

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті

Бейсебай П.Б.

**МАТЕМАТИКА 1 ПӘНІНЕН
ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫН ОРЫНДАУ
ҮЛГІЛЕРІ, ӘДІСТЕРІ ЖӘНЕ ЖИНАҒЫ**

Оқу құралы

«Alash Book» баспа үйі

Алматы

2024

ӘОЖ 510(075.8)

КБЖ 22.1я73

Б38

Оқу құралы Л.Н. Гумилев атындағы ұлттық университеті Ғылыми кеңесінің отырысында басылымға ұсынылды (хаттама №15, 29.02.2024 ж.)

Пікір жазғандар:

Адамов А.А. – физика-математика ғылымдарының докторы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің «Математикалық және компьютерлік үлгілеу» кафедрасының профессоры;

Мұхамедиев Ғ.Х. – физика-математика ғылымдарының кандидаты, С.Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан мемлекеттік университеті математика кафедрасының қауымдастырылған профессоры;

Байгереев Д.Р. – PhD, С.Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан мемлекеттік университеті Математика кафедрасының қауымдастырылған профессоры

Бейсебай П.Б.

Б38 Математика 1 пәнінен тест тапсырмаларын орындау үлгілері, әдістері және жинағы: оқу құралы / **П.Б. Бейсебай** – Алматы, Alash Book, 2024. – 456 б.

ISBN978-601-09-6636-9

Оқу құралы «Математика», «Математика 1» пәндері бағдарламасы негізінде 6B05301 - «Қолданбалы химия», 6B05302 - «Бейорганикалық химия», 6B05306 - «Органикалық заттар және полимерлер химиясы», 6B07117 - «Жылу энергетикасы» білім беру бағдарламасы бойынша және басқа да педагогикалық, инженер-техникалық мамандықтарда оқитын білім алушыларға арналып, қазақ тілінде жазылған.

Аталған жұмыста берілген теориялық мағлұматтар, әрбір мысалдардың толық сарапталған шешімдері студенттердің «Математика», «Математика 1» пәндерінен білім сапасын, өз бетімен жұмыс істеу қабілеттілігін, қорытынды бақылау түрлеріне даярлықтарын арттыруға арналған.

ӘОЖ 510(075.8)

КБЖ 22.1я73

Бұл басылымға барлық құқықтар «Alash Book» баспа үйіне тиесілі. Авторлық құқық иесінің келісімінсіз кез келген тәсілмен көбейтуге тыйым салынады (келісім-шарт №28, 16.05.2024 ж.)

ISBN 978-601-09-6636-9

©Бейсебай П.Б., 2024

©Alash Book, 2024

МАЗМҰНЫ

Кіріспе.....	4
1 Сызықтық алгебра элементтері (теориялық сұрақтар).....	6
2 Векторлық алгебра және аналитикалық геометрия элементтері (теориялық сұрақтар).....	20
3 Математикалық талдаудың тараулары (теориялық сұрақтар)	36
4 Екінші ретгі анықтауыштың есептеу әдістерін қолданып теңдеуді (теңсіздікті) шешу.....	52
5 Үшінші ретгі анықтауышты есептеу әдістері.....	66
6 Матрицаларды санға көбейту, қосу (азайту), матрицаларды көбейту. Кері матрица.....	86
7 Біртекті сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу әдістері.....	110
8 Векторлар, оларға қолданылатын қосу (азайту) амалдары.....	129
9 Векторлардың скалярлық, векторлық, аралас көбейтіндісі.....	142
10 Жазықтықтағы түзу теңдеулері, нүктеден түзуге дейінгі арақашықтық, түзулердің қиылысу нүктесі.....	156
11 Жазықтықтағы және кеңістіктегі аналитикалық геометрия....	173
12 Сандық тізбек және функция шектері ($x \rightarrow \infty$).....	188
13 Функцияның шегі ($x \rightarrow a$).....	204
14 Бірінші және екінші тамаша шектер. Шексіз аз және шексіз үлкен функциялардың эквиваленттілігі.....	219
15 Функцияның туындысы.....	237
16 Айқындалмаған және параметрлік түрде берілген функциялардың туындысы.....	256
17 Функцияны зерттеу.....	272
18 Интегралды айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізу және айнымалыны ауыстыру арқылы табу әдісі.....	288
19 Интегралды бөліктеп интегралдау әдісі.....	311
20 Анықталған интегралды Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу.....	332
21 Анықталған интегралдың қолданбалары.....	350
22 Комплекс сандар (теориялық сұрақтар).....	373
23 Комплекс сандарға қолданылатын көбейту және бөлу амалдары.....	390
24 Комплекс сандардың тригонометриялық, көрсеткіштік пішіндері.....	409
25 Комплекс сандарды дәрежелену және түбірлерін табу.....	442
Әдебиеттер.....	455

КІРІСПЕ

Заман талабына сай педагогикалық, техникалық мамандарды даярлауда әрбір оқу пәнінің өзіндік орны ерекше, соның ішінде математикалық білімнің маңызы өте зор. Студенттер жалпы теориялық және арнайы инженерлік пәндерді меңгеруі үшін инженерлік есептерді орындауда тәжірибе жинақтай келе, іргелі ғылымдар жетістіктерін пайдаланып, химия, физика, сызба геометриясының негіздерімен танысып, математикалық ойлау қабілеті мен логикасын дамытуы тиіс.

Математикалық білім бере отырып алдымызға қояр негізгі мақсатымыз – бүгінгі таңда өмір, қоғам талабына сай кәсіби мамандық алуына қажетті белгілі математикалық білім жүйесін қолдана білетін, экономикалық, нарықтық қатынасты тереңнен түсінетін, жаңаша ойлау қабілеті бар, саяси ахуалды, мәдениетті жеке тұлғаны қалыптастыру.

«Математика 1 пәнінен тест тапсырмаларын орындау үлгілері, әдістері және жинағы» оқу құралы «Математика», «Математика 1» пәндерінің бағдарламасына және математика бойынша жалпыға міндетті білім беру стандартының талаптарына сәйкес жазылып, сызықтық және векторлық алгебра элементтері, жазықтықтағы және кеңістіктегі аналитикалық геометрия, математикалық талдау тарауларын қамтиды.

Ұсынылып отырған оқу құралының 1-3, 21 тараулары «Математика», «Математика 1» пәндерінің мазмұнын толық қамтитын теориялық сұрақтардан және 4-20, 22-25 тараулары тест есептерінен құралған, әрі әр тарауда 50 сұрақтан берілген, оның тек бір жауабы дұрыс деп саналады.

Кредиттік технология жүйесімен оқытуда студенттердің өзіндік жұмысына көп сағат бөлінген. Студент өзінің алған теориялық білімін практикада, өзіндік жұмыстарды орындауға қолдана білуі тиіс.

Жоғары оқу орындарына арналған жоғары математика пәні бойынша қазақ тілінде жарық көрген дәрістер және тәжірибелік жаттығулар жинағы бар болғанымен, өзіндік жұмыстарды орындауға арналған есептер жинағы жоқтың қасы. Әрі бұл оқу құралы үлгерімі төмен немесе белгілі себептермен сабақ босатқан немесе үлгерімі бойынша қосымша семестрге қалдырылған студенттер үшін де өте ыңғайлы құрал. Көбінесе орыс тілінде

басылған оқулықтар қолданылып келді. Қазіргі уақытта мемлекеттік тілге, оның ішінде ұлттық ғылыми тілді қалыптастыру қажеттілігі мемлекеттік деңгейге көтерілген кезде, оқулықтардың қай түрі болмасын мемлекеттік тілде жазылуы тиіс.

Сондықтанда бұл оқу құралы педагогикалық, инженер-техникалық мамандықтарда оқитын білім алушыларға арналып шығарылып отыр.

Автор ұсынған оқу құралын оқып шығып, өзінің сын-пікірлерін білдірген оқытушы - ғалымдарға, атап айтсақ, физика-математика ғылымдарының докторлары, профессор А.А. Адамовқа және физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент Ғ.Х. Мұхамедиевке, PhD докторы, доцент Д.Р. Байгереевке өз ризашылықтарын білдіреді.

1 СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Бұл тараудағы теориялық сұрақтар «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Матрицалар, олардың түрлері, амалдар қолдану», «Екінші, үшінші және n-ретті анықтауыштар, қасиеттері және есептеу әдістері», «Матрицаның рангісі. Сызықтық біртекті және біртексіз алгебралық теңдеулер жүйесі, шешу әдістері» тақырыптарын қамтиды. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған теориялық сұрақтар берілген.

1.1 Тест тапсырмалары

1. $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot (b_1 \ b_2 \ b_3)$ көбейтіндісінен шығатын матрицаның

жазылуын көрсетіңіз.

A) $(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)$

B) $\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} a_1b_1 + a_1b_2 + a_1b_3 \\ a_2b_1 + a_2b_2 + a_2b_3 \\ a_3b_1 + a_3b_2 + a_3b_3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} a_1b_1 + a_2b_1 + a_3b_1 \\ a_1b_2 + a_2b_2 + a_3b_2 \\ a_1b_3 + a_2b_3 + a_3b_3 \end{pmatrix}$

E) $(a_1b_3 + a_2b_2 + a_3b_1)$

2. Кез келген ретті анықтауыштың екі жолының немесе екі бағанасының орындарын ауыстырса, анықтауыштың ...

A) таңбасы өзгермейді

B) реті өзгереді

C) таңбасы ғана өзгереді

D) мәні өзгермейді

Е) реті өзгермейді

3. Бірдей бағаналары немесе жолдары бар анықтауыштың мәні келесі санға тең болады:

А) 0

В) 1

С) 5

Д) 6

Е) 4

4. Егер анықтауыштың белгілі бір бағанасының (жолының) элементтеріне басқа бағанасының (жолының) элементтерін бір санға көбейтіп қосса, онда анықтауыштың ...

А) реті өзгереді

В) мәні өзгереді

С) таңбасы өзгереді

Д) мәні өзгермейді

Е) реті өзгермейді

5. Егер анықтауыштың элементтері қандай да бір функциялар болса, онда оның анықтауышы ... болуы мүмкін.

А) функция немесе сан

В) тек функция

С) тек нөлден айрықша сан

Д) тек сан

Е) тек нөл саны

6. $m \times n$ өлшемді матрица деп

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = (a_{ij}),$$

түріндегі m жол мен n бағаннан тұратын тіктөртбұрышты кестені айтамыз, мұндағы a_{ij} - ... деп аталады.

А) матрицаның элементі

В) матрицаның анықтауышы

С) матрицаның миноры

- D) матрицаның рангісі
- E) матрицаның алгебралық толықтауышы

7. Элементтерінің барлығы нөлге тең матрица ... деп аталады.

- A) нөлдік матрица
- B) қарама-қарсы матрица
- C) ауыстырымды матрица
- D) үшбұрышты матрица
- E) эквивалентті матрица

8. Бірдей өлшемді матрицалардың қосындысы деп олардың ... матрицаны айтамыз.

- A) сәйкес элементтерінің орындарын ауыстыруынан тұратын
- B) сәйкес элементтерінің қосындыларынан тұратын
- C) сәйкес элементтерінің айырмаларынан тұратын
- D) сәйкес элементтерінің көбейтіндісінен тұратын
- E) сәйкес элементтерінің қатынасынан тұратын

9. Матрицаларды қосу және матрицаны санға көбейту амалдарының қасиеттерінің қайсысы дұрыс берілмеген?

- A) $A + O = O + A = A$
- B) $A + B = B + A$
- C) $(A + B) + C = A + (B + C)$
- D) $A - A = E$
- E) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

10. Матрицаларды қосу және матрицаны санға көбейту амалдарының қасиеттерінің қайсысы дұрыс көрсетілмеген?

- A) $A + O = O + A = O$
- B) $A + B = B + A$
- C) $(A + B) + C = A + (B + C)$
- D) $A - A = O$
- E) $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$

11. $-A$ матрицасы A матрицасына ... деп аталады.

- A) қарама-қарсы матрица
- B) нөлдік матрица

- C) ауыстырымды матрица
- D) үшбұрышты матрица
- E) эквивалентті матрица

12. n ретті анықтауыштың a_{ij} элементінің миноры деп

- A) диагональдық элементтерінің көбейтіндісіне тең санды айтады
- B) i -ші жолын және j -ші бағанасын сызғаннан пайда болған $(n-1)$ ретті матрицаны айтамыз
- C) i ретті анықтауыштың i -ші жолын және j -ші бағанасын сызғаннан пайда болған $(n-1)$ ретті анықтауышты айтамыз
- D) i ретті анықтауыштың i -ші жолын және j -ші бағанасын сызғаннан пайда болған $(-1)^{i+j}$ таңбасымен алынған $(n-1)$ ретті анықтауышты айтамыз
- E) j ретті анықтауыштың i -ші бағанасын және i -ші жолын сызғаннан пайда болған $(n-1)$ ретті анықтауышты айтамыз

13. A квадраттық матрица айрықша (ерекше) деп аталады, егер

- A) $A \cdot A^{-1} = E$
- B) $|A| \neq 0$
- C) $|A| = 0$
- D) $A \cdot A^{-1} \neq E$
- E) $|A| = 1$

14. A – сызықты теңдеулер жүйесінің айнымалыларының алдындағы коэффициенттерінен құралған матрица, ал B – жүйенің кеңейтілген матрицасы болсын. Сызықты теңдеулер жүйесі үйлесімді болуы үшін қажетті және жеткілікті шартты көрсетіңіз.

- A) $\text{rang}A > \text{rang}B$
- B) $\text{rang}A < \text{rang}B$
- C) $\text{rang}A = \text{rang}B$
- D) $\text{rang}A \neq \text{rang}B$
- E) $\text{rang}A - \text{rang}B = -1$

15. Бас диагональ элементтерінен басқа элементтері нөлге тең квадраттық матрица ... деп аталады.

- A) диагональдық матрица
- B) қарама-қарсы матрица
- C) нөлдік матрица
- D) ауыстырымды матрица
- E) эквивалентті матрица

16. Сызықты теңдеулер жүйесі анықталған деп аталады, егер оның

- A) шексіз көп шешімі болса
- B) жалғыз шешімі болса
- C) анықтауышы нөлге тең болса
- D) не шексіз көп шешімі бар, не шешімі жоқ болса
- E) шешімі жоқ болса

17. матрицасына A^{-1} кері матрица деп аталады, егер төмендегі теңдік орындалса (E – бірлік матрица):

- A) $AE = A^{-1}$
- B) $A^{-1}A = A^{-1}$
- C) $A^{-1}E = A$
- D) $A^{-1}A = E, \det A \neq 0$
- E) $A^{-1}A = A$

18. Бірлік матрица дегеніміз не?

- A) Барлық элементтері 1-ге тең тіктөртбұрыштық матрица
- B) Барлық элементтері -1-ге тең квадраттық матрица
- C) Анықтауышы 1-ге тең квадраттық матрица
- D) Бас диагональ бойындағы элементтері 1-ге тең, ал қалған элементтері 0-ге тең квадраттық матрица
- E) Көмекші диагональ бойындағы элементтері 1-ге тең, ал қалған элементтері 0-ге тең квадраттық матрица

19. Алгебралық толықтауыш үшін дұрыс теңдікті көрсетіңіз.

- A) $A_{ij} = -M_{ij}$
- B) $A_{ij} = M_{ij}$
- C) $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

D) $A_{ij} = (-1)^i M_{ij}$

E) $A_{ij} = (-1)^j M_{ij}$

20. Егер анықтауыштың жол (бағана) элементтерінің барлығы нөлге тең болса, онда анықтауыш

A) > 0

B) < 0

C) $= 0$

D) < 1

E) > 1

21. A матрицасының элементтерін олардың алгебралық толықтауыштарымен ауыстырғанда пайда болған матрицаны матрицасының ...деп атаймыз.

A) көмекші матрицасы

B) диагональдық матрицасы

C) бірлік матрицасы

D) үшбұрышты матрицасы

E) ауыстырымды матрицасы

22. Үш айнымалысы бар үш сызықты теңдеулер жүйесі не шексіз көп шешімі бар, не шешімі жоқ болады, егер оның матрицасының анықтауышы

A) нөлге тең болса

B) нөлге тең емес болса

C) бірге тең болса

D) бірден үлкен болса

E) бірден кіші болса

23. Үш айнымалысы бар үш сызықты теңдеулер жүйесінің шешімі болмайды, егер оның матрицасының анықтауышы

A) нөлге тең емес болса

B) нөлге тең болса

C) бірге тең болса

D) бірден үлкен болса

E) бірден кіші болса

24. Егер A және B матрицаларының бірін екіншісінен оған қарапайым түрлендірулер қолдану арқылы алуға болса, онда A, B матрицалары ... деп аталады.

- A) нөлдік матрицалар
- B) ауыстырымды матрицалар
- C) жоғары үшбұрышты матрицалар
- D) төменгі үшбұрышты матрицалар
- E) эквивалентті матрицалар

25. Қай жағдайда A және B матрицаларының көбейтіндісі бар болады?

- A) $A(3 \times 1) \cdot B(1 \times 2)$
- B) $A(3 \times 1) \cdot B(2 \times 3)$
- C) $A(3 \times 1) \cdot B(3 \times 2)$
- D) $A(2 \times 3) \cdot B(2 \times 3)$
- E) $A(1 \times 3) \cdot B(1 \times 2)$

26. Матрицаны тасымалдау дегеніміз не?

- A) Матрицажолынбағанағаалмастыру
- B) Кері матрицаны анықтау
- C) Көмекші матрицаны анықтау
- D) Матрица анықтаушы несептеу
- E) Кеңейтілген матрицаның рангісін есептеу

27. Егер қандай да бір жолдың (бағанасының) барлық элементтерін k санына көбейтсек, онда анықтауыштың мәні

- A) бірге тең
- B) бірден үлкен санға тең
- C) нөлге тең
- D) алтыға тең
- E) k ($k \neq 0$) санына көбейтіледі

28. Егер анықтауыштың жолдарын (бағаналарын) сәйкес бағаналарымен (жолдарымен) алмастырсақ, анықтауыштың мәні

- A) өзгермейді
- B) таңбасын өзгертеді
- C) нөлге тең

D) бірге тең

E) санына санына кемиді

29. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ түріндегі матрица ... деп аталады.

A) диагональдық матрица

B) бірлік матрица

C) жоғары үшбұрышты матрица

D) төменгі үшбұрышты матрица

E) ауыстырымды матрица

30. Егер $A \cdot B$ және $B \cdot A$ көбейтінділері табылып, әрі $A \cdot B = B \cdot A$ болса, онда A және B матрицалары ... деп аталады.

A) нөлдік матрицалар

B) ауыстырымды матрицалар

C) жоғары үшбұрышты матрицалар

D) төменгі үшбұрышты матрицалар

E) бірлік матрицалар

31. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ квадраттық матрицасының $a_{1n}, a_{2n-1}, \dots, a_{n1}$

элементтері ... деп аталады.

A) бас диагональ элементтері

B) қосалқы диагональ элементтері

C) жол элементтері

D) бағана элементтері

E) бос мүшелері

32. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ квадраттық (текше) матрицасы ... деп

аталады.

- A) бірлік матрица
- B) жоғарғы үшбұрышты матрица
- C) нөлдік матрица
- D) ауыстырымды матрица
- E) төменгі үшбұрышты матрица

33. $C = \begin{pmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{pmatrix}$ квадраттық (текше) матрицасы ... деп

аталады.

- A) жоғарғы үшбұрышты матрица
- B) бірлік матрица
- C) төменгі үшбұрышты матрица
- D) ауыстырымды матрица
- E) нөлдік матрица

34. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ матрицасының A^{-1} кері матрицасы

қай формуламен есептеледі?

A) $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$

$$B) A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot E$$

$$C) A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

$$D) A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

$$E) A^{-1} = E \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

35. Матрицасының рангісі деп нөлден айрықша осы матрицаның ... айтамыз.

