара Табылдықызы, Алтаева Ажар Алмабайқызы

Omerkulov09@gmail.com

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ магистранттары, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Ж.К. Ермекова

Біріккен Ұлттар ұйымының бағалауы бойынша, 2050 жылға қарай Жер шарының халқы 9,7 миллиардқа дейін өседі. Өз кезегінде, алдағы жылдары адамзатқа негізгі қажеттіліктерге сұраныс артады. Тиісінше, планетаның экологиялық проблемасы өсетінін болжау қиын емес. Экологиялық мәселе Жер шарының әрбір тұрғыны үшін маңызды. Экологиялық мәселелердің шешімінің бір жолы – экологиялық білім беруді жүйеге келтіру