- A) ең үлкен ретін
- B) ең үлкен элементін
- C) ең кіші элементін
- D) анықтаушының ең үлкен ретін
- E) минорының ең үлкен ретін

36. Егер бірдей өлшемді екі матрицаның сәйкес элементтері тең болса, онда матрицалар деп аталады.

- A) диагональдық матрицалар
- B) квадраттық матрицалар
- C) үшбұрышты матрицалар
- D) тең матрицалар
- E) тасымалданған матрицалар

37. Матрицаны рангісі оны тасымалдағаннан өзгере ме?

- A) өзгермейді
- B) нөлге тең болады

41. Тек бір бағанадан тұратын $B(n, 1) = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$ матрицасын ... деп

атаймыз.

- A) баған-матрица
- B) жол-матрица
- C) квадраттық матрица
- D) диагональдық матрица
- E) тасымалданған матрица

42. $\bar{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{pmatrix}$ берілген $\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$

жүйесінің ... деп атаймыз.

- A) кеңейтілген матрицасы
- B) жүйенің матрицасы
- C) тасымалданған матрицасы
- D) белгісіздер матрицасы
- E) бос мүшелер матрицасы

43. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ матрицасының анықтаушы неге тең?

- A) $a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$
- B) $a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32}$
- C) $a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$
- D) $a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$
- E) $a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$

44. A квадраттық матрицасы қайтымды немесе ерекше емес матрица деп аталады, егер

- A) $A \cdot A^{-1} = E$

- B) $\det A \neq 0$
- C) $\det A = 0$
- D) $A \cdot A^{-1} \neq E$
- E) $\det A = 1$

45. Тек бір жолдан тұратын $A(1, m) = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m)$ матрицасын ... деп атаймыз:

- A) баған-матрица
- B) жол-матрица
- C) квадраттық матрица
- D) диагональдық матрица
- E) тасымалданған матрица

46. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ квадраттық матрицасының $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$

бірдей индексті элементтері ... деп аталады.

- A) бас диагональ элементтері
- B) қосалқы диагональ элементтері
- C) жол элементтері
- D) бағана элементтері
- E) бос мүшелері

47. Сызықты теңдеулер жүйесі біртекті деп аталады, егер

- A) жүйенің бос мүшесінің біреуі нөлге тең болмаса
- B) жүйенің бос мүшесінің біреуі нөлге тең болса
- C) жүйенің бос мүшесінің барлығы нөлге тең болса
- D) жүйенің бос мүшесінің барлығы бірге тең болса
- E) жүйенің тек бір ғана бос мүшесі бірге тең болса

48. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ екінші ретті анықтаушының есептеу формуласын көрсетіңіз.

- A) $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
- B) $a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$

C) $a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}$

D) $a_{11}a_{21} - a_{12}a_{22}$

E) $a_{22}a_{21} - a_{11}a_{12}$

49. Дұрыс теңдікті таңдаңыз.

A) $k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ c & d \end{pmatrix}$

C) $k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ kc & kd \end{pmatrix}$

D) $k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a}{k} & \frac{b}{k} \\ \frac{c}{k} & \frac{d}{k} \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} a & kb \\ c & kd \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ c & d \end{pmatrix}$

50. Егер матрицаның жол және бағана сандары өзара тең болса, онда матрица деп аталады.

A) диагональдық матрица

B) квадраттық матрица

C) үшбұрышты матрица

D) бірлік матрица

E) тасымалданған матрица

2 ВЕКТОРЛЫҚ АЛГЕБРА ЖӘНЕ АНАЛИТИКАЛЫҚ ГЕОМЕТРИЯ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Бұл тараудағы теориялық сұрақтар «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Векторлық алгебра және аналитикалық геометрия элементтері» тараулары тақырыптарын қамтиды. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған теориялық сұрақтар берілген.

2.1 Тест тапсырмалары

1. $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$ және $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$ түзулерінің

параллельдік шартын көрсетіңіз.

A) $l_1 l_2 + m_1 m_2 = 0$

B) $l_1 m_1 + l_2 m_2 = 0$

C) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

D) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$

E) $l_1 l_2 = n_1 n_2$

2. \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} векторларынан тұрғызылған параллелепипедтің көлемін есептеу формуласын көрсетіңіз.

A) $V = |\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}|$

B) $V = |(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}|$

C) $V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c})|$

D) $V = \frac{1}{3} |\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}|$

E) $V = \frac{3}{4} |\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}|$

3. \vec{a} және \vec{b} векторлары ортогональ болады, егер олардың скалярлық көбейтіндісі

- A) нөлге тең болса
- B) нөлге тең емес болса
- C) бірге тең болса
- D) бірден үлкен болса
- E) бірден кіші болса

4. және векторлары коллинеар болады, егер олардың векторлық көбейтіндісі

- A) нөлге тең болса
- B) нөлге тең емес болса
- C) бірге тең болса
- D) бірден үлкен болса
- E) бірден кіші болса

5. $\frac{x-x_0}{l_1} = \frac{y-y_0}{m_1} = \frac{z-z_0}{n_1}$ және $\frac{x-x_0}{l_2} = \frac{y-y_0}{m_2} = \frac{z-z_0}{n_2}$ түзулерінің

перпендикулярлық шартын көрсетіңіз.

- A) $l_1 l_2 = m_1 m_2$
- B) $l_1 m_1 + l_2 m_2 = 0$
- C) $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2}$
- D) $l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0$
- E) $l_1 l_2 = n_1 n_2$

6. Берілген $M_o(x_o; y_o)$ нүктесінен $\vec{a}(a_x; a_y)$ векторына параллель жүргізілген түзудің теңдеуі

- A) $Ax + By + C = 0$
- B) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
- C) $A(x-x_o) + B(y-y_o) = 0$
- D) $y = kx + b$
- E) $\frac{x-x_0}{a_x} = \frac{y-y_0}{a_y}$

7. $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ және $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ векторларының перпендикуляр болу шартын көрсетіңіз.

A) $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$

B) $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$

C) $x_1y_1z_1 + x_2y_2z_2 = 0$

D) $x_1y_1 + x_2y_2 + z_1z_2 = 0$

E) $x_1y_1 - x_2y_2 - z_1z_2 = 0$

8. $Ax + By + C = 0$ түзуінің бұрыштық коэффициентін анықтаңыз.

A) $\frac{C}{B}$

B) $\frac{A}{B}$

C) $\frac{B}{A}$

D) $-\frac{A}{B}$

E) $-\frac{B}{A}$

9. $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесінен $Ax + By + Cz + D = 0$ жазықтығына дейінгі арақашықтықты есептейтін формуланы көрсетіңіз.

A) $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D$

B) $|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|$

C) $\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2}$

D) $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

E) $\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

10. $x = x_0 + lt$, $y = y_0 + mt$, $z = z_0 + nt$ түзуі мен $Ax + By + Cz + D = 0$ жазықтығының параллельдік шартын көрсетіңіз.

- A) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$
B) $A + B + C = l + m + n$
C) $Al + Bm + Cn = 0$
D) $Al + Bm + Cn = 1$
E) $A(x_0 + lt) = B(y_0 + mt) = C(z_0 + nt)$

11. $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ және $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ жазықтықтарының параллельдік шартын көрсетіңіз.

- A) $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$
B) $A_1 + B_1 = \frac{A_1B_1}{2}$
C) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
D) $A_1 = \frac{1}{A_2}$
E) $\frac{A_1 + A_2}{B_1 + B_2} = 2$

12. _____ және _____ жазықтықтарының жазықтықтарының перпендикулярлық шартын көрсетіңіз.

- A) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$
B) $A_2 = \frac{1}{A_1}$
C) $2A_1A_2 + 3B_1B_2 = 0$
D) $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$
E) $\frac{A_1 + A_2}{B_1 + B_2} = 2$

13. Түзудің бұрыштық коэффициентімен берілген теңдеуін көрсетіңіз.

- A) $Ax + By + C = 0$
 B) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$
 C) $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
 D) $y = kx + b$
 E) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

14. $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ және $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ векторларының коллинеарлық шартын көрсетіңіз.

- A) $x_1 + y_1 + z_1 = x_2 + y_2 + z_2$
 B) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{y_1}{y_2} + \frac{z_1}{z_2} = 0$
 C) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$
 D) $x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = 0$
 E) $x_1 \cdot y_1 \cdot z_1 + x_2 \cdot y_2 \cdot z_2 = 0$

15. \vec{a}, \vec{b} және \vec{c} векторларының компланарлық шартын көрсетіңіз.

- A) $\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = 0$
 B) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$
 C) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 1$
 D) $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} = 0$
 E) $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = 0$

16. $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ векторының бағыттаушы косинустарын есептеу формуласын көрсетіңіз.

- A) $\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}, \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$
 B) $\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}, \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$

$$C) \cos \alpha = \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \quad \cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}, \quad \cos \gamma = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

$$D) \cos \alpha = \frac{a_z}{|\vec{a}|}, \quad \cos \beta = \frac{a_z}{|\vec{a}|}, \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$E) \cos \alpha = \frac{1}{|\vec{a}|}, \quad \cos \beta = \frac{1}{|\vec{a}|}, \quad \cos \gamma = \frac{1}{|\vec{a}|}$$

17. \vec{a}, \vec{b} векторларынан құралған үшбұрыштың ауданын өрнектейтін формуланы көрсетіңіз.

$$A) S = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$B) S = \frac{1}{2} |\vec{a} \cdot \vec{b}|$$

$$C) S = \frac{1}{6} |\vec{a} \cdot \vec{b}|$$

$$D) S = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

$$E) S = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

18. \vec{a}, \vec{b} векторлары және $\varphi = \left(\vec{a}, \vec{b} \right)$ берілген. Олардың

скалярлық көбейтіндісі деп

$$A) \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{b} \text{ векторын айтады}$$

$$B) c = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos \varphi \text{ санын айтады}$$

$$C) \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \text{ векторын айтады}$$

$$D) c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \text{ санын айтады}$$

$$E) c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \text{ санын айтады}$$

19. $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ және $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ векторлары берілген.

Олардың векторлық көбейтіндісі деп

$$A) \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi \text{ векторын айтады}$$

$$B) \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \text{ векторын айтады}$$

- C) $c = \vec{a} \times \vec{b}$ санын айтады
- D) $c = \vec{a} \cdot \vec{b}$ санын айтады
- E) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ санын айтады

20. $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ және $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ векторлары берілген. Олардың скалярлық көбейтіндісі келесі формуламен есептеледі:

- A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2$
- C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}$
- D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2}$
- E) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1x_2)^2 + (y_1y_2)^2 + (z_1z_2)^2$

21. $Ax + By + Cz + D = 0$ теңдеуі $A = 0$ болғанда қандай жазықтықты анықтайды?

- A) OX өсіне параллель жазықтықты
- B) OY өсіне параллель жазықтықты
- C) OZ өсіне параллель жазықтықты
- D) YOZ жазықтығына параллель жазықтықты
- E) OZ өсіне перпендикуляр жазықтықты

22. _____ теңдеуі $A = 0$ және $B = 0$ болғанда қандай жазықтықты анықтайды?

- A) XOY жазықтығына параллель жазықтық
- B) YOZ жазықтығына параллель жазықтық
- C) XOZ жазықтығына параллель жазықтық
- D) OX өсіне перпендикуляр жазықтық
- E) OY өсіне перпендикуляр жазықтық

23. Нөлден өзгеше үш вектор компланар болғанда олардың

- A) аралас көбейтіндісі бірге тең
- B) аралас көбейтіндісі төртке тең
- C) аралас көбейтіндісі нөлге тең
- D) аралас көбейтіндісі екіге тең
- E) аралас көбейтіндісі үшке тең

24. Өзара перпендикуляр емес $y = \kappa_1 x + b_1$, $y = \kappa_2 x + b_2$ түзулерінің арасындағы бұрышты қай формула бойынша анықтаймыз?

A) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_2 + \kappa_1}$

B) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{\kappa_2 \kappa_1}$

C) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{1 + \kappa_2 \kappa_1}$

D) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa_2 - \kappa_1}{1 - \kappa_2 \kappa_1}$

E) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\kappa_2 \kappa_1}{\kappa_2 + \kappa_1}$

25. $y = \kappa_1 x + b_1$, $y = \kappa_2 x + b_2$ түзулерінің параллельдік шартын көрсетіңіз.

A) $\kappa_1 \kappa_2 = -1$

B) $\kappa_1 = -\kappa_2$

C) $\kappa_1 = \kappa_2$

D) $\kappa_1 = \frac{1}{\kappa_2}$

E) $\kappa_1 + \kappa_2 = 0$

26. $A(x_1; y_1)$ және $B(x_2; y_2)$ нүктелері берілген. \overline{AB} векторының ұзындығын (модулын) есептеу формуласын көрсетіңіз.

A) $|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

B) $|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$

C) $|\overline{AB}| = \sqrt{x_2 \cdot x_1^2 + y_2 \cdot y_1^2}$

D) $|\overline{AB}| = \sqrt{\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2}$

Е) $|\overline{AB}| = \sqrt{(y_2 - x_1)^2 + (y_2 - x_1)^2}$

27. Егер векторлар коллинеар, ұзындықтары тең және бірдей бағытталған болса, онда олар ... векторлар деп аталады.

- А) компланар
- В) бірлік
- С) нөлдік
- Д) тең
- Е) коллинеар

28. $\vec{a} = \overline{AB}$ векторының l өсіне түсірілген проекциясын көрсетіңіз.

- А) $np_l \vec{a} = |\vec{a}| \operatorname{tg} \varphi$
- В) $np_l \vec{a} = |\vec{a}| \sin \varphi$
- С) $np_l \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi$
- Д) $np_l \vec{a} = \cos \varphi$
- Е) $np_l \vec{a} = |\vec{a}|$

29. \vec{a} және \vec{b} векторларының арасындағы бұрыштың косинусы неге тең?

- А) $\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$
- В) $\cos \varphi = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$
- С) $\cos \varphi = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$
- Д) $\cos \varphi = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$
- Е) $\cos \varphi = \frac{1}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

30. Қабырғалары және векторларынан құралған параллелограммның ауданын есептеу формуласын көрсетіңіз.

A) $S = 2|\vec{a} \times \vec{b}|$

B) $S = \frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$

C) $S = \vec{a} \times \vec{b}$

D) $S = |\vec{a} \times \vec{b}|$

E) $S = \vec{a} \cdot \vec{b}$

31. $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ және $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ жазықтықтарының арасындағы бұрышты табыңыз.

A) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

B) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$

C) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

D) $\cos \varphi = \frac{|A_1A_2 - B_1B_2 - C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

E) $\cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 - B_1^2 - C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 - B_2^2 - C_2^2}}$

32. Жазықтықтың нормаль теңдеуін көрсетіңіз.

A) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

B) $x \cos \alpha + y \sin \beta + z \cos \gamma - p = 0$

C) $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$

D) $Ax + By + Cz + D = 0$

Е)
$$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$$

33. Бір түзудің бойында немесе параллель түзулердің бойында жататын векторлар ... деп аталады.

- А) компланар
- В) тең
- С) коллинеар
- Д) бірлік
- Е) нөлдік

34. Егер $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ векторлары бір жазықтықта жатса не параллель жазықтықтарда орналасқан болса, онда олар ... векторлар деп аталады.

- А) бірлік
- В) тең
- С) коллинеар
- Д) компланар
- Е) нөлдік

35. \vec{b} векторының \vec{a} векторына түсірілген проекциясын есептеу формуласын көрсетіңіз.

- А) $np_a \vec{b} = \frac{|\vec{a}||\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$
- В) $np_a \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$
- С) $np_a \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$
- Д) $np_a \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}$
- Е) $np_a \vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|}$

36. Өзінің сандық мәндерімен қатар бағытымен бірге анықталатын векторлық шаманы табыңыз.

- A) ұзындық
- B) аудан
- C) көлем
- D) күш
- E) жұмыс

37. Параллель көшіруде вектор сақталады. Себебі

- A) ұзындық та, бағыт та сақталады
- B) тек ұзындық сақталады
- C) тек бағыт сақталады
- D) ұзындық та, бағыт та сақталмайды
- E) тек бұрыш сақталады

38. Қандай векторлар қарама-қарсы векторлар деп аталады?

- A) ұзындықтары бірдей, бағыттары қарама-қарсы векторлар
- B) ұзындықтары бірдей векторлар
- C) бағыттары қарама-қарсы векторлар
- D) бағыттары бірдей векторлар
- E) ұзындықтары әртүрлі векторлар

39. $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ векторының ұзындығының (модулінің) есептелу формуласы:

- A) $|\vec{a}(a_x; a_y; a_z)| = \sqrt{a_x + a_y + a_z}$
- B) $|\vec{a}(a_x; a_y; a_z)| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
- C) $|\vec{a}(a_x; a_y; a_z)| = \sqrt{a_x^2 - a_y^2 - a_z^2}$
- D) $|\vec{a}(a_x; a_y; a_z)| = \sqrt{a_x + (a_y - a_z)}$
- E) $|\vec{a}(a_x; a_y; a_z)| = \sqrt{a_x \cdot a_y \cdot a_z}$

40. $Ax + By + Cz + D = 0$ теңдеуі $C = 0$ болғанда қандай жазықтықты анықтайды?

- A) OY өсіне параллель жазықтықты
- B) OX өсіне параллель жазықтықты
- C) YOZ жазықтығына параллель жазықтықты
- D) OZ өсіне параллель жазықтықты
- E) OZ өсіне перпендикуляр жазықтықты

41. Бағыты векторының бағытымен бағытас бірлік вектор \vec{a} векторының ... деп аталады?

- A) орты (бірлік векторы)
- B) нөлдік векторы
- C) қарама-қарсы векторы
- D) бағытас векторы
- E) тең векторы

42. $\vec{a}(x; y; z)$ векторының $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ орттарына жіктелуін көрсетіңіз.

- A) $\vec{a}(x; y; z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- B) $\vec{a}(x; y; z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
- C) $\vec{a}(x; y; z) = x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$
- D) $\vec{a}(x; y; z) = x\vec{i} \cdot y\vec{j} \cdot z\vec{k}$
- E) $\vec{a}(x; y; z) = \sqrt{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$

43. $M_1(x_1; y_1; z_1), M_2(x_2; y_2; z_2), M_3(x_3; y_3; z_3)$ нүктелері арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуін көрсетіңіз.

A) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

C)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

D)
$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

E)
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

44. Жазықтықтың кесіндідегі теңдеуін көрсетіңіз.

A) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

C)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

D)
$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

E)
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

45. $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесі арқылы $\vec{n}(A; B; C)$ векторына перпендикуляр өтетін жазықтықтың теңдеуі

A) $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

C)
$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

D)
$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

E)
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

46. $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ түзуі мен $Ax + By + Cz + D = 0$ жазықтығының арасындағы бұрышты табыңыз.

A) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

B) $\cos \varphi = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}$

C) $\sin \varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

D) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

E) $\sin \varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} + \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

47. $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторларының координаталарын көрсетіңіз?

A) $\vec{i} = \{1; 0; 0\}, \vec{j} = \{0; 1; 0\}, \vec{k} = \{0; 0; 1\}$

B) $\vec{i} = \{0; 0; 1\}, \vec{j} = \{1; 0; 0\}, \vec{k} = \{0; 0; 1\}$

C) $\vec{i} = \{1; 0; 0\}, \vec{j} = \{0; 0; 1\}, \vec{k} = \{1; 0; 0\}$

D) $\vec{i} = \{0; 1; 0\}, \vec{j} = \{1; 0; 0\}, \vec{k} = \{0; 0; 1\}$

E) $\vec{i} = \{0; 1; 0\}, \vec{j} = \{0; 0; 1\}, \vec{k} = \{0; 1; 0\}$

48. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ теңдеуімен берілген сызық ненің теңдеуін білдіреді?

A) эллипс

B) гиперболола

C) парабола

D) түзу

E) шеңбер

49. Жазықтықта $M_1(x_1; y_1)$ және $M_2(x_2; y_2)$ екі нүкте арқылы өтетін түзудің теңдеуін көрсетіңіз

A) $Ax + By + C = 0$

- B) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$
- C) $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
- D) $y - y_0 = k(x - x_0)$
- E) $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}$

50. $Ax + By + Cz + D = 0$ теңдеуі $B = 0$ болғанда қандай жазықтықты анықтайды?

- A) OY өсіне параллель жазықтықты
- B) OX өсіне параллель жазықтықты
- C) OZ өсіне параллель жазықтықты
- D) YOZ жазықтығына параллель жазықтықты
- E) OZ өсіне перпендикуляр жазықтықты

3 МАТЕМАТИКАЛЫҚ ТАЛДАУДЫҢ ТАРАУЛАРЫ

Бұл тараудағы теориялық сұрақтар «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Математикалық талдауға кіріспе. Функция, оның берілу тәсілдері», «Сандық тізбек және функцияның шектері. Функцияның үзіліссіздігі және үзіліс нүктелері», «Бір айнымалы функцияны дифференциалдау және интегралдау» тақырыптарын қамтиды. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған теориялық сұрақтар берілген.

3.1 Тест тапсырмалары

1. Барлық жинақты тізбек....

- A) шектелген
- B) шексіз аз
- C) шексіз үлкен
- D) өспелі
- E) кемімелі

2. Егер $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ болса, онда функция

- A) өседі
- B) кемиді
- C) шектелген
- D) шектелмеген
- E) кемімейді

3. Егер $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ болса, онда функция

- A) өседі
- B) кемиді
- C) шектелген
- D) шектелмеген
- E) кемімейді

4. $f(x)$ функциясы a нүктесінің қандайда бір аймағында анықталған болсын. Егер кез келген $\varepsilon > 0$ үшін

$0 < |x - a| < \delta$ теңсіздігін қанағаттандыратын кез келген x үшін $|f(x) - A| < \varepsilon$ теңсіздігін қанағаттандыратын $\delta > 0$ табылса, онда

- A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$
- B) $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = a$
- C) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$
- D) $\lim_{x \rightarrow A} f(x) = 0$
- E) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$

5. Егер $y = f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде дифференциалданатын болса, онда ол осы нүктеде

- A) үзіліссіз
- B) өспелі
- C) кемімелі
- D) үзілісті
- E) нөлге тең

6. $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде екі рет дифференциалданатын және $f'(x_0) = 0$ болсын. Онда функциясының x_0 нүктесінде локальді максимумы болады, егер

- A) $f''(x_0) < 0$
- B) $f''(x_0) > 0$
- C) $f''(x_0) = 0$
- D) $f''(x_0) \leq 1$
- E) $f''(x_0) \geq 1$

7. $y_1 = f(x)$ және $y_2 = g(x)$ функциялары $x \rightarrow a$ эквивалентті болады, егер

- A) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
- B) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
- C) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = 0$
- D) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 0$

E) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

8. Бірінші тамаша шекті көрсетіңіз.

A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

B) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = -1$

D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x}{x} = 1$

E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 0$

9. Екінші тамаша шекті көрсетіңіз.

A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = -1$

D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = -e$

E) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

10. Егер $y = f(x)$ функциясы қандай да бір x_0 нүктесінде үзілісті болса, онда x_0 нүктесі ... деп аталады.

A) функцияның үзіліс нүктесі

B) экстремум нүктесі

C) минимум нүктесі

D) максимум нүктесі

E) жинақтылық нүктесі

11. $y = f(x)$ функциясының x нүктесіндегі туындысы $f'(x)$ деп белгіленіп, қай формуламен көрсетіледі?

A) $\lim_{\Delta x \rightarrow 1} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

B) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{f(x + \Delta x) - f(x)}$

C) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) + f(x)}{\Delta x}$

D) $\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

E) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

12. Егер $y = f(x)$ функциясының $y = kx + b$ көлбеу асимптотасы болса, онда k келесі формуламен есептеледі:

A) $k = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ немесе $k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

B) $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

C) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$

D) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3}$

E) $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$

13. $f(x)$ функциясы үшін интегралдық қосындының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\sum_{i=0}^{n-1} M_i \Delta x_i$

B) $\sum_{i=0}^{n-1} m_i \Delta x_i$

C) $\sum_{i=0}^{n-1} M_i \Delta x_i + \sum_{i=0}^{n-1} m_i \Delta x_i$

D) $\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i) \Delta x_i$

E) $\sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i) + \Delta x_i$

14. $y = f(x)$ теңдеуімен берілген қисықтың $a \leq x \leq b$ аралығындағы доғасының ұзындығын есептеу формуласын көрсетіңіз.

A) $\int_a^b \sqrt{1 + f^2(x)} dx$

B) $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)} dx$

C) $\int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$

D) $\int_a^b \sqrt{1 - f'^2(x)} dx$

E) $\int_a^b (1 + f'^2(x)) dx$

15. $y = f(x)$ қисығы, OX өсімен және $x = a$, $x = b$ түзулерімен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болған фигураның көлемі неге тең?

A) $\int_a^b y^2(x) dx$

B) $\pi \int_a^b y'^2(x) dx$

C) $\int_a^b \sqrt{1 + y^2(x)} dx$

D) $2\pi \int_a^b xy(x) dx$

E) $\pi \int_a^b y^2(x) dx$

16. Анықталмаған интегралдарда бөліктеп интегралдау формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

$$A) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$B) \int u v dx = uv - \int v dx$$

$$C) \int u dv = uv - \int v du$$

$$D) \int u v dx = uv - \int v du$$

$$E) \int u dv = uv + \int v du$$

17. Анықталған интегралдарда бөліктеп интегралдау формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

$$A) \int_a^b u dv = auv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$B) \int u v dx = uv - \int v dx$$

$$C) \int u dv = uv - \int v du$$

$$D) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

$$E) \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b + \int_a^b v du$$

18. Функцияның берілу тәсілдерінің дұрыс емесін көрсетіңіз.

A) аналитикалық тәсіл

B) кестелік тәсіл

C) графикалық тәсіл

D) сөзбен берілуі

E) диаграммалық тәсіл

19. $\rho = \rho(\varphi)$ тендеуімен берілген қисықтың $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ аралығына сәйкес доғасының ұзындығын есептеңіз.

$$A) \int_a^b \sqrt{\rho^2(\varphi) - \rho'^2(\varphi)} d\varphi$$

$$B) \int_a^b \sqrt{1 + \rho'^2(\varphi)} d\varphi$$

$$C) \int_a^b \sqrt{\rho^2(\varphi) + \rho'^2(\varphi)} d\varphi$$

$$D) \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\rho^2(\varphi) + 1} d\varphi$$

$$E) \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\varphi^2(\rho) + \rho'^2(\varphi)} d\varphi$$

20. Егер $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = B$ болса, онда

$$A) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - y_n) = A + B$$

$$B) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = \frac{A}{B}$$

$$C) \lim_{n \rightarrow \infty} (C \cdot x_n) = C + A, \quad C \text{ -тұрақты}$$

$$D) \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - y_n) = A + B$$

$$E) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{A}{B}, \quad B \neq 0$$

21. Егер $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ теңдігі орындалса, онда $f(x)$ функциясы

x_0 нүктесінде ... функция деп аталады.

A) үзілісті

B) үзіліссіз

C) өспелі

D) кемімелі

E) өспейтін

22. Анықталмаған интеграл үшін төмендегі теңдіктердің қайсысы дұрыс емес?

$$A) d \int f(x) dx = f(x) dx$$

$$B) \int dF(x) = F(x) + c$$

$$C) \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$D) \int [Af(x)] dx = A \int f(x) dx$$

$$E) \int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$$

23. Егер $y = f(x)$ функциясының $[a, b]$ кесіндісіндегі алғашқы функциясы $F(x)$ болса, онда Ньютон-Лейбниц формуласының дұрыс жазылуын көрсетіңіз.

A) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$

B) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$

C) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

D) $\int_a^b f(x)dx = b - a$

E) $\int_a^b f(x)dx = F(bx) - F(ax)$

24. Интегралдаудың негізгі әдістерінің бірі -

A) айнымалыны ауыстыруды енгізу әдісі

B) Остроградский әдісі

C) Эйлер ауыстырулары

D) бөлшек-сызықтық иррационалдықты интегралдау әдісі

E) дифференциалдық биномды интегралдау

25. Анықталмаған интегралда айнымалыны ауыстыру әдісінің формуласын көрсетіңіз.

A) $\int f(x)dx = |x = \varphi(t), dx = \varphi'(t)dt| = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$

B) $\int f(x)dx = |x = \varphi(t), dx = dt| = \int f(\varphi(t))dt$

C) $\int f(x)dx = |x = t, dx = tdt| = \int f(t)dt$

D) $\int u dv = uv - \int v du$

E) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in (a, b)$

26. Егер $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ болса, онда функция ... деп аталады.

A) кемімейтін

B) кемиді

C) шектелген

D) шектелмеген

Е) өспейтін

27. Егер $\forall x_1, x_2 \in D, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ болса, онда функция ... деп аталады.

А) кемімейтін

В) кемиді

С) шектелген

Д) шектелмеген

Е) өседі

28. Бірінші тамаша шектің салдарын көрсетіңіз.

А) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

С) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = -1$

Д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$

Е) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x} = 0$

29. Екінші тамаша шектің салдарын көрсетіңіз.

А) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

В) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

С) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = -1$

Д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = -e$

Е) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$

30. a санын $\{x_n\}$ тізбегінің шегі деп атаймыз, егер кез келген $\varepsilon > 0$ үшін $n_0(\varepsilon) > 0$ натурал саны (яғни нөмірі) табылып $n > n_0(\varepsilon)$

теңсіздігін қанағаттандыратын барлық n үшін келесі теңсіздік орындалса:

A) $|x_n - a| < \varepsilon$

B) $|x_n| > \varepsilon$

C) $|x_n - x| > \varepsilon$

D) $|x_n - x| \leq \varepsilon$

E) $|x_n - x| \geq a$

31. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесінде туындысы бар болсын.

$y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіне жүргізілген жанама теңдеуін көрсетіңіз.

A) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

C) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$

D) $y - y_0 = f(x_0)(x - x_0)$

E) $y - y_0 = -\frac{1}{f(x_0)} \cdot (x - x_0)$

32. Егер $y = f(x)$ функциясының $y = kx + b$ көлбеу асимптотасы болса, онда b келесі теңдікпен анықталады:

A) $b = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

B) $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - kx]$

C) $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$

D) $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - k]$

E) $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x]$

33. Егер кез келген $x \in (a, b)$ үшін $F'(x) = f(x)$ теңдігі орындалса, онда $F(x)$ функциясы $f(x)$ функциясының (a, b) интервалындағы ... деп аталады.

- A) туындысы
- B) кері функциясы
- C) алғашқы функциясы
- D) дифференциалы
- E) интегралдау айнымалысы

34. Егер анықталған интегралда $a = b$ болса, онда

- A) $\int_a^a f(x)dx = 2a$
- B) $\int_a^a f(x)dx = \frac{a}{2}$
- C) $\int_a^a f(x)dx = 1$
- D) $\int_a^a f(x)dx = 0$
- E) $\int_a^a f(x)dx = -1$

35. Егер $a < c < b$ теңсіздігі орындалса, онда анықталған интегралда:

- A) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b f(x)dx$
- B) $\int_a^b f(x)dx = \frac{\int_a^c f(x)dx}{\int_c^b f(x)dx}$
- C) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx \cdot \int_c^b f(x)dx$
- D) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$
- E) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

36. Егер $y = f(x)$ функциясы қандай да бір x нүктесінде ... болса, онда функция осы нүктеде үзіліссіз болады.

- A) туындысы нөлге тең болса
- B) дифференциалданса
- C) туындысы жоқ болса

- D) өспелі функция болса
- E) үзілісті функция болса

37. Екі функцияның бөліндісінің $\left(\frac{u}{v}\right)'$ туындысын табу формуласын көрсетініз

A) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' - v'}{v^2}$

B) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$

C) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

D) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + v'u}{v}$

E) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v + v'u}{v^2}$

38. $y = f(x)$ функциясының дифференциалын табу формуласын көрсетініз.

- A) $dy = f'(x)$
- B) $dy = f(x)dx$
- C) $dy = C$
- D) $dy = 2f(x)dx$
- E) $dy = f'(x)dx$

39. Егер (a, b) интервалында $f'(x) > 0$ болса, онда осы аралықта $y = f(x)$... функция.

- A) кемімелі
- B) өспелі
- C) кемімейтін
- D) өспейтін
- E) тұрақты

40. Егер (a,b) интервалында $f'(x) < 0$ болса, онда осы аралықта $y = f(x)$... функция.

- A) кемімелі
- B) өспелі
- C) кемімейтін
- D) өспейтін
- E) тұрақты

41. Егер (a,b) интервалында $f''(x) > 0$ болса, онда $f(x)$ функциясының графигінің осы аралыққа сәйкес доғасы ... болады.

- A) дөңес
- B) ойыс
- C) өспелі
- D) кемімелі
- E) таңбасын өзгертеді

42. Егер $f(x)$ функциясының $f''(x)$ екінші ретті туындысы x_0 нүктесі арқылы өткенде ..., онда x_0 нүктесін иілу нүктесі деп атайды.

- A) таңбасын өзгертсе
- B) таңбасын міндетті түрде «-»-тен «+»-ке өзгертсе
- C) таңбасын міндетті түрде «+»-тен «-»-ке өзгертсе
- D) таңбасын өзгертпесе
- E) таңбасы тұрақты болса

43. Егер (a,b) интервалында $f''(x) < 0$ болса, онда функциясының графигінің осы аралыққа сәйкес доғасы ... болады.

- A) дөңес
- B) ойыс
- C) өспелі
- D) кемімелі
- E) таңбасын өзгертеді

44. Егер қисық $x = x(t)$, $y = y(t)$, $0 \leq t \leq T$ параметрлік теңдеуімен берілсе, онда $\int_0^T \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t)} dt$ интегралымен нені табуға болады?

- A) айналу денесінің ауданын
- B) қисықтың доғасының ұзындығын
- C) айналу денесінің көлемін
- D) айналу бетінің ауданын
- E) қисық сызықты трапецияның ауданын

45. $y = f(x)$ функциясының графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген нормальдің теңдеуін көрсетіңіз.

- A) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$
- B) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- C) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- D) $y - y_0 = -\frac{1}{f(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- E) $y - y_0 = f(x_0)(x - x_0)$

46. Туындының механикалық мағынасын көрсету керек. $f(x)$ функциясының x нүктесіндегі $f'(x)$ туындысы $f(x)$ функциясының өзгеруінің x нүктесіндегі ... береді.

- A) жылдамдығын
- B) үдеуін
- C) уақытын
- D) арақашықтығын
- E) күшін

47. Туындының геометриялық мағынасын көрсету керек. $y = f(x)$ функциясының x_0 нүктесіндегі туындысы $f(x)$ функциясының графигіне x_0 нүктесінде жүргізілген ... береді.

- A) жанаманың ұзындығын
- B) жанаманың бұрыштық коэффициентін
- C) жанаманың абцисса өсімшесінің нүктесін
- D) жанаманың ордината өсімшесінің нүктесін
- E) жанама теңдеуін

48. Егер функциясының $x = \varphi(y)$ кері функциясы $y_0 = f(x_0)$ нүктесінде дифференциалданатын және $\varphi'(y_0) \neq 0$ болса, онда кері функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $f'(x_0) = \frac{1}{\varphi'(y_0)}$

B) $f'(x_0) = \frac{1}{1 - \varphi'(y_0)}$

C) $f'(x_0) = \frac{1}{1 + \varphi'(y_0)}$

D) $f'(x_0) = \frac{1}{\varphi'(y_0) - 1}$

E) $f'(x_0) = \frac{1}{\varphi'(y_0) + 1}$

49. x айнымалысынан тәуелді y функциясы $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}, t_0 \leq t \leq t_1$

параметрлік түрінде берілсін және $\varphi(t), \psi(t)$ функциялары дифференциалданатын функциялар және $\varphi'(t) \neq 0$ болса, онда параметрлік түрде берілген функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}$

B) $y'_x = \frac{x'_t}{y'_t} = \frac{\varphi'(t)}{\psi'(t)}$

C) $y'_x = \frac{y'_t}{2x'_t} = \frac{\psi'(t)}{2\varphi'(t)}$

D) $y'_x = \frac{2x'_t}{y'_t} = \frac{2\varphi'(t)}{\psi'(t)}$

E) $y'_x = \frac{2y'_t}{x'_t} = \frac{2\psi'(t)}{\varphi'(t)}$

50. Егер $y = f(u)$ және $u = \varphi(x)$ функциялары дифференциалданатын функциялар болса, онда $y = F(x) = f(\varphi(x))$

күрделі функциясы да дифференциалданатын функция болып, күрделі функцияның туындысын табуда келесі теңдік орынды:

A) $F'(x) = f'(u)u'(x)$ немесе $y'_x = y'_u u'_x$

B) $F'(x) = f'(u) - u'(x)$ немесе $y'_x = y'_u - u'_x$

C) $F'(x) = f'(u) + u'(x)$ немесе $y'_x = y'_u + u'_x$

D) $F'(x) = \frac{f'(u)}{u'(x)}$ немесе $y'_x = \frac{y'_u}{u'_x}$

E) $F'(x) = \frac{u'(x)}{f'(u)}$ немесе $y'_x = \frac{u'_x}{y'_u}$

4 ЕКІНШІ РЕТТІ АНЫҚТАУЫШТЫҢ ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕРІН ҚОЛДАНЫП ТЕҢДЕУДІ (ТЕҢСІЗДІКТІ) ШЕШУ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Екінші ретті анықтауыштың есептеу әдістерін қолданып теңдеуді (теңсіздікті) шешуге» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

4.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 4.1: $\begin{vmatrix} 3x & -2 \\ 5x+3 & 6 \end{vmatrix} < -8$ теңсіздігін шешіңіз.

Шешімі:

а) Теңсіздікті шешу үшін екінші ретті анықтауышты есептеу формуласын қолданамыз:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}. \quad (4.1)$$

б) $3x \cdot 6 - (-2)(5x + 3) < -8$

$$18x + 10x + 6 < -8$$

$$28x < -14$$

$$x < -\frac{14}{28}$$

$$x < -\frac{1}{2}$$

с) Жауабы: $x < -\frac{1}{2}$.

Мысал 4.2: $\begin{vmatrix} x & 4 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} < -2$ теңсіздігін шешіңіз.

а) Теңсіздікті шешу үшін екінші ретті анықтауышты есептеудің (4.1) формуласын қолданамыз.

б) $2x - 4(x + 5) < -2$

$$2x - 4x - 20 < -2$$

$$-2x < 18$$

$$x > -9$$

с) Жауабы: $x > -9$.

Ескерту:

1. Егер теңсіздіктің екі бөлігін де бірдей оң санға көбейтсек (бөлсек), онда онымен мәндес теңсіздік шығады.
2. Егер теңсіздіктің екі бөлігін де бірдей теріс санға көбейтсек (бөлсек) және берілген теңсіздіктің таңбасын қарама-қарсыға өзгертсек, онда онымен мәндес теңсіздік шығады.

Мысал 4.3: $\begin{vmatrix} x^2 - 5 & x \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -6$ теңдеуін шешіңіз.

Шешімі:

- a) Теңдеуді шешу үшін екінші ретті анықтауышты есептеудің (4.1) формуласын қолданамыз.
- b) $1 \cdot (x^2 - 5) - 2 \cdot x = -6$
 $x^2 - 5 - 2x = -6$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$
 $(x - 1)^2 = 0$
- c) Жауабы: $x_1 = 1$ және $x_2 = 1$.

Ескерту:

1. Екінші ретті анықтауышты есептеу нәтижесінде мектеп бағдарламасынан танымал $ax^2 + bx + c = 0$ түріндегі квадрат теңдеуге келтірілетін есептерді білу маңызды:

Квадрат теңдеу	Дискриминант	Квадрат теңдеудің түбірлері
$ax^2 + bx + c = 0$ $D = b^2 - 4ac$	$D > 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ Әртүрлі нақты екі түбірлер
	$D = 0$	$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$ Бірдей нақты екі түбірлер
	$D < 0$	Шешімі жоқ

2. Виет теоремасы көмегімен де шығаруға да болады.
Егер $x^2 + px + q = 0$ теңдеуінің x_1 және x_2 сандары түбірі болса, онда

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

болады.

4.2 Тест тапсырмалары

1. $\begin{vmatrix} x+2 & x \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 10
- B) 8
- C) -8
- D) -1
- E) -10

2. $\begin{vmatrix} 3x & x+4 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} < -15$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < 5$
- B) $x > 9$
- C) $x > 1$
- D) $x > 11$
- E) $x < -2$

3. $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x+2 & x-3 \end{vmatrix} = -2$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 4
- B) -4
- C) 6
- D) -6
- E) -3

4. $\begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ 4x-1 & 5 \end{vmatrix} < 10$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 3$
- B) $x < -7$
- C) $x < 9$
- D) $x < 1$

E) $x < 4$

5. $\begin{vmatrix} 7 & 6x+5 \\ 2 & 3x \end{vmatrix} = 17$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

6. $\begin{vmatrix} x+1 & 5 \\ 2x & 7 \end{vmatrix} > 4$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -5$
- B) $x < -2$
- C) $x > -3$
- D) $x < 7$
- E) $x < 1$

7. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-1 & 3 \end{vmatrix} = 1$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 3
- B) -1
- C) -3
- D) 1
- E) 7

8. $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ x-5 & 2x+3 \end{vmatrix} > 14$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -2$
- B) $x < 1$
- C) $x < 9$
- D) $x > -7$
- E) $x > 4$

9. $\begin{vmatrix} x+2 & 3 \\ 2x+1 & 4 \end{vmatrix} = -11$ теңдеуін шешіңіз.

- A) -8

- B) -2
- C) 8
- D) 2
- E) -3

10. $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 2x+5 & 3 \end{vmatrix} < -5$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < -3$
- B) $x > 3$
- C) $x < 1$
- D) $x < 3$
- E) $x > -3$

11. $\begin{vmatrix} 3x & 5 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) -5
- B) 6
- C) 5
- D) -6
- E) 9

12. $\begin{vmatrix} 4x & 4 \\ 2x+3 & 3 \end{vmatrix} < -4$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -3$
- B) $x > -2$
- C) $x < 1$
- D) $x < 2$
- E) $x < -3$

13. $\begin{vmatrix} x^2 + 4x & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-5; 1$
- B) $-1; 5$
- C) $-10; 2$
- D) $2; 5$
- E) $2; 9$

14. $\left| \begin{array}{cc} 3x-1 & x \\ 4 & 3 \end{array} \right| > 2$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < 1$
- B) $x > 1$
- C) $x > -3$
- D) $x > 3$
- E) $x > 4$

15. $\left| \begin{array}{cc} x^2-3 & x \\ 2 & 1 \end{array} \right| = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 3$
- B) $1; 3$
- C) $-3; -1$
- D) $-3; 1$
- E) $-3; 8$

16. $\left| \begin{array}{cc} x+1 & x \\ 4 & 5 \end{array} \right| > 2$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < 3$
- B) $x > -3$
- C) $x > -5$
- D) $x > 3$
- E) $x > 4$

17. $\left| \begin{array}{cc} x^2-9 & x \\ -8 & 1 \end{array} \right| = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $1; 9$
- B) $-1; 9$
- C) $-9; -1$
- D) $-9; 1$
- E) $-4; 1$

18. $\left| \begin{array}{cc} x-1 & 3 \\ x+2 & 5 \end{array} \right| < -1$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 3$

- B) $x > -3$
- C) $x > -6$
- D) $x < 3$
- E) $x < 5$

19. $\begin{vmatrix} x^2 - 3 & x \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 3$
- B) $1; 3$
- C) $-3; -1$
- D) $-3; 1$
- E) $-7; 1$

20. $\begin{vmatrix} 2x+1 & 1 \\ 4x & 4 \end{vmatrix} < 0$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 1$
- B) $x > -2$
- C) $x > -3$
- D) $x < 0$
- E) $x < -1$

21. $\begin{vmatrix} x^2 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3x$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $0; 1$
- B) $-2; -1$
- C) $-2; 1$
- D) $1; 2$
- E) $-4; 1$

22. $\begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ 2x & 4 \end{vmatrix} < 0$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 1$
- B) $x > -2$
- C) $x > -3$
- D) $x < 0$
- E) $x < -2$

23. $\begin{vmatrix} x^2 & 5 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 6x$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-5; 1$
- B) $1; 5$
- C) $-5; -1$
- D) $-1; 5$
- E) $-9; -1$

24. $\begin{vmatrix} x-1 & 1 \\ x+2 & 3 \end{vmatrix} < 1$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 3$
- B) $x > -3$
- C) $x > -4$
- D) $x < 3$
- E) $x < 2$

25. $\begin{vmatrix} x^2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 2x$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 0$
- B) $1; 2$
- C) $-2; 4$
- D) $1; 3$
- E) $1; 1$

26. $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ x-6 & 4x+3 \end{vmatrix} > 11$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -2$
- B) $x < 1$
- C) $x > -1$
- D) $x > -7$
- E) $x > 4$

27. $\begin{vmatrix} x & 2 \\ x-1 & 3 \end{vmatrix} = 3$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 3
- B) -1

- C) -3
- D) 1
- E) -5

28. $\left| \begin{array}{cc} 4 & 1 \\ x+2 & x-3 \end{array} \right| < -8$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < 2$
- B) $x > -4$
- C) $x < 6$
- D) $x < -6$
- E) $x > -3$

29. $\left| \begin{array}{cc} x+2 & 3 \\ 2x+1 & 4 \end{array} \right| = -19$ теңдеуін шешіңіз.

- A) -8
- B) -2
- C) 8
- D) 12
- E) -3

30. $\left| \begin{array}{cc} x-2 & 5 \\ 2x & 3 \end{array} \right| > 8$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -5$
- B) $x < -2$
- C) $x > -3$
- D) $x < 7$
- E) $x < -1$

31. $\left| \begin{array}{cc} 5x & 5 \\ 6 & 2 \end{array} \right| = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 3
- B) 6
- C) 5
- D) -6
- E) 4

32. $\left| \begin{array}{cc} 6x & 4 \\ 4x+3 & 3 \end{array} \right| < -4$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -3$
- B) $x < 4$
- C) $x < 1$
- D) $x < 2$
- E) $x < -3$

33. $\left| \begin{array}{cc} x^2 + 2x & 8 \\ 1 & 1 \end{array} \right| = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-5; 1$
- B) $-1; 5$
- C) $-4; 2$
- D) $2; 2$
- E) $4; 5$

34. $\left| \begin{array}{cc} 2x & 2 \\ x-4 & 3 \end{array} \right| < -4$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < 3$
- B) $x > -2$
- C) $x < -3$
- D) $x < 1$
- E) $x > 7$

35. $\left| \begin{array}{cc} x^2 + 9 & x \\ 6 & 1 \end{array} \right| = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 3$
- B) $1; 3$
- C) $-3; -1$
- D) $-3; 1$
- E) $3; 3$

36. $\left| \begin{array}{cc} x+8 & x \\ -3 & 5 \end{array} \right| < 0$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 5$

- B) $x < 8$
- C) $x < -8$
- D) $x > -1$
- E) $x < -5$

37. $\begin{vmatrix} x^2 + 4 & x \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 3$
- B) $1; 3$
- C) $-3; -1$
- D) $2; 2$
- E) $2; 7$

38. $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ x+3 & x-2 \end{vmatrix} < -2$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 4$
- B) $x > -4$
- C) $x < 6$
- D) $x > -6$
- E) $x < 3$

39. $\begin{vmatrix} x+2 & 2 \\ 2x-1 & 5 \end{vmatrix} = 11$ теңдеуін шешіңіз.

- A) -8
- B) -4
- C) -1
- D) 8
- E) 2

40. $\begin{vmatrix} 4 & 3x+5 \\ 2 & 4x \end{vmatrix} < 10$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 1$
- B) $x < 2$
- C) $x > 3$
- D) $x < 4$
- E) $x < 5$

41. $\begin{vmatrix} 7 & 6x+5 \\ 2 & 3x \end{vmatrix} = 8$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

42. $\begin{vmatrix} 4x & x-4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} < -13$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < -5$
- B) $x > 8$
- C) $x > 11$
- D) $x > 1$
- E) $x < -2$

43. $\begin{vmatrix} x+2 & x \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2$ теңдеуін шешіңіз.

- A) 10
- B) 8
- C) -8
- D) -9
- E) -10

44. $\begin{vmatrix} x+1 & 1 \\ 3x-1 & 4 \end{vmatrix} < 9$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > 3$
- B) $x < -7$
- C) $x < 9$
- D) $x < 1$
- E) $x < 4$

45. $\begin{vmatrix} x^2 + 3x & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) -4; 1

- B) $-1; 4$
- C) $-10; 2$
- D) $2; 5$
- E) $2; 9$

46. $\begin{vmatrix} 4x & 3 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} < 0$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x > -5$
- B) $x < 6$
- C) $x > 5$
- D) $x < -3$
- E) $x < 9$

47. $\begin{vmatrix} x^2 - 2 & x \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = 2$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-1; 3$
- B) $-4; 1$
- C) $-4; -1$
- D) $-3; 1$
- E) $-3; 8$

48. $\begin{vmatrix} x & -5 \\ 2x+3 & 4 \end{vmatrix} < 1$ теңсіздігін шешіңіз.

- A) $x < -1$
- B) $x > 3$
- C) $x < 1$
- D) $x < 3$
- E) $x > -3$

49. $\begin{vmatrix} x^2 + 4 & x \\ -5 & 1 \end{vmatrix} = 0$ теңдеуін шешіңіз.

- A) $-4; -1$
- B) $1; 3$
- C) $-3; -1$

D) $-3; 1$

E) $1; 4$

50. $\left| \frac{7x}{2x+3} - \frac{4}{3} \right| < 1$ теңсіздігін шешіңіз.

A) $x > -3$

B) $x > -2$

C) $x < 1$

D) $x < 2$

E) $x < -3$

5 ҮШІНШІ РЕТТІ АНЫҚТАУЫШТЫ ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕРІ

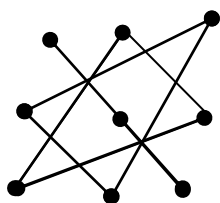
Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Үшінші ретті анықтауышты есептеу әдістеріне» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

5.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

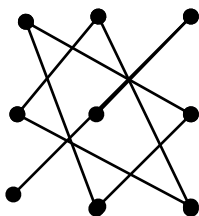
Мысал 5.1: Есептеңіз:
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix}.$$

Шешімі: Үшінші ретті анықтауышты есептеу әдістерін қарастырамыз.

а) *Үшбұрыштар әдісі:*



- өз таңбасымен алынатын көбейтінділер;



- кері таңбамен алынатын көбейтінділер;

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}.$$

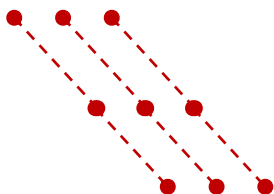
б) Үшбұрыштар әдісімен анықтауышты есептеу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + (-2) \cdot (-3) \cdot 3 - 3 \cdot 0 \cdot 5 - (-2) \cdot 2 \cdot 6 - 4 \cdot (-3) \cdot 1 = \\ = 0 + 40 + 18 - 0 + 24 + 12 = 94.$$

с) Жауабы: 94.

a) Саррюс әдісі:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$



- өз таңбасымен алынатын көбейтінділер;



- кері таңбамен алынатын көбейтінділер;

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}.$$

b) Саррюс әдісімен анықтауышты есептеу:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 4 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 6 & 5 & -3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 0 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot (-2) \cdot (-3) - 3 \cdot 0 \cdot 5 - 1 \cdot 4 \cdot (-3) - 2 \cdot (-2) \cdot 6 =$$

$$= 0 + 40 + 18 - 0 + 12 + 24 = 94.$$

c) Жауабы: 94.

a) Анықтауыштың жол (баған) элементтеріне жіктелініп есептелінуі:

Теорема 5.1. Анықтауыш кез келген жолының немесе кез келген бағанының элементтерінің өздерінің алгебралық толықтауыштарымен көбейтінділерінің қосындысына тең болады:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}, \quad i = \overline{1, n}$$

немесе

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Бірінші теңдік анықтауыштың i жолының элементтеріне жіктелінуі, ал екінші теңдік анықтауыштың j бағанның элементтеріне жіктелінуі деп аталады.

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix}$ анықтауышын екінші жол элементтеріне жіктеп

есептеу:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} &= a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} = \\ &= (-2) \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = \\ &= 2(12+9) + 0(6-15) - 4(-3-10) = 42 + 0 + 52 = 94. \end{aligned}$$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix}$ анықтауышын бірінші баған элементтеріне жіктеп

есептеу:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} &= a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31} = \\ &= 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} + 5 \cdot (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= 1(0+12) + 2(12+9) + 5(8-0) = 12 + 42 + 40 = 94. \end{aligned}$$

c) Жауабы: 94.

Ескерту: Үшбұрышты матрицаның анықтауышы (үшбұрышты анықтауыш) бас диагональ элементтерінің көбейтіндісіне тең:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 10 \\ 0 & -13 & -9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & \frac{94}{4} \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot \frac{94}{4} = 94.$$

Мысал 5.2:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ -3 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1) \cdot (-4) + 1 \cdot 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 6 \cdot (-5) - 1 \cdot (-1) \cdot (-5) - 1 \cdot (-3) \cdot (-4) - \dots$$

анықтаушының жіктелуінде қайсы қосынды жазылмаған?

a) *Үшбұрыштар немесе Саррюс әдісі бойынша есептеу формуласын жазамыз:*

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}.$$

b) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ -3 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & -4 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-1) \cdot (-4) + 1 \cdot 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 6 \cdot (-5) - 1 \cdot (-1) \cdot (-5) - 1 \cdot (-3) \cdot (-4) - 2 \cdot 6 \cdot 0.$

c) Жауабы: $2 \cdot 6 \cdot 0.$

Мысал 5.3: $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & -4 \end{vmatrix} = 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - (-3) \cdot \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

a) *Анықтаушының үшінші жол элементтеріне жіктелініп есептеліну формуласы:*

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33}.$$

b) $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 5 \\ 6 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & -4 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} + (-3) \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} + (-4) \cdot (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}.$

c) Жауабы: $(-4) \cdot \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}.$

5.2 Тест тапсырмалары

1. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$

- A) 5
- B) 4
- C) 3
- D) 2
- E) 1

2. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 \cdot (-4) + 1 \cdot 0 \cdot 1 + (-3) \cdot 0 \cdot (-3) - 1 \cdot 1 \cdot (-3) - 1 \cdot (-3) \cdot (-4) - \dots$ анықтаушының

жіктелуінде қайсы қосынды жазылмаған?

- A) $0 \cdot 0 \cdot 2$
- B) $0 \cdot 1 \cdot 2$
- C) $0 \cdot 1 \cdot 1$
- D) $0 \cdot 3 \cdot 1$
- E) $(-3) \cdot 2 \cdot 4$

3. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

- A) 30
- B) 12
- C) 22
- D) 32
- E) 5

4. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

- A) $-4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$
- B) $4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$
- C) $4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$

$$D) 4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$E) -4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5. \text{ Есептеңіз: } \begin{vmatrix} -2 & 5 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$A) -5$$

$$B) 20$$

$$C) -15$$

$$D) -20$$

$$E) 10$$

$$6. \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 0 \cdot (-1) + 5 \cdot 7 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \cdot (-1) - 3 \cdot 5 \cdot (-1) - 1 \cdot 7 \cdot 2 - \dots \quad \text{анықтауышының}$$

жіктелуінде қайсы қосынды жазылмаған?

$$A) 2 \cdot 0 \cdot 3$$

$$B) 5 \cdot 0 \cdot 1$$

$$C) 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$D) 2 \cdot 0 \cdot (-1)$$

$$E) 7 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$7. \text{ Есептеңіз: } \begin{vmatrix} -2 & 5 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 7 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$A) 21$$

$$B) -13$$

$$C) -64$$

$$D) 60$$

$$E) -11$$

8. $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + \dots + 2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

A) $3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

B) $5 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$

C) $1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$

D) $-5 \cdot \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$

E) $2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

9. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 10 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

A) 16

B) 25

C) 5

D) -20

E) 10

10. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \cdot 4 - (-3 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) \cdot 1 + \dots)$ анықтаушының

жіктелуінде қайсы қосындысы жазылмаған?

A) $1 \cdot (-3) \cdot 3$

B) $2 \cdot 4 \cdot 3$

C) $2 \cdot (-2) \cdot 2$

D) $1 \cdot 2 \cdot 3$

E) $2 \cdot (-2) \cdot 4$

11. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix}$.

- A) 86
- B) 4
- C) 5
- D) -5
- E) -4

12. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 6 & -7 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 72 + 20 + \dots + 36 + 42 + 20$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) 18
- B) -20
- C) 21
- D) -21
- E) -18

13. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \\ 9 & 7 & 1 \end{vmatrix}$.

- A) -50
- B) 50
- C) 51
- D) -51
- E) -49

14. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + \dots + 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

A) $2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

B) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$

C) $-2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

D) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

E) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

15. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

A) 5

B) -5

C) -3

D) 3

E) -1

16. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 45 + 0 + 4 + \dots - 24 - 0$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) 4

B) 3

C) 2

D) -5

E) 1

17. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

A) 31

B) -35

C) 35

D) 51

E) 19

18. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = (-4) \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \dots + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

A) $3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

B) $4 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

C) $5 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

D) $-6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

E) $2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

19. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

A) 27

B) 35

C) 3

D) -35

E) -3

20. $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 0 - 2 - 0 - 6 + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) 70

B) -82

C) -15

D) -58

E) 58

21. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

A) 31

B) -35

C) 55

D) -5

E) -55

22. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \end{vmatrix} = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} + \dots + 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ анықтаушының жіктелуінде қайсы

қосынды жазылмаған?

A) $-4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

B) $5 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

C) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

D) $3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 9 & 5 \end{vmatrix}$

E) $6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$

23. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

A) -34

B) 12

C) -12

D) 32

E) 5

24. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 0 \\ 4 & -3 & -1 \end{vmatrix} = -25 + 0 + \dots - 20 - 0 - 0$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) -10
- B) -27
- C) 9
- D) 30
- E) -32

25. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -2 & 8 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$.

- A) -5
- B) 20
- C) -15
- D) -32
- E) 10

26. $\begin{vmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \dots - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосынды жазылмаған?

- A) $5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$
- B) $4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$
- C) $3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{vmatrix}$
- D) $2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}$
- E) $-1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$

27. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix}$.

- A) 17
- B) -20
- C) -12
- D) 10
- E) 30

28. $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = -16 + 0 + 0 + \dots - 0 - 12$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) 30
- B) 12
- C) 6
- D) 32
- E) 5

29. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$.

- A) -10
- B) 27
- C) 15
- D) 30
- E) -32

30. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + \dots$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) $3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$

B) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$

C) $-2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

D) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$

E) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$

31. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

A) -5

B) 20

C) 15

D) -20

E) 10

32. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 6 & -7 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \dots + 20 - 21 + 36 + 42 + 20$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) 18

B) 72

C) 21

D) -21

E) -18

33. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

A) 50

B) 51

C) -11

D) -51

Е) -49

34. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 9 \\ 1 & 4 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} + \dots + 9 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) $-3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 9 \end{vmatrix}$

B) $3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$

C) $5 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 9 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$

D) $-4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 9 \end{vmatrix}$

E) $-4 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$

35. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix}$.

A) -12

B) -5

C) 3

D) -1

E) -19

36. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -6 + 0 + \dots + 6 - 0 + 1$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) 4

B) 5

C) 3

D) 2

Е) 1

37. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -4 \end{vmatrix}$.

- A) -21
- B) -20
- C) -12
- D) 10
- E) 30

38. $\begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = (-3) \cdot \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} - (-1) \cdot \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) $3 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$
- B) $4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}$
- C) $-3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$
- D) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$
- E) $2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$

39. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

- A) -16
- B) -22
- C) 16
- D) 30
- E) 22

40. $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix} = \dots + 0 - 5 - 0 - 2 - 0$ анықтаушының жіктелуінде қайсы

қосындысы жазылмаған?

- A) -5
- B) 2
- C) 6
- D) -2
- E) 10

41. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

- A) -32
- B) 42
- C) 32
- D) -42
- E) 60

42. $\begin{vmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + \dots + 4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) $2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -5 & 4 \end{vmatrix}$
- B) $3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
- C) $4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}$
- D) $-3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$
- E) $-3 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

43. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$.

- A) -5
- B) -11
- C) 5
- D) 11
- E) 10

44. $\begin{vmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 36 + 0 - 2 - 6 - 0 + \dots$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) 16
- B) -9
- C) 5
- D) -19
- E) 10

45. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 1 & 0 & 1 \\ 8 & 8 & 1 \end{vmatrix}$.

- A) -63
- B) 63
- C) 51
- D) -61
- E) -62

46. $\begin{vmatrix} 5 & -1 & -3 \\ 2 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} + \dots - 3 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$ анықтаушының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

A) $2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$

B) $-2 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$

C) $-1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}$

D) $1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$

E) $-1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$

47. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$.

A) 0

B) -5

C) 5

D) -9

E) 12

48. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -1 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) + 2 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 \cdot 4 - (-3 \cdot 5 \cdot 3 + \dots + 2 \cdot (-2) \cdot 4)$ анықтаушының

жіктелуінде қайсы қосындысы жазылмаған?

A) $1 \cdot (-3) \cdot 3$

B) $2 \cdot 4 \cdot 3$

C) $2 \cdot (-2) \cdot 2$

D) $1 \cdot 2 \cdot 3$

E) $2 \cdot (-1) \cdot 1$

49. Есептеңіз: $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

A) -12

B) 12

C) 15

D) -5

E) -4

50. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 6 & -7 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 72 + 20 - 21 + 36 + \dots + 42$ анықтауышының жіктелуінде

қайсы қосындысы жазылмаған?

- A) 18
- B) -20
- C) 20
- D) -21
- E) -18

6 МАТРИЦАЛАРДЫ САНҒА КӨБЕЙТУ, ҚОСУ (АЗАЙТУ), МАТРИЦАЛАРДЫ КӨБЕЙТУ. КЕРІ МАТРИЦА

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Матрицаларды санға көбейту, қосу (азайту), матрицаларды көбейту амалдарына», «Кері матрицаны табуға» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

6.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 6.1: Егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 9 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 6 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$

матрицасының c_{31} элементін табыңыз.

Шешімі:

а) A және B матрицаларының көбейтіндісін табу формуласы:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} \end{pmatrix};$$

б) Бізге C матрицасының тек бір c_{31} элементін табу керек болғандықтан A матрицасының үшінші жолы элементтерін ғана алып оны B матрицасының бірінші бағанының сәйкес элементтеріне көбейтсек жеткілікті:

$$c_{31} = a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} = -1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 8 \cdot 7 = -3 + 0 + 56 = 53;$$

с) Жауабы: $c_{31} = 53$.

Ескерту: Екі матрицаны бір-біріне тек сол жақтағы матрицаның бағандар саны оң жақтағы матрицаның жолдар санына тең болғанда ғана көбейтуге болады:

$$A(m \times n)B(s \times p) - \text{мағыналы} \Leftrightarrow n = s.$$

Мысал 6.2: A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 7 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 22 & -15 & -11 \\ -2 & 14 & 0 \\ 1 & 40 & \dots \end{pmatrix}.$$

Шешімі:

а) A және B матрицаларының көбейтіндісін табу формуласы:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} + a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} + a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} + a_{23}b_{32} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} + a_{33}b_{31} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} + a_{33}b_{32} & a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} \end{pmatrix};$$

б) Бізге C матрицасының тек бір c_{33} элементін табу керек болғандықтан A матрицасының үшінші жолы элементтерін ғана алып оны B матрицасының үшінші бағанының сәйкес элементтеріне көбейтсек жеткілікті:

$$c_{33} = a_{31}b_{13} + a_{32}b_{23} + a_{33}b_{33} = 8 \cdot (-1) + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = -8 + 9 + 1 = 2;$$

с) Жауабы: $c_{33} = 2$.

Мысал 6.3: $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

Шешімі:

а) A матрицасының кері матрицасын табу формуласы:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix},$$

мұндағы A матрицасының анықтаушысы:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21},$$

A матрицаның элементтерінің алгебралық толықтауыштары:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij};$$

б) A матрицаның анықтаушысын есептесек

$$\det A = \begin{vmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 40 - 15 = 25 \neq 0;$$

A матрицасы элементтерінің алгебралық толықтауыштары:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} 4 = 4;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} 5 = -5;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} 3 = -3;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} 10 = 10;$$

Демек, A матрицасының кері матрицасы: $A^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$;

с) Жауабы: $A^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$.

Ескерту: $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ теңдігін қолданып жауаптың дұрыстығын тексерейік:

$$A \cdot A^{-1} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 40-15 & -30+30 \\ 20-20 & -15+40 \end{pmatrix} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E.$$

$A \cdot A^{-1} = E$ теңдігі орынды, олай болса A^{-1} шынында да A матрицасының кері матрицасы болады.

Мысал 6.4: $A = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген. $4A - 2B$

матрицасын табыңыз.

Шешімі:

а) Матрицаның санға көбейтілуі деп матрицаның әрбір элементін осы санға көбейткенде пайда болған матрицаны айтамыз:

$$\alpha \cdot A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} \end{pmatrix};$$

Бірдей өлшемді матрицалардың қосындысы (айырмасы) деп олардың сәйкес элементтерінің қосындыларынан (айырмаларынан) тұратын матрицаны айтамыз.

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \end{pmatrix};$$

б) $4A - 2B = 4 \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 12 \\ 20 & 16 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 10 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 44 & 8 \\ 10 & 10 \end{pmatrix};$

с) Жауабы: $4A - 2B = \begin{pmatrix} 44 & 8 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}$.

Мысал 6.5: $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$

матрицасының бірінші жолының элементтерін жазыңыз.

Шешімі:

а) $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$ матрицасының жолдарын сәйкес

бағандарымен алмастыруды B матрицасын *транспонирлеу* дейміз де, пайда болған матрицаны *транспонирленген матрица* деп аталып,

$$B^T = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{21} \\ b_{12} & b_{22} \\ b_{13} & b_{23} \end{pmatrix}$$

түрінде белгіленеді.

Бірдей өлшемді *матрицалардың қосындысы (айырмасы)* деп олардың сәйкес элементтерінің қосындыларынан (айырмаларынан) тұратын матрицаны айтамыз.

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} \\ a_{31} \pm b_{31} & a_{32} \pm b_{32} \end{pmatrix};$$

б) $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ матрицасының $B^T = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ транспонирленген

матрицасын табамыз. Ізделінді

$$C = A + B^T = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+4 & 7+0 \\ -2+1 & 3+(-6) \\ 5+(-2) & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ -1 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

с) *Жауабы:* Бірінші жолының элементтері: 5; 7.

Мысал 6.6: $B = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ 21 & -3 \end{pmatrix}$ және $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ матрицалары

берілген. $B \cdot E$ матрицасын табыңыз.

Шешімі:

а) Бас диагональ элементтерінің барлығы бірге тең диагональдық матрица *бірлік матрица* деп аталады. Бірлік матрица

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

түрінде белгіленеді.

Кез келген матрицаны бірлік матрицаға немесе бірлік матрицаны кез келген матрицаға көбейтсек матрицаның өзі шығады:

$$B \cdot E = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} \cdot 1 + b_{12} \cdot 0 & b_{11} \cdot 0 + b_{12} \cdot 1 \\ b_{21} \cdot 1 + b_{22} \cdot 0 & b_{21} \cdot 0 + b_{22} \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

$$E \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot b_{11} + 0 \cdot b_{21} & 1 \cdot b_{12} + 0 \cdot b_{22} \\ 0 \cdot b_{11} + 1 \cdot b_{21} & 0 \cdot b_{12} + 1 \cdot b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix},$$

яғни $B \cdot E = E \cdot B = B$.

б) Осы тепе-теңдікті ескерсек, $B \cdot E = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ 21 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ 21 & -3 \end{pmatrix}$.

с) Жауабы: $B \cdot E = \begin{pmatrix} -9 & 11 \\ 21 & -3 \end{pmatrix}$.

6.2 Тест тапсырмалары

1. Егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$

матрицасының C_{12} элементін табыңыз.

- A) 6
- B) -6
- C) 10
- D) -10
- E) -1

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

- A) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
- B) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
- C) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
- D) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
- E) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

3. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз, мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = 2A - B$.

- A) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

екінші жолының элементтерін жазыңыз

A) 0; 0

B) 0; 1

C) 2; 2

D) 1; 1

E) 3; 2

5. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

6. A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 25 & 13 \\ 10 & 19 & 1 \\ 0 & 31 & \dots \end{pmatrix}$$

A) $c_{33} = 5$

- B) $c_{33} = 8$
- C) $c_{33} = -5$
- D) $c_{33} = 10$
- E) $c_{33} = 8$

7. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

- A) $-\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
- B) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
- C) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
- D) $-\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
- E) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

8. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз, мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $C = 2A - B$.

- A) $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$
- D) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -12 & -1 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

бірінші жолының элементтерін жазыңыз:

- A) 0; 0
- B) 0; 1
- C) 2; 2
- D) 5; 5
- E) 3; 2

10. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

- A) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
- D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$

11. Егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$ матрицасының

C_{22} элементін табыңыз.

- A) 6
- B) 8
- C) -4
- D) 4
- E) -1

12. $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

A) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

D) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

E) $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

13. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз,

мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = 2A + B$.

A) $\begin{pmatrix} 4 & -11 \\ -5 & 51 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -4 & 11 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

14. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

үшінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 0; 0

B) -1; 2

C) 4; 5

- D) 7; 1
E) 3; 2

15. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

- A) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
B) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

16. A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 25 & 13 \\ 10 & 19 & 1 \\ \dots & 31 & 5 \end{pmatrix}.$$

- A) $c_{31} = 0$
B) $c_{31} = 10$
C) $c_{31} = 3$
D) $c_{31} = 1$
E) $c_{31} = -3$

17. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

- A) $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
B) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

D) $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

18. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз,

мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = A - 3B$.

A) $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 2 & 13 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 7 & -7 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 2 & -8 \\ -9 & -5 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}$

19. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

екінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 0; 0

B) 0; 1

C) 2; 2

D) -1; 2

E) 3; 2

20. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

21. Егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$ матрицасының

c_{21} элементін табыңыз.

A) -8

B) 7

C) 8

D) -4

E) -1

22. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

A) $\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

D) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

E) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

23. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз,

мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = 2A + B$.

A) $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -11 & -1 \end{pmatrix}$

24. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

бірінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 7; -1

B) 0; 1

C) 2; 2

D) 1; 7

E) 3; 5

25. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -9 & 1 \\ 2 & -13 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- D) $\begin{pmatrix} -9 & 1 \\ 2 & -13 \end{pmatrix}$
 E) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

26. A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 25 & 13 \\ \dots & 19 & 1 \\ 0 & 31 & 8 \end{pmatrix}.$$

- A) $c_{21} = 5$
 B) $c_{21} = 10$
 C) $c_{21} = -5$
 D) $c_{21} = 6$
 E) $c_{21} = -10$

27. $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз:

- A) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$
 B) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$
 C) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$
 D) $-\frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & -9 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$
 E) $-\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

28. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз,

мұндағы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = A - 3B$.

- A) $\begin{pmatrix} 13 & -18 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -14 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 18 & -14 \\ -9 & -6 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 14 & -18 \\ -11 & -9 \end{pmatrix}$

29. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

екінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 7; -1

B) 0; 1

C) -3; 5

D) 1; -2

E) 3; -2

30. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

31. Егер $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$ матрицасының

c_{21} элементін табыңыз.

- A) -3
- B) 3
- C) 11
- D) 5
- E) -5

32. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

- A) $\frac{1}{22} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$
- B) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- C) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$
- D) $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
- E) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

33. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз,

мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $C = A + 3B$.

- A) $\begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -14 & 2 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} -10 & 10 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 11 & -3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 14 & -18 \\ -11 & -9 \end{pmatrix}$

34. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 3 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

үшінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 5; -1

B) 0; 1

C) -4; 2

D) 1; -5

E) 10; 9

35. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$

36. A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 25 & 13 \\ 10 & 19 & \dots \\ 0 & 31 & 5 \end{pmatrix}.$$

- A) $c_{23} = 1$
- B) $c_{23} = 2$
- C) $c_{23} = 3$
- D) $c_{23} = 4$
- E) $c_{23} = 5$

37. $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

- A) $-\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
- B) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$
- C) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$
- D) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$
- E) $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$

38. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз, мұндағы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = A - 3B$.

- A) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$
- D) $\begin{pmatrix} 4 & -12 \\ -5 & 12 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -12 & -1 \end{pmatrix}$

39. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

үшінші жолының элементтерін жазыңыз:

- A) 0;0
- B) 0;1
- C) 2;2
- D) 5;5
- E) 3;2

40. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

- A) $\begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- D) $\begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

41. Егер $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ болса, онда $C = A \cdot B$ матрицасының

c_{11} элементін табыңыз.

- A) 10
- B) -4
- C) -10
- D) -14
- E) -1

42. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

A) $\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

B) $\frac{1}{27} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

D) $\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$

E) $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

43. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз, мұндағы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = A + 3B$.

A) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -11 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 4 & -9 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & -6 \\ -9 & 9 \end{pmatrix}$

44. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

екінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) $-1; 0$

- B) 0; 1
- C) 2; -2
- D) 5; 5
- E) 3; 2

45. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

- A) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$
- B) $\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$
- C) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$
- D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- E) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

46. A және B матрицалары берілген. $C = A \cdot B$ көбейтіндісінде көрсетілмеген элементті табыңыз:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 25 & \dots \\ 10 & 19 & 1 \\ 0 & 31 & 8 \end{pmatrix}.$$

- A) $c_{13} = 5$
- B) $c_{13} = 13$
- C) $c_{13} = -5$
- D) $c_{13} = 6$
- E) $c_{13} = -13$

47. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ матрицасының кері матрицасын табыңыз.

A) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

B) $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

E) $\frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

48. A және B матрицалары берілген, C матрицасын табыңыз, мұндағы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $C = 2A - B$.

A) $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -12 & -1 \end{pmatrix}$

49. $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ берілген. $C = A + B^T$ матрицасының

бірінші жолының элементтерін жазыңыз:

A) 10; 0

B) 0; 10

C) 2; 20

D) $-1; 10$

E) $3; 20$

50. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ және $B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ матрицалары берілген, $B \cdot E$

матрицасы неге тең?

A) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

7 БІРТЕКСІЗ СЫЗЫҚТЫҚ АЛГЕБРАЛЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Біртексіз сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу әдістеріне» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

7.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

n белгісізді n біртекті сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесін шешу әдістерін қарастырайық.

Мысал 7.1:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases}$$
 жүйесін матрицалық әдіспен шешу

керек.

Шешімі:

a) *Матрицалық әдіс.*

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \quad (7.1)$$

n белгісізді n біртекті сызықтық алгебралық теңдеулер жүйесі берілсін.

Жүйені

$$AX = B \quad (7.2)$$

матрицалық түрінде жазып аламыз, мұндағы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} - \text{жүйенің матрицасы;}$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} - \text{бос мүшелер матрицасы;}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \text{белгісіздер матрицасы.}$$

(7.2) теңдеуінің шешімі

$$X = A^{-1}B \quad (7.3)$$

екендігі шығады. (7.3) теңдігін

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

түрінде жазып алып, оның оң жағындағы көбейтіндіні есептесек

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$$

түріндегі теңдікті аламыз.

Ескерту: Матрицалық әдіс жүйенің матрицасы қайтымды, яғни $\det A \neq 0$ жағдайында ғана қолданылады.

b) Жүйені

$$AX = B$$

матрицалық түрінде жазып аламыз, мұндағы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix} - \text{жүйенің матрицасы;}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} - \text{бос мүшелер матрицасы;}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \text{белгісіздер матрицасы.}$$

X матрицасын (7.4) формуласын қолданып табамыз. Жүйе матрицасының анықтауышы

$$\det A = \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -16 \neq 0,$$

яғни жүйенің матрицасы қайтымды. Формуладағы алгебралық толықтауыштарды $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ формуласымен табамыз:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -15, & A_{21} &= -\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 16, & A_{31} &= \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} = -11, \\ A_{12} &= -\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = -3, & A_{22} &= \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 0, & A_{32} &= -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 1, \\ A_{13} &= \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -14, & A_{23} &= -\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 16, & A_{33} &= \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -6. \end{aligned}$$

$\det A$ және алгебралық толықтауыштардың мәндерін X матрицасына қойсақ:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{-16} \begin{pmatrix} -15 & 16 & -11 \\ -3 & 0 & 1 \\ -14 & 16 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix} = -\frac{1}{16} \begin{pmatrix} -45 + 32 + 77 \\ -9 + 0 - 7 \\ -42 + 32 + 42 \end{pmatrix} = -\frac{1}{16} \begin{pmatrix} 64 \\ -16 \\ 32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

немесе

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

түріндегі теңдікті аламыз.

с) Жауабы: $(-4; 1; -2)$.

Ескерту: Матрицалық әдіс бұл тараудың есептерін шығаруда есептеу жолы ұзақ болғандықтан тиімсіз екенін ескерген жөн. Сондықтан, аталған әдістердің уақыт үнемдеу мақсатында ең тиімдісін тандаған дұрыс.

Мысал 7.2:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases}$$
 жүйесін Крамер ережесімен шешу

керек.

Шешімі:

а) Крамер ережесі.

(7.1) жүйесінің коэффициенттерінен, олардың орналасу ретін сақтай отыра құрылған

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \det A$$

анықтауышы (7.1) жүйесінің *анықтауышы* деп аталады.

Егер $\Delta \neq 0$ болса, онда (7.1) жүйесінің шешімі

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = \overline{1,3}, \quad (7.5)$$

формуласымен анықталады, мұндағы Δ_i - Δ анықтауышындағы i -ші бағанды бос мүшелер бағанымен алмастырғаннан пайда болған анықтауыш.

б) Жүйенің шешімін Крамер ережесімен табайық. Жүйенің анықтауышы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = -16 \neq 0,$$

онда (7.5) формуласы бойынша жүйенің шешімі

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}, \quad i = \overline{1,3}$$

формуласымен анықталады, мұндағы $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ - Δ анықтауышындағы сәйкесінше бірінші, екінші, үшінші бағанды бос мүшелер бағанымен алмастырғаннан пайда болған анықтауыштар:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & -3 \\ -7 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 64, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 3 & -7 & -3 \end{vmatrix} = -16, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -7 \end{vmatrix} = 32.$$

Бұдан

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{64}{-16} = -4, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-16}{-16} = 1, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{32}{-16} = -2.$$

с) Жауабы: $(-4; 1; -2)$.

Мысал 7.3:
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases}$$
 жүйесін Жордан-Гаусс әдісімен шешу керек.

әдісімен шешу керек.

Шешімі:

а) *Жордан-Гаусс әдісі (белгісіздерді біртіндеп жою әдісі).*

Матрицалық және Крамер әдістерін тек жолдарының саны бағандарының санына тең және де анықтаушы нөлден өзгеше жүйелерді шешу үшін ғана қолдана аламыз. Гаусс әдісінің ерекшелігі – оны кез келген жүйеге қолдануға болады. Бұл әдіс жүйенің бір теңдеуін оған басқа бір теңдеуді бір санға көбейтіп алып қосқанда шыққан теңдеумен ауыстырғаннан жүйенің шешімі өзгермейді деген тұжырымға негізделген.

Аталған түрлендіруді тізбектеп қолдана отырып (7.1) жүйесінің теңдеулерінде белгісіздерді жою арқылы жүйе

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 = b_2^{(1)} \\ a_{33}^{(2)}x_3 = b_3^{(2)} \end{cases} \quad (7.6)$$

түріндегі үшбұрышты анықталған жүйеге немесе белгісіздер саны теңдеулер санынан артық болатын жүйеге, немесе үйлесімсіз жүйеге әкелінеді.

Бірінші жағдайда соңғы теңдеуден x_3 белгісізін тауып алып төменнен санағанда екінші теңдеуге қою арқылы x_2 белгісізін табамыз, сонан соң x_2, x_3 мәндерін бірінші теңдеуге қойып x_1 мәнін табамыз.

б) Жүйенің шешімін Жордан-Гаусс әдісімен табайық.

Екінші және үшінші теңдеулердегі x_1 белгісізін жою үшін: бірінші теңдеуді (-2) -ге көбейтіп, екінші теңдеуге қосамыз; бірінші теңдеуді (-3) -ке көбейтіп, үшінші теңдеуге қосамыз

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ 0 - 6x_2 - x_3 = -4 \\ 0 - 16x_2 + 0 = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 3 \\ -6x_2 - x_3 = -4 \\ -16x_2 = -16. \end{cases}$$

Жүйенің үшінші теңдеуінен x_2 белгісін тауып, оны екінші теңдеудегі орнына қойсақ x_3 белгісізі, ал табылған x_2, x_3 белгісіздерін бірінші теңдікке қойсақ x_1 белгісізі табылады:

$$\begin{cases} x_1 = -5x_2 + x_3 + 3 \\ x_3 = 4 - 6x_2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2 + x_3 \\ x_3 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = -2. \end{cases}$$

с) Жауабы: $(-4; 1; -2)$.

7.2 Тест тапсырмалары

1. $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3y - 2z = 0 \\ y - z = -1 \end{cases}$ жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) 3

2. $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z = 3 \\ 5y + z = 11 \end{cases}$ жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) -1
- C) 3
- D) -2
- E) 2

3. $\begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ 17y - z = -19 \\ y = -1 \end{cases}$ жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 3

- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) 4

4.
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -2 \\ 2y - 3z = -9 \\ y + 5z = 2 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 4
- B) 1
- C) 2
- D) -1
- E) 3

5.
$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 5 \\ 19y + 6z = 20 \\ 17y + 3z = 25 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) 0
- C) 2
- D) -2
- E) -3

6.
$$\begin{cases} x + y + 3z = 4 \\ y - 8z = -5 \\ 4y + 3z = 15 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) -2
- B) 1
- C) -1
- D) 0
- E) 4

7.
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ y - 4z = 13 \\ y + 2z = -5 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) -3

- C) 2
- D) -1
- E) 3

8.
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = -3 \\ y - 4z = 6 \\ 9y + 17z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 6
- B) 0
- C) 2
- D) -2
- E) -1

9.
$$\begin{cases} 3x + y + z = 4 \\ 3y + 2z = 5 \\ 7y + 10z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) -1
- B) -2
- C) 2
- D) 1
- E) 0

10.
$$\begin{cases} 2x + 5y + 2z = 7 \\ 3y + 4z = 1 \\ 11y + 7z = 19 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) -2

11.
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 2z = -1 \\ y + 3z = -1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) 3

- C) $\frac{1}{3}$
- D) -3
- E) $-\frac{1}{3}$

12. $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ y+7z=-3 \\ y+13z=-5 \end{cases}$ жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) $\frac{2}{3}$
- C) $-\frac{2}{3}$
- D) $\frac{3}{2}$
- E) $-\frac{3}{2}$

13. $\begin{cases} x+y+z=4 \\ y+2z=-2 \\ y+3z=-12 \end{cases}$ жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) -18
- C) $-\frac{1}{18}$
- D) 18
- E) $\frac{1}{18}$

14. $\begin{cases} x-y+3z=-5 \\ 5y-7z=14 \\ 8y-13z=31 \end{cases}$ жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) $\frac{43}{39}$

C) $-\frac{43}{9}$

D) $\frac{9}{43}$

E) $-\frac{9}{43}$

15.
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 1

B) 0

C) 2

D) -1

E) 3

16.
$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3y + 4z = -6 \\ x + z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 5

B) -5

C) 3

D) 4

E) 0

17.
$$\begin{cases} x - 4y + 3z = -22 \\ y - z = 6 \\ 11y - z = 56 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін

табыңыз.

A) 3

B) 5

C) -3

D) 2

E) -5

18.
$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2y - z = 1 \\ 2y + z = -1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 2
- B) -2
- C) -1
- D) -3
- E) 1

19.
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ y - z = -3 \\ 6y + 5z = 4 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 2
- B) -1
- C) 20
- D) -2
- E) 1

20.
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x + y = 4 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) жүйе үйлесімсіз
- B) 5
- C) 0
- D) 9
- E) -6

21.
$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ y - 2z = 4 \\ y + 2z = -4 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 2
- B) -1
- C) 12
- D) 3
- E) -2

$$22. \begin{cases} x + 5y + z = 20 \\ 11y + 5z = 49 \\ 11y + z = 45 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } y \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) 2
- B) 4
- C) 3
- D) 1
- E) -1

$$23. \begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12 \\ y - z = -1 \\ y - 11z = -51 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } y \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) 1
- B) -4
- C) 4
- D) 3
- E) 2

$$24. \begin{cases} x - 5y + 2z = -15 \\ -x - 3y - z = -10 \\ x + y = 5 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } z \text{ белгісізінің мәнін}$$

табыңыз.

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 5
- E) -1

$$25. \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 15 \\ x - 2y = 6 \\ y = -2 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } x \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) 8
- B) 7
- C) -5
- D) 2

E)

26.
$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) 3

27.
$$\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 3x - 4y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) -1
- C)
- D) -2
- E) 2

28.
$$\begin{cases} x + 5y + z = 0 \\ 17y - z = -19 \\ 3y + 2z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 3
- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) 4

29.
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -2 \\ 5x + 8y = -4 \\ 6x + 7y = 3 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 4
- B) 1
- C) 2
- D) -1

E) 3

30.
$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 0 \\ 19x + 11z = 5 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 1

B) 0

C) 2

D) -2

E) -3

31.
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 2z = -1 \\ y + 3z = -1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

A) -1

B)

C) 1

D) -3

E) -2

32.
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ y + 7z = -3 \\ y + 13z = -5 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 0

B) $\frac{10}{3}$

C) $-\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{2}$

E) $-\frac{3}{2}$

33.
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ y + 2z = -2 \\ y + 3z = -12 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 0
- B) -2
- C) -4
- D) 2
- E) 4

34.
$$\begin{cases} x - y + 3z = -5 \\ 5y - 7z = 14 \\ 8y - 13z = 31 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) $\frac{43}{39}$
- B) $\frac{43}{9}$
- C) $-\frac{35}{9}$
- D) $-\frac{9}{43}$
- E) $-\frac{9}{43}$

35.
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) 1
- B) 3
- C) 2
- D) -1
- E) 0

36.
$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2y - 3z = 0 \\ y - z = -1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) -2
- B) 0
- C) 2
- D) -1

E) 3

37.
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + z = 3 \\ 5x + z = 11 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

A) -2

B) 0

C) 2

D) -1

E) 3

38.
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 17x - z = -19 \\ x = -1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

A) -2

B) 0

C) 2

D) -1

E) 4

39.
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -2 \\ 2y - 3z = -9 \\ y + 5z = 2 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 4

B) -1

C) 2

D) 1

E) -3

40.
$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 5 \\ 19y + 6z = 20 \\ 17y + 3z = 25 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 1

B) 0

- C) 2
- D) -2
- E) -3

41.
$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ y - 3z = -5 \\ 2y + 3z = 0 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) -2
- B) $\frac{1}{2}$
- C) -1
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{1}{4}$

42.
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -2 \\ y - 4z = 13 \\ y + 2z = -5 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

- A) -2
- B) 0
- C) 1
- D) -1
- E) 3

43.
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = -3 \\ y - 4z = 6 \\ 9y + 17z = 1 \end{cases}$$
 жүйесін шешіп, z белгісізінің мәнін табыңыз.

- A)
- B) 0
- C) 2
- D) -2
- E) -1

$$44. \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3y + 2z = 3 \\ 2y + 4z = 2 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } x \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) 1
- B) -2
- C) 2
- D) -1
- E) 0

$$45. \begin{cases} 2x + 5y + 2z = 7 \\ 3y + 4z = 1 \\ 11y + 7z = 19 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } y \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) 2
- B) 0
- C) 2
- D) -1
- E) 3

$$46. \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 2z = -1 \\ y + 3z = -1 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } z \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) -2
- B) 0
- C) 2
- D) 1
- E) 3

$$47. \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ y + 7z = -3 \\ y + 13z = -5 \end{cases} \text{ жүйесін шешіп, } z \text{ белгісізінің мәнін табыңыз.}$$

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $-\frac{1}{3}$

C) $-\frac{2}{3}$

D) $\frac{3}{2}$

E) 3

48. $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ y + 2z = -2 \\ y + 3z = 0 \end{cases}$ жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 8

B) 6

C) 2

D) -8

E) -6

49. $\begin{cases} x - y + 3z = -5 \\ 5y - 7z = 8 \\ 8y - 13z = -7 \end{cases}$ жүйесін шешіп, y белгісізінің мәнін табыңыз.

A) -12

B) 12

C) 17

D) -17

E) 15

50. $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ жүйесін шешіп, x белгісізінің мәнін табыңыз.

A) 2

B) 0

C) 2

D) 1

E) 3

8 ВЕКТОРЛАР, ОЛАРҒА ҚОЛДАНЫЛАТЫН ҚОСУ (АЗАЙТУ) АМАЛДАРЫ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Векторлар, оларға қолданылатын қосу (азайту) амалдарына» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

8.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 8.1: $A(0;5;-2)$, $B(-3;1;-3)$, $C(7;2;0)$, $D(3;-2;-1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AD} \pm \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

Шешімі:

а) Басы $A(x_1; y_1)$ нүктесінде, ұшы $B(x_2; y_2)$ нүктесінде орналасқан \overrightarrow{AB} векторының координаталық түрі:

$$\overrightarrow{AB} \in OXY \Rightarrow \overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1);$$

$$\overrightarrow{AB} \in OXYZ \Rightarrow \overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1).$$

Координаталық түрде берілген $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$ үшін

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x; a_y \pm b_y; a_z \pm b_z)$$

болады.

б) $\overrightarrow{AD} = (3 - 0; -2 - 5; -1 - (-2)) = (3; -7; 1);$

$$\overrightarrow{BC} = (7 - (-3); 2 - 1; 0 - (-3)) = (10; 1; 3);$$

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = (3; -7; 1) + (10; 1; 3) = (3 + 10; -7 + 1; 1 + 3) = (13; -6; 4);$$

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = (3; -7; 1) - (10; 1; 3) = (3 - 10; -7 - 1; 1 - 3) = (-7; -8; -2).$$

с) Жауабы:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = (13; -6; 4);$$

$$\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC} = (-7; -8; -2).$$

8.2 Тест тапсырмалары

1. $A(0;1;-2)$, $B(1;1;-3)$, $C(1;2;0)$, $D(3;2;-1)$ нүктелері берілген.

$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

А) $(-1;0;1)$

В) $(-1;0;0)$

- C) (2;0;1)
- D) (0;0;1)
- E) (1;0;2)

2. $A(4;1;0)$, $C(2;1;0)$, $D(2;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (2; 0; 4)
- B) (-2;1;1)
- C) (-2;0;8)
- D) (1;2;-4)
- E) (0;2;8)

3. $A(2;1;0)$, $B(0;1;3)$, $C(1;3;0)$, $D(0;1;5)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;0;1)
- B) (-1;2;-2)
- C) (1;1;-4)
- D) (2;1;3)
- E) (1;4;-2)

4. $A(1;-1;0)$, $B(1;1;3)$, $C(4;0;1)$, $D(0;1;2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;0;1)
- B) (1;2;-2)
- C) (1;1;-4)
- D) (-4;3;4)
- E) (1;4;-2)

5. $A(0;-1;2)$, $B(2;1;2)$, $C(2;1;0)$, $D(0;2;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;3;-3)
- B) (0;2;2)
- C) (1;-2;1)
- D) (0;2;-3)
- E) (4;1;-1)

6. $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(0;3;-2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(2;2;-3)$
- B) $(2;4;-3)$
- C) $(-3;7;-1)$
- D) $(-2;2;0)$
- E) $(1;2;3)$

7. $A(5;1;2)$, $B(0;1;-2)$, $C(1;2;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(4;2;-3)$
- B) $(-1;-1;-3)$
- C) $(1;2;-1)$
- D) $(-4;2;3)$
- E) $(4;3;-2)$

8. $A(1;2;1)$, $B(3;4;2)$, $C(-1;5;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(-2;2;-3)$
- B) $(2;2;3)$
- C) $(0;5;0)$
- D) $(-2;2;1)$
- E) $(2;2;-1)$

9. $A(1;-1;1)$, $B(2;4;2)$, $C(1;3;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(2;1;1)$
- B) $(-2;1;-1)$
- C) $(-1;-1;1)$
- D) $(0;2;-1)$
- E) $(1;1;2)$

10. $A(2;-1;0)$, $B(1;3;1)$, $C(0;4;5)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

A) $(-2;5;5)$

B) $(-2;1;3)$

C) $(2;-5;2)$

D) $(-2;2;1)$

E) $(1;-5;5)$

11. $A(1;2;1)$, $B(3;2;-4)$, $C(-1;5;2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

A) $(6;-3;-11)$

B) $(2;-3;2)$

C) $(2;-2;1)$

D) $(0;2;1)$

E) $(2;-2;3)$

12. $A(2;-1;1)$, $B(0;4;3)$, $C(-2;5;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

A) $(1;-2;1)$

B) $(-2;1;5)$

C) $(0;-4;1)$

D) $(-4;6;-1)$

E) $(-4;2;2)$

13. $A(1;1;1)$, $B(0;2;3)$, $C(2;5;0)$, $D(0;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

A) $(-1;5;3)$

B) $(1;7;-2)$

C) $(1;2;-3)$

D) $(3;2;6)$

E) $(1;5;-2)$

14. $A(-2;0;1)$, $B(1;1;3)$, $C(2;4;1)$, $D(2;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

A) $(-3;1;4)$

- B) (3; -2; 5)
- C) (-2; 5; 5)
- D) (2; 5; 2)
- E) (3; 5; 5)

15. $A(0; 1; -1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(2; -3; 1)$, $D(2; 1; 0)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1; -2; 1)
- B) (1; -3; 3)
- C) (2; 5; -1)
- D) (1; 5; 0)
- E) (2; 1; 1)

16. $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(1; 0; -1)$, $D(2; 1; -2)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (4; -3; -4)
- B) (2; -3; 1)
- C) (4; 3; 2)
- D) (0; 3; -4)
- E) (1; 1; -3)

17. $A(0; 3; -1)$, $B(-1; 1; 2)$, $C(1; 4; -1)$, $D(3; 1; 4)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (2; 3; -2)
- B) (1; 3; 1)
- C) (-3; 1; -2)
- D) (-3; 2; 2)
- E) (1; 4; -2)

18. $A(0; -1; 2)$, $B(0; 1; 3)$, $C(2; 3; 0)$, $D(0; 1; 4)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-2; 0; 5)
- B) (2; 0; 1)
- C) (-2; 1; 5)

- D) (4;0;2)
- E) (-2;2;1)

19. $A(0;1;4)$, $B(1;1;3)$, $C(2;1;0)$, $D(2;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;0;1)
- B) (1;0;-5)
- C) (0;0;1)
- D) (1;2;5)
- E) (1;1;-4)

20. $A(4;1;0)$, $B(0;-1;2)$, $C(2;1;0)$, $D(0;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-2;-2;-2)
- B) (8;0;8)
- C) (1;-6;0)
- D) (-6;-2;6)
- E) (1;2;-2)

21. $A(2;-1;0)$, $B(1;3;1)$, $C(0;4;5)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;9;-5)
- B) (3;1;-5)
- C) (1;-1;-4)
- D) (3;2;5)
- E) (3;9;5)

22. $A(1;2;1)$, $B(3;2;-4)$, $C(-1;5;2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (0;3;-4)
- B) (1;2;4)
- C) (1;0;3)
- D) (0;2;4)
- E) (1;-3;4)

23. $A(2;-1;1)$, $B(0;4;3)$, $C(-2;5;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(8;30;-2)$
- B) $(2;3;2)$
- C) $(6;0;-2)$
- D) $(-6;3;-2)$
- E) $(2;-1;3)$

24. $A(0;1;-2)$, $B(4;-5;1)$, $C(1;2;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(5;-5;6)$
- B) $(2;1;2)$
- C) $(-12;7;0)$
- D) $(7;1;-2)$
- E) $(6;1;3)$

25. $A(2;1;4)$, $B(5;1;-2)$, $C(0;3;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(5;-2;-3)$
- B) $(2;0;-3)$
- C) $(1;2;3)$
- D) $(0;2;3)$
- E) $(2;-2;3)$

26. $A(0;1;-2)$, $B(1;1;-3)$, $C(1;2;0)$, $D(3;2;-1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

- A) $(-1;0;1)$
- B) $(-1;0;0)$
- C) $(3;2;4)$
- D) $(0;0;1)$
- E) $(1;0;2)$

27. $A(4;1;0)$, $C(2;1;0)$, $D(2;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (2;0;4)
- B) (-2;0;0)
- C) (-2;0;8)
- D) (1;2;-4)
- E) (0;2;8)

28. $A(2;1;0)$, $B(0;1;3)$, $C(1;3;0)$, $D(0;1;5)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;0;1)
- B) (-3;-2;8)
- C) (1;1;-4)
- D) (2;1;3)
- E) (1;4;-2)

29. $A(1;-1;0)$, $B(1;1;3)$, $C(4;0;1)$, $D(0;1;2)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;0;1)
- B) (1;2;-2)
- C) (1;1;-4)
- D) (4;1;2)
- E) (1;4;-2)

30. $A(2;3;2)$, $B(3;2;1)$, $C(-1;5;2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-3;2;0)
- B) (2;-3;2)
- C) (2;-2;1)
- D) (0;2;1)
- E) (2;-2;3)

31. $A(0;-1;2)$, $B(2;1;2)$, $C(2;1;0)$, $D(0;2;1)$ нүктелері берілген.
 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (4;1;-1)
- B) (0;2;2)

- C) (1;-2;1)
- D) (0;2;-3)
- E) (0;3;-3)

32. $A(3;-2;2)$, $B(0;4;4)$, $C(-2;5;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;-2;1)
- B) (-5;7;-2)
- C) (0;-4;1)
- D) (-4;6;-1)
- E) (-4;2;2)

33. $A(2;2;2)$, $B(1;2;3)$, $C(2;5;7)$, $D(1;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-1;5;3)
- B) (1;5;-2)
- C) (0;4;4)
- D) (3;2;6)
- E) (-3;-3;6)

34. $A(0;0;1)$, $B(1;1;5)$, $C(2;4;6)$, $D(2;8;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-3;1;4)
- B) (3;-2;5)
- C) (-2;5;5)
- D) (1;5;2)
- E) (3;5;5)

35. $A(2;1;-1)$, $B(1;2;3)$, $C(4;-3;5)$, $D(2;1;6)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;-2;1)
- B) (1;5;1)
- C) (2;5;-1)
- D) (1;5;0)

Е) $(1; -3; 3)$

36. $A(0; 6; 1)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(1; 0; -1)$, $D(2; 7; -2)$ нүктелері берілген.

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ координаталарын табыңыз.

А) $(4; -3; -4)$

В) $(4; -2; -4)$

С) $(4; 3; 2)$

Д) $(0; 3; -4)$

Е) $(1; 1; -3)$

37. $A(0; 4; -1)$, $B(-1; 1; 2)$, $C(1; 4; -1)$, $D(5; 1; 4)$ нүктелері берілген.

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

А) $(-5; 0; -2)$

В) $(1; 3; 1)$

С) $(-3; 1; -2)$

Д) $(-3; 2; 2)$

Е) $(1; 4; -2)$

38. $A(0; -4; 2)$, $B(0; 1; 3)$, $C(2; 8; 0)$, $D(0; 1; 4)$ нүктелері берілген.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

А) $(-2; 0; 5)$

В) $(2; 0; 1)$

С) $(-2; -2; 5)$

Д) $(4; 0; 2)$

Е) $(-2; 2; 1)$

39. $A(0; 1; 8)$, $B(1; 1; 3)$, $C(2; 1; 9)$, $D(2; 1; 4)$ нүктелері берілген.

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

А) $(1; 0; 0)$

В) $(1; 0; -5)$

С) $(0; 0; 1)$

Д) $(1; 2; 5)$

Е) $(1; 1; -4)$

40. $A(6;1;0)$, $B(0;-1;2)$, $C(4;1;0)$, $D(0;1;4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.
- A) $(-2;-2;-2)$
 - B) $(8;0;8)$
 - C) $(1;-6;0)$
 - D) $(-10;-2;6)$
 - E) $(1;2;-2)$
41. $A(9;-1;0)$, $B(1;7;1)$, $C(0;4;5)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.
- A) $(1;9;-5)$
 - B) $(3;1;-5)$
 - C) $(-3;9;6)$
 - D) $(1;3;-4)$
 - E) $(3;9;5)$
42. $A(1;2;6)$, $B(3;2;-8)$, $C(-1;5;2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.
- A) $(0;3;-18)$
 - B) $(1;2;4)$
 - C) $(1;0;3)$
 - D) $(0;2;4)$
 - E) $(1;-3;4)$
43. $A(2;-5;1)$, $B(0;8;3)$, $C(-2;5;0)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.
- A) $(8;30;-2)$
 - B) $(2;3;2)$
 - C) $(6;0;-2)$
 - D) $(-6;3;-2)$
 - E) $(2;3;3)$
44. $A(0;4;-2)$, $B(4;-8;1)$, $C(1;2;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (5; -14; 6)
- B) (2; 1; 2)
- C) (-12; 7; 0)
- D) (7; 1; -2)
- E) (6; 1; 3)

45. $A(8; 1; 0)$, $C(2; 5; 0)$, $D(2; 1; 4)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (2; 0; 4)
- B) (-6; 4; 0)
- C) (-2; 0; 8)
- D) (1; 2; -4)
- E) (0; 2; 8)

46. $A(0; 3; -2)$, $B(1; 1; -3)$, $C(1; 8; 0)$, $D(3; 2; -1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (-1; 0; 1)
- B) (-1; 0; 0)
- C) (3; 6; 4)
- D) (0; 0; 1)
- E) (1; 0; 2)

47. $A(1; -6; 0)$, $B(1; 1; 3)$, $C(4; 0; 1)$, $D(4; 1; 2)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1; 0; 1)
- B) (1; 2; -2)
- C) (1; 1; -4)
- D) (4; 1; 2)
- E) (0; 6; 2)

48. $A(2; 4; 0)$, $B(0; 1; 3)$, $C(1; 7; 0)$, $D(0; 1; 5)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1; 0; 1)
- B) (-3; -9; 8)
- C) (1; 1; -4)

- D) (2;1;3)
- E) (1;4;-2)

49. $A(0;-8;2)$, $B(2;1;2)$, $C(2;3;0)$, $D(0;2;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$ координаталарын табыңыз.

- A) (4;10;-1)
- B) (0;2;2)
- C) (1;-2;1)
- D) (0;2;-3)
- E) (0;3;-3)

50. $A(2;1;3)$, $B(8;1;-2)$, $C(0;3;1)$ нүктелері берілген. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ координаталарын табыңыз.

- A) (1;2;-9)
- B) (2;0;-3)
- C) (4;2;-7)
- D) (0;2;3)
- E) (2;-2;3)

9 ВЕКТОРЛАРДЫҢ СКАЛЯРЛЫҚ, ВЕКТОРЛЫҚ, АРАЛАС КӨБЕЙТІНДІСІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Векторлардың скалярлық, векторлық, аралас көбейтіндісіне» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

9.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 9.1: $A(3;-1;0)$, $B(5;3;4)$, $C(0;-2;6)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

Шешімі:

а) \vec{a} және \vec{b} нөлдік емес векторларының скалярлық көбейтіндісі деп

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) \quad (9.1)$$

санын айтамыз, белгіленуі: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ немесе (\vec{a}, \vec{b}) .

$\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ және $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ координаталық векторлары үшін скалярлық көбейтінді:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z. \quad (9.2)$$

б) $\overrightarrow{AB} = (5-3; 3-(-1); 4-0) = (2; 4; 4)$;

$$\overrightarrow{AC} = (0-3; -2-(-1); 6-0) = (-3; -1; 6)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (2; 4; 4) \cdot (-3; -1; 6) = 2 \cdot (-3) + 4 \cdot (-1) + 4 \cdot 6 = 14.$$

с) Жауабы: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 14$.

Мысал 9.2: $\vec{a} = (1; 5; 0)$, $\vec{b} = (3; -1; 7)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

Шешімі:

а) \vec{a} және \vec{b} векторларының векторлық көбейтіндісі деп келесі үш шартты қанағаттандыратын \vec{c} векторын айтамыз:

$$\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b};$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin(\widehat{\vec{a}, \vec{b}});$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - оң үштік құрайды.

$\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ және $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ координаталық векторлары үшін векторлық көбейтінді:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \vec{k} \quad (9.3)$$

б) (9.3) формуласы бойынша

$$\begin{aligned} \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 5 & 0 \\ 3 & -1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -1 & 7 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} \vec{k} = \\ &= (35 - 0)\vec{i} - (7 - 0)\vec{j} + (-1 - 15)\vec{k} = 35\vec{i} - 7\vec{j} - 16\vec{k}. \end{aligned}$$

с) Жауабы: $\vec{a} \times \vec{b} = (35; -7; -16)$.

Мысал 9.3: $\vec{a} = (2; 3; 0)$, $\vec{b} = (5; -1; 0)$, $\vec{c} = (7; 2; 0)$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

Шешімі:

а) \vec{a}, \vec{b} және \vec{c} векторларының аралас көбейтіндісі деп $\vec{a} \times \vec{b}$ және \vec{c} векторларының скалярлық көбейтіндісін айтамыз да

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

түрінде белгілейміз. Анықтамадан $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$, $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$ координаттық векторларының аралас көбейтіндісі

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

формуласы бойынша табылатыны шығады. Демек,

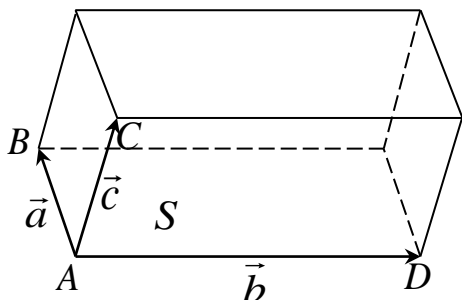
$$\text{б) } \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 7 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

с) Жауабы: $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$.

Мысал 9.4: Төбелері $A(1;2;-2)$, $B(2;2;1)$, $C(1;3;-3)$, $D(1;3;0)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

Шешімі:

- a) \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} векторларының аралас көбейтіндісінің модулі осы векторларға тұрғызылған параллелепипедтің көлемін береді:



$$V = |(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD})|.$$

b) $\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-2; 1-(-2)) = (1; 0; 3);$

$$\overrightarrow{AC} = (1-1; 3-2; -3-(-2)) = (0; 1; -1);$$

$$\overrightarrow{AD} = (1-1; 3-2; 0-(-2)) = (0; 1; 2);$$

$$V = |(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD})| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = |2+0+0-0-0+1| = |3| = 3.$$

- c) Жауабы: $V = 3$.

9.2 Тест тапсырмалары

1. $A(2;-1;0)$, $B(1;3;1)$, $C(0;4;5)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 27
- B) 21
- C) 25
- D) 18
- E) 16

2. Төбелері $A(1;1;1)$, $B(2;4;0)$, $C(3;0;3)$, $D(2;-1;5)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 23
- B) $\frac{5}{2}$
- C) 15
- D) 25
- E) 3

3. $\vec{a} = (0; 2; 1)$, $\vec{b} = (4; -1; 3)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (7; -1; -9)
- B) (3; 1; 3)
- C) (7; 4; -8)
- D) (5; 7; 3)
- E) (5; 1; 3)

4. $A(1; 2; 1)$, $B(3; 2; -4)$, $C(-1; 5; 2)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 7
- B) -9
- C) 5
- D) -8
- E) 10

5. Төбелері $A(1; 2; -2)$, $B(3; 2; 1)$, $C(1; 3; -3)$, $D(1; 4; 0)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 1
- B) 3
- C) 8
- D) 2
- E) 5

6. $\vec{a} = (-1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 0; -1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (-2; -1; 5)
- B) (-2; -8; 5)

- C) (2;1;5)
- D) (-2;-1;3)
- E) (-2;5;-4)

7. $A(2;-1;1)$, $B(0;4;3)$, $C(-2;5;0)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 7
- B) -19
- C) 5
- D) -28
- E) 36

8. Төбелері $A(1;2;2)$, $B(2;3;0)$, $C(1;3;4)$, $D(1;1;3)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 5
- B) -1
- C) 1
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 3

9. $\vec{a} = (5;0;1)$, $\vec{b} = (1;2;-1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (-22;6;10)
- B) (-2;9;10)
- C) (-2;6;10)
- D) (2;4;9)
- E) (2;-4;2)

10. $A(0;1;-2)$, $B(4;-5;1)$, $C(1;2;1)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 17
- B) -50
- C) -54
- D) -28

E) 15

11. Төбелері $A(2;1;-4)$, $B(4;0;-5)$, $C(3;4;-5)$, $D(3;2;0)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

A) 30

B) 31

C) 29

D) 32

E) 33

12. $\vec{a} = (2;1;1)$, $\vec{b} = (0;3;-2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

A) $(-5;-1;5)$

B) $(-5;-7;5)$

C) $(1;1;5)$

D) $(-5;4;6)$

E) $(-9;-1;5)$

13. $A(2;1;4)$, $B(5;1;-2)$, $C(0;3;1)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

A) 21

B) -33

C) -15

D) -20

E) 12

14. $\vec{a} = (1;0;1)$, $\vec{b} = (-1;-1;0)$, $\vec{c} = (2;2;0)$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

A) 0

B) 2

C) 1

D) -2

E) -1

15. $\vec{a} = (1;2;-1)$, $\vec{b} = (-1;3;2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (7;-1;5)
- B) (8;-1;5)
- C) (1;1;5)
- D) (11;-1;5)
- E) (7;1;2)

16. $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(0;3;-2)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 1
- B) 3
- C) -5
- D) -2
- E) 8

17. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

- A) 0
- B) 22
- C) 14
- D) -2
- E) 28

18. $\vec{a} = (-1;2;4)$, $\vec{b} = (1;-2;1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (9;5;0)
- B) (10;5;0)
- C) (4;5;0)
- D) (-6;-5;0)
- E) (1;-5;2)

19. $A(5;1;2)$, $B(0;1;-2)$, $C(1;2;1)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 11
- B) -30
- C) -17

- D) -10
- E) 9

20. Төбелері $A(1;1;0)$, $B(2;1;-5)$, $C(2;4;3)$, $D(1;2;2)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 3
- B) 1
- C) 2
- D) -2
- E) 0

21. $\vec{a} = (0;2;3)$, $\vec{b} = (4;-1;2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (9;5;-8)
- B) (3;5;-8)
- C) (2;5;-8)
- D) (-6;-5;0)
- E) (7;12;-8)

22. $A(1;2;1)$, $B(3;4;2)$, $C(-1;5;0)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 1
- B) -3
- C) -1
- D) -8
- E) 5

23. $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

- A) 0
- B) 12
- C) 10
- D) -2
- E) -4

24. $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (16; -2; -6)
- B) (6; 5; 6)
- C) (-9; 5; 6)
- D) (-16; 1; 0)
- E) (6; 7; -6)

25. A(1; -1; 1), B(2; 4; 2), C(1; 3; 0) нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 19
- B) 21
- C) 20
- D) -15
- E) -14

26. $\vec{a} = (-1; 7; 3)$, $\vec{b} = (1; 0; -1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (-2; -1; 5)
- B) (-7; 2; -7)
- C) (2; 1; 5)
- D) (-2; -1; 3)
- E) (-2; 5; -4)

27. Төбелері A(1; 1; 1), B(5; -3; 0), C(3; 0; 3), D(2; -1; 5) нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 23
- B) $\frac{5}{2}$
- C) 15
- D) 27
- E) 3

28. $\vec{a} = (5; -2; -1)$, $\vec{b} = (4; -1; 3)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) $(7; -1; -9)$
- B) $(5; -1; -9)$
- C) $(7; 4; -8)$
- D) $(22; -1; -9)$
- E) $(-7; -19; 3)$

29. $A(1; 2; 1)$, $B(7; 8; -4)$, $C(-1; 5; 2)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 1
- B) -9
- C) 5
- D) -8
- E) 10

30. Төбелері $A(1; 2; -2)$, $B(5; -4; 3)$, $C(1; 3; -3)$, $D(1; 3; 0)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) **1**
- B) 12
- C) 7
- D) 24
- E) 5

31. Төбелері $A(3; 1; -5)$, $B(6; 2; -4)$, $C(3; 2; -1)$, $D(4; 2; 1)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 9
- B) 31
- C) 29
- D) 32
- E) 33

32. $\vec{a} = (2; 2; -1)$, $\vec{b} = (0; -3; -2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) $(-5; -1; 5)$
- B) $(-7; 4; -6)$
- C) $(1; 1; 5)$

D) $(-5;4;6)$

E) $(-6;4;6)$

33. $A(3;1;6)$, $B(7;1;-3)$, $C(0;3;4)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

A) 21

B) -33

C) -91

D) -20

E) 12

34. $\vec{a} = (3;0;3)$, $\vec{b} = (-1;-1;0)$, $\vec{c} = (3;3;0)$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

A) -2

B) 2

C) 1

D) 0

E) -1

35. $\vec{a} = (-1;6;-2)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

A) $(7;-1;5)$

B) $(5;-1;5)$

C) $(1;1;5)$

D) $(3;-1;5)$

E) $(22;4;1)$

36. $A(3;-2;0)$, $B(1;3;0)$, $C(0;4;5)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{AC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

A) 36

B) 21

C) 25

D) 18

E) 16

37. $A(2;-1;3)$, $B(0;4;1)$, $C(-2;4;0)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{AC}

векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 7
- B) 39
- C) 5
- D) -28
- E) 36

38. Төбелері $A(1;3;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-2;4)$, $D(1;4;3)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 7
- B) -7
- C) 1
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 3

39. $\vec{a} = (-4;0;1)$, $\vec{b} = (1;0;-1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) $(0;-3;0)$
- B) $(-2;9;10)$
- C) $(-2;6;10)$
- D) $(2;4;9)$
- E) $(2;-4;2)$

40. $A(0;3;-2)$, $B(2;-5;1)$, $C(1;2;0)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 17
- B) -61
- C) -54
- D) -28
- E) 15

41. Төбелері $A(2;0;-4)$, $B(4;2;-5)$, $C(3;2;-5)$, $D(3;1;0)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 30
- B) 31
- C) 29

- D) 9
- E) 33

42. $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (0;6;-2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) $(-5;-1;5)$
- B) $(-5;-7;5)$
- C) $(1;1;5)$
- D) $(-5;4;6)$
- E) $(-12;4;12)$

43. $A(2;1;5)$, $B(6;1;-2)$, $C(0;7;1)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 21
- B) -33
- C) -45
- D) -20
- E) 12

44. $\vec{a} = (2;0;1)$, $\vec{b} = (-1;3;0)$, $\vec{c} = (2;5;0)$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

- A) 0
- B) 2
- C) 1
- D) -2
- E) -11

45. $\vec{a} = (1;3;-1)$, $\vec{b} = (-1;0;2)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) $(7;-1;5)$
- B) $(8;-1;5)$
- C) $(6;-1;3)$
- D) $(11;-1;5)$
- E) $(7;1;2)$

46. $A(3;-1;0)$, $B(1;4;1)$, $C(0;5;-2)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BC}

векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 1
- B) 4
- C) -5
- D) -2
- E) 8

47. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ векторларының аралас көбейтіндісін табыңыз.

- A) 35
- B) 22
- C) 14
- D) -2
- E) 28

48. $\vec{a} = (-1; 2; 5)$, $\vec{b} = (2; -2; 1)$ векторларының векторлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) (9; 5; 0)
- B) (10; 5; 0)
- C) (12; 11; -2)
- D) (-6; -5; 0)
- E) (1; -5; 2)

49. $A(4; 1; 2)$, $B(0; 2; -2)$, $C(1; 0; 1)$ нүктелері берілген. \overrightarrow{AB} және \overrightarrow{BC} векторларының скалярлық көбейтіндісін табыңыз.

- A) 11
- B) -30
- C) -18
- D) -10
- E) 9

50. Төбелері $A(1; 2; 0)$, $B(3; 1; -5)$, $C(2; 5; 3)$, $D(1; 2; 4)$ нүктелері болатын параллелепипедтің көлемін табыңыз.

- A) 28
- B) 18
- C) 20
- D) -22
- E) 10

10 ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ТҮЗУ ТЕҢДЕУЛЕРІ, НҮКТЕДЕН ТҮЗУГЕ ДЕЙІНГІ АРАҚАШЫҚТЫҚ, ТҮЗУЛЕРДІҢ ҚИЫЛЫСУ НҮКТЕСІ

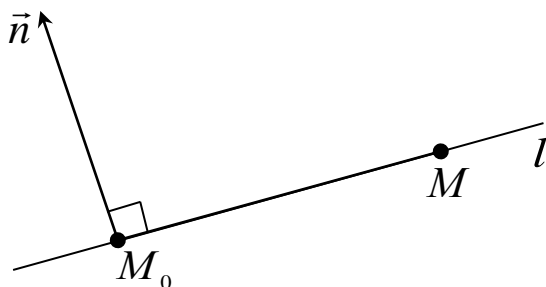
Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Жазықтықтағы түзу теңдеулеріне, нүктеден түзуге дейінгі арақашықтықты және түзулердің қиылысу нүктесін табуға» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

10.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 10.1: $M(5;0)$ нүктесі арқылы $\vec{n}(1; 0)$ векторына перпендикуляр өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

а)



l қарастырылып отырған түзу болсын да, $M(x; y)$ - түзудің $M_0(x_0; y_0)$ нүктесінен өзгеше кез келген нүктесі болсын. Онда

$$M(x; y) \in l \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x - x_0; y - y_0) \perp \vec{n}(A; B) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x - x_0; y - y_0) \cdot \vec{n}(A; B) = 0 \Leftrightarrow$$

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0. \quad (10.1)$$

(10.1) теңдеуі - $M_0(x_0; y_0)$ нүктесі арқылы $\vec{n}(A; B)$ векторына перпендикуляр өтетін түзудің теңдеуі. \vec{n} векторы түзудің нормальдық векторы деп аталады.

б) есептің шарты бойынша $x_0 = 5, y_0 = 0$ және $A = 1, B = 0$ болғандықтан (10.1) теңдеуінен түзудің

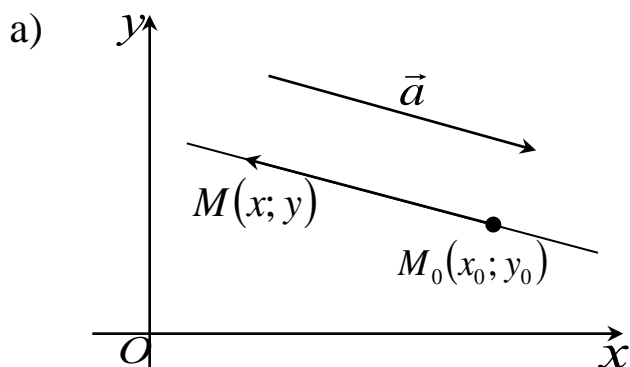
$$1(x - 5) + 0(y - 0) = 0 \Rightarrow x - 5 = 0$$

түріндегі теңдеуін аламыз.

с) Жауабы: $x - 5 = 0$.

Мысал 10.2: $M(7;2)$ нүктесінен $\vec{a} = \{1;5\}$ векторына параллель өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:



$M_0(x_0; y_0) \neq M(x; y)$ және

$$M(x; y) \in l \Leftrightarrow \overline{M_0M} \parallel \vec{a} \Leftrightarrow \overline{M_0M}(x - x_0; y - y_0) = \lambda \vec{a}(a_x; a_y) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{M_0M}(x - x_0; y - y_0) = (\lambda \vec{a})(\lambda a_x; \lambda a_y) \Leftrightarrow$$

$x - x_0 = \lambda a_x$ және $y - y_0 = \lambda a_y \Leftrightarrow$:

$$\frac{x - x_0}{a_x} = \frac{y - y_0}{a_y}, \text{ егер } a_x \neq 0, a_y \neq 0 \text{ болса;} \quad (10.2)$$

(10.2) теңдеуі - $M_0(x_0; y_0)$ нүктесі арқылы $\vec{a}(a_x; a_y)$ векторына параллель өтетін түзудің теңдеуі. \vec{a} векторы түзудің бағыттаушы векторы деп аталады.

б) есептің шарты бойынша $x_0 = 7, y_0 = 2$ және $a_x = 1, a_y = 5$ болғандықтан (10.2) теңдеуінен түзудің

$$\frac{x - 7}{1} = \frac{y - 2}{5} \Rightarrow 5(x - 7) = y - 2 \Rightarrow 5x - y - 33 = 0$$

түріндегі теңдеуін аламыз.

с) Жауабы: $5x - y - 33 = 0$.

Мысал 10.3: $M(7;2)$ нүктесінен $\vec{a} = \{0;-2\}$ векторына параллель өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

а) (10.2) теңдеуінде

егер $a_x = 0$ болса, онда $x = x_0$;

егер $a_y = 0$ болса, онда $y = y_0$.

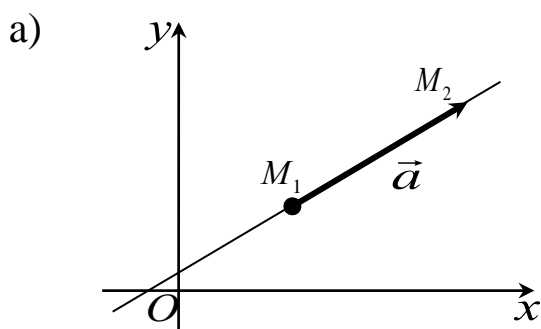
- b) есептің шарты бойынша $x_0 = 7, y_0 = 2, a_x = 0, a_y = -2$ болғандықтан, есеп $a_x = 0$ жағдайына жатады да, түзудің теңдеуі $x = x_0$, яғни

түрінде жазылады.

- c) Жауабы: $x = 7$.

Мысал 10.4: $M_1(1; 2)$ және $M_2(-1; 0)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Шешімі:



Бұл арада 2) жағдайындағы $M_0(x_0; y_0)$ нүктесі ретінде $M_1(x_1; y_1)$ нүктесін, ал \vec{a} векторы ретінде $\overrightarrow{M_1M_2}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ векторын алсақ (10.2) теңдеуінен түзудің келесі теңдеулерін аламыз:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}, \text{ егер } x_2 \neq x_1 \text{ және } y_2 \neq y_1; \quad (10.3)$$

- b) $M_1(x_1; y_1)$ және $M_2(x_2; y_2)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің (10.3) теңдеуіне $x_1 = 1, y_1 = 2, x_2 = -1, y_2 = 0$ мәндерін қою арқылы

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 2}{0 - 2} = \frac{x - 1}{-1 - 1} \Rightarrow y - 2 = x - 1 \Rightarrow x - y + 1 = 0$$

теңдеуін аламыз.

- c) Жауабы: $x - y + 1 = 0$.

Мысал 10.5: $M_1(2; -1)$ және $M_2(5; -1)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін құрыңыз.

Шешімі:

- a) (10.3) теңдеуінде

егер $x_1 = x_2$ болса, онда $x = x_1$;

егер $y_1 = y_2$ болса, онда $y = y_1$.

- b) есептің шарты бойынша $x_1 = 2, y_1 = -1, x_2 = 5, y_2 = -1$ болғандықтан, есеп $y_1 = y_2$ жағдайына жатады да, түзудің теңдеуі $y = y_1$, яғни $y = -1$ түрінде жазылады.
- c) Жауабы: $y = -1$.

Мысал 10.6: $3x - 4y - 29 = 0$ және $3x + 2y - 5 = 0$ түзулерінің қиылысу нүктесін табыңыз.

Шешімі:

- a) Егер нүктесі түзулерінің қиылысу нүктесі болса, онда ол түзуіне де және түзуіне де тиісті болады да, сызықтың теңдеуінің анықтамасы бойынша екі теңдеудің де шешімі, яғни осы екі теңдеуден тұратын

(10.4)

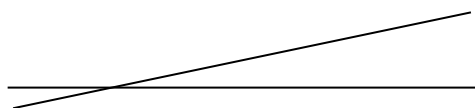
жүйесінің шешімі болады.

Сонымен түзулердің қиылысу нүктесін табу дегеніміз осы түзулердің теңдеуінен құрылған жүйенің шешімін табу деген сөз болады.

Демек, түзулердің теңдеулерінен тұратын (10.4) жүйесін құрамыз, яғни және теңдеулерімен сәйкесінше берілген және түзулерінің қиылысу нүктесін анықтау есебін қарастырамыз.

Үш жағдай болуы мүмкін:

1. (10.4) жүйесінің жалғыз шешімі бар -
түзулерінің жалғыз қиылысу нүктесі;



2. (10.4) жүйесінің шексіз көп шешімі бар түзулері беттесіп жатыр;

3. (10.4) жүйесінің шешімі жоқ ;

b) Есеп шартындағы түзулердің теңдеулерінен тұратын (10.4) жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} 3x - 4y - 29 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = 0. \end{cases}$$

Жүйені шешіп алып $\begin{cases} x = \frac{13}{3} \\ y = -4 \end{cases}$, түзулердің қиылысу нүктесін

жазамыз: $M\left(\frac{13}{3}; -4\right)$.

c) Жауабы: $M\left(\frac{13}{3}; -4\right)$.

Мысал 10.7: $5x + 2y - 8 = 0$ түзуінің OY өсімен қиылысқандағы ординатасын табыңыз.

Шешімі:

a) Түзудің $Ax + By + C = 0$ жалпы теңдеуінің дербес жағдайларының бірі:

$x = 0$, $y = 0$ - сәйкесінше OY , OX өстерінің теңдеулері.

b) түзулердің теңдеулерінен тұратын (10.4) жүйесін құрамыз:

$$\begin{cases} 5x + 2y - 8 = 0 \\ x = 0. \end{cases}$$

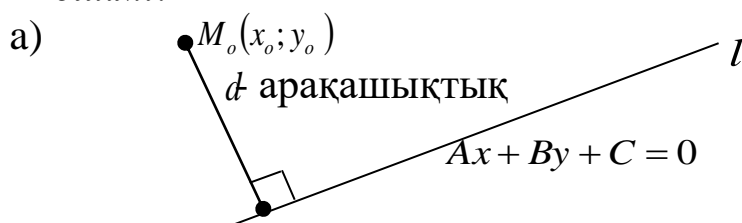
Жүйені шешіп алып $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$, түзулердің қиылысу нүктесін

жазамыз: $M(0; 4)$.

c) Жауабы: $y = 4$.

Мысал 10.8: $M_0(6; -1)$ нүктесінен $3x - 4y + 3 = 0$ түзуіне дейінгі d арақашықтығын табыңыз.

Шешімі:



$M_0(x_0; y_0)$ нүктесінен $Ax + By + C = 0$ теңдеуімен берілген түзуге дейінгі қашықтық

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (10.5)$$

санына тең болады.

b) (10.5) формуласы бойынша $M_0(6; -1)$ нүктесінен $3x - 4y + 3 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтық

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|3 \cdot 6 - 4 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|25|}{\sqrt{25}} = 5.$$

c) Жауабы: $d = 5$.

10.2 Тест тапсырмалары

1. $A(0;1)$ және $B(1;0)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

A) $x + y + 2 = 0$

B) $x - y - 1 = 0$

C) $x + y - 1 = 0$

D) $x + y + 1 = 0$

E) $x - 1 = 0$

2. $\vec{a} = \{-1; 3\}$ векторына параллель $M(2;0)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

A) $-x + 3y + 8 = 0$

B) $3x + y - 6 = 0$

C) $3x + 3y - 6 = 0$

D) $2x - 3z + 8 = 0$

Е) $y - 3 = 0$

3. $\vec{a} = \{1; 0\}$ векторына перпендикуляр $M(1; 2)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

А) $y - 2 = 0$

В) $x - 2 = 0$

С) $x - 9 = 0$

Д) $x - 1 = 0$

Е) $2x - y - 2 = 0$

4. $2x - 3y - 12 = 0$ түзуінің OX өсімен қилысқандағы абциссасын табыңыз.

А) 6

В) -4

С) -6

Д) -0,25

Е) 9

5. $M(6; 1)$ нүктесінен $3x - 4y - 4 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

А) $d = 1$

В) $d = 2$

С) $d = 3$

Д) $d = 4$

Е) $d = 5$

6. $A(-1; 3)$ және $B(2; 5)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

А) $2x + 3y - 11 = 0$

В) $x - 5y + 6 = 0$

С) $x - 5y - 6 = 0$

Д) $x - y = 0$

Е) $2x - 3y + 11 = 0$

7. $\vec{a} = \{1;0\}$ векторына параллель $M(1;2)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 5 = 0$
- B) $x - 1 = 0$
- C) $y - 2 = 0$
- D) $x - 5 = 0$
- E) $x - y - 1 = 0$

8. $\vec{a} = \{1;0\}$ векторына перпендикуляр $M(2;0)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y + 8 = 0$
- B) $x - 7 = 0$
- C) $x - 1 = 0$
- D) $x - 2 = 0$
- E) $y - 11 = 0$

9. $2x + 5y + 20 = 0$ түзуінің OY өсімен қилысқандағы ординатасын табыңыз.

- A) $y = -10$
- B) $y = -13$
- C) $y = -0,1$
- D) $y = -4$
- E) $y = -0,25$

10. $O(0;0)$ бас нүктесінен $3x - 4y + 5 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 1$
- B) $d = 2$
- C) $d = 3$
- D) $d = 4$
- E) $d = 5$

11. $A(-4;2)$ және $B(-4;-2)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + y = 0$
- B) $y - 4 = 0$

- C) $x+4=0$
- D) $x-4=0$
- E) $x+2=0$

12. $\vec{a} = \{1;0\}$ векторына параллель $M(2;0)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y-3=0$
- B) $y=0$
- C) $x-2=0$
- D) $x-7=0$
- E) $y-2=0$

13. $\vec{h} = 2\vec{i} + \vec{j}$ векторына перпендикуляр $M_0(2;1)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x-y+3=0$
- B) $3x-2y-2=0$
- C) $5x-3y-1=0$
- D) $2x+y-5=0$
- E) $2x+7y-3=0$

14. $5x-2y-10=0$ түзуінің OX өсімен қилысқандағы абциссасын табыңыз.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 0
- E) 4

15. $M(2;1)$ нүктесінен $3x+4y-5=0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d=5$
- B) $d=3$
- C) $d=2$
- D) $d=4$
- E) $d=1$

16. $A(4;-4)$ және $B(2;-4)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 4 = 0$
- B) $y + 4 = 0$
- C) $x - 4 = 0$
- D) $x + 4 = 0$
- E) $x - y - 4 = 0$

17. $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ векторына параллель $M(-1;3)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $5x + 2y - 1 = 0$
- B) $2x - 5y + 17 = 0$
- C) $x - y + 3 = 0$
- D) $2x - y + 1 = 0$
- E) $7x - 5y + 1 = 0$

18. $2x - y + 1 = 0$ түзуіне перпендикуляр $M(3;1)$ нүктесінен өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + 2y - 1 = 0$
- B) $2x + y - 7 = 0$
- C) $3x - y - 8 = 0$
- D) $2x + y - 5 = 0$
- E) $2x - y - 5 = 0$

19. $2x - 3y - 10 = 0$, $2x - y - 4 = 0$ түзулерінің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңыз.

- A) $\left(\frac{1}{2}; -3\right)$
- B) $(5; -12)$
- C) $(7; 4)$
- D) $\left(\frac{15}{7}; -2\right)$
- E) $\left(\frac{2}{3}; -5\right)$

20. $M(3; -1)$ нүктесінен $4x - 3y + 5 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 1$
- B) $d = 2$
- C) $d = 3$
- D) $d = 4$
- E) $d = 5$

21. $A(6; 3)$ және $B(3; 6)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 9 = 0$
- B) $2x - y - 11 = 0$
- C) $3x - 3y - 1 = 0$
- D) $x + y - 9 = 0$
- E) $x - 9 = 0$

22. $\vec{a} = \{-2; 1\}$ векторына параллель $M(4; 6)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + 3y + 5 = 0$
- B) $2x - y - 1 = 0$
- C) $2x + 3y - 4 = 0$
- D) $x + 2y - 16 = 0$
- E) $x - 2y - 8 = 0$

23. $\vec{a} = \{2; 0\}$ векторына перпендикуляр $M(3; -6)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x - 3 = 0$
- B) $x - y + 3 = 0$
- C) $2x + y - 4 = 0$
- D) $x + 3y - 1 = 0$
- E) $2x - 3 = 0$

24. $-2x - 4y - 2 = 0$, $2x + 5y + 1 = 0$ түзулерінің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңыз.

- A) $(2; 5)$
- B) $(-3; 1)$

- C) $(5; -7)$
- D) $(12; -2)$
- E) $(1; 7)$

25. $M(3; -1)$ нүктесінен $3x + 4y - 15 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 1$
- B) $d = 2$
- C) $d = 3$
- D) $d = 5$
- E) $d = 4$

26. $A(10; 1)$ және $B(4; 6)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $5x + 6y + 56 = 0$
- B) $5x - 6y - 56 = 0$
- C) $5x - 6y + 56 = 0$
- D) $5x + 6y = 0$
- E) $5x + 6y - 56 = 0$

27. $\vec{a} = \{-2; 4\}$ векторына параллель $M(5; 0)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $2x + y - 10 = 0$
- B) $3x + y - 6 = 0$
- C) $3x + 3y - 6 = 0$
- D) $2x - 3z + 8 = 0$
- E) $y - 3 = 0$

28. $\vec{a} = \{8; 0\}$ векторына перпендикуляр $M(1; 3)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 2 = 0$
- B) $x - 2 = 0$
- C) $y - 7 = 0$
- D) $x - 1 = 0$
- E) $2x - 5y - 2 = 0$

29. $4x + 3y - 30 = 0$ түзуінің OY өсімен қилысқандағы ординатасын табыңыз

- A) 10
- B) 11
- C) 5
- D) 3
- E) 2

30. $M(5; -2)$ нүктесінен $3x - 4y + 2 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 5$
- B) $d = 4$
- C) $d = 3$
- D) $d = 7$
- E) $d = 2$

31. $A(-2; 4)$ және $B(-2; -1)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $2x - 4y = 0$
- B) $y - 4 = 0$
- C) $x + 2 = 0$
- D) $x - 2 = 0$
- E) $x - 4y + 1 = 0$

32. $\vec{a} = \{6; 0\}$ векторына параллель $M(8; 0)$ нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 3 = 0$
- B) $y = 0$
- C) $x - 2 = 0$
- D) $x - 8 = 0$
- E) $y - 1 = 0$

33. $\vec{a} = \{4; 0\}$ векторына перпендикуляр $M(6; 0)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $y = 0$
- B) $y - 5 = 0$

- C) $x - 1 = 0$
- D) $x - 2 = 0$
- E) $x - 6 = 0$

34. $2x + y - 3 = 0$, $3x - 4y + 1 = 0$ түзулерінің қиылысу нүктесінің координаталарын табыңыз.

- A) $(-1; -1)$
- B) $(-1; 1)$
- C) $(1; 0)$
- D) $(1; 1)$
- E) $(1; -1)$

35. $M(4; -3)$ нүктесінен $4x - 3y + 5 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 5$
- B) $d = 3$
- C) $d = 2$
- D) $d = 4$
- E) $d = 6$

36. $A(-2; 4)$ және $B(3; -1)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + y - 2 = 0$
- B) $-3x - 6 = 0$
- C) $3x - 4y = 0$
- D) $3x - 5y - 26 = 0$
- E) $3x + 5y - 14 = 0$

37. $\vec{a} = \{3; 0\}$ векторына параллель $M(2; 3)$ нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

- A) $y - 5 = 0$
- B) $x - 1 = 0$
- C) $y - 3 = 0$
- D) $x - 8 = 0$
- E) $2x - y - 2 = 0$

38. $M(3;1)$ нүктесінен өтетін $5x - 3y + 2 = 0$ түзуіне перпендикуляр түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $5x + y - 11 = 0$
- B) $3x - y - 5 = 0$
- C) $x + 3y - 8 = 0$
- D) $5x - 3y - 12 = 0$
- E) $3x - 5y - 12 = 0$

39. $5x - 2y + 15 = 0$ түзуінің Ox өсімен қилысқандағы абциссасын табыңыз.

- A) -3
- B) 2
- C) 7
- D) 4
- E) 0

40. $M(2;-2)$ нүктесінен $4x - 3y - 4 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 1$
- B) $d = 2$
- C) $d = 3$
- D) $d = 4$
- E) $d = 5$

41. $A(1;0)$ және $B(-1;4)$ нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + y - 2 = 0$
- B) $2x - y + 2 = 0$
- C) $2x - y - 2 = 0$
- D) $2x + y - 2 = 0$
- E) $x - y + 2 = 0$

42. $\vec{a} = \{1;4\}$ векторына параллель $M(3;2)$ нүктесі арқылы өтетін түзу теңдеуін жазыңыз.

- A) $2x - y - 5 = 0$
- B) $x + 2y - 3 = 0$

- C) $4x - y - 10 = 0$
- D) $3x + 4y - 5 = 0$
- E) $5x - y + 7 = 0$

43. М(4;-1) нүктесінен өтетін $2x + 6y - 9 = 0$ түзуіне перпендикуляр түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $2x + 3y - 1 = 0$
- B) $x + 3y - 1 = 0$
- C) $x + 4y - 2 = 0$
- D) $3x - 2y + 4 = 0$
- E) $2x + y - 3 = 0$

44. $7x + 2y - 8 = 0$ түзуінің ОҮ өсімен қилысқандағы ординатасын табыңыз.

- A) -5
- B) 1
- C) 3
- D) 4
- E) -2

45. М(1;-2) нүктесінен $4x - 3y + 15 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 1$
- B) $d = 2$
- C) $d = 3$
- D) $d = 4$
- E) $d = 5$

46. А(4;1) және В(2;-2) нүктелері арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $5x + 2y - 4 = 0$
- B) $3x - 2y + 12 = 0$
- C) $3x + 2y + 10 = 0$
- D) $3x - 2y - 10 = 0$
- E) $3x - y + 10 = 0$

47. $\vec{a} = \{3; -5\}$ векторына параллель $M(9; -3)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $x - 3y - 6 = 0$
- B) $5x - y - 9 = 0$
- C) $3x - 5y - 18 = 0$
- D) $5x + 3y - 36 = 0$
- E) $3x + 5y - 36 = 0$

48. $M(2; -3)$ нүктесінен өтетін $x + 7y - 6 = 0$ түзуіне параллель түзудің теңдеуін жазыңыз.

- A) $2x + 7y - 1 = 0$
- B) $x + 7y + 19 = 0$
- C) $x - 7y + 19 = 0$
- D) $3x + y - 15 = 0$
- E) $3x - 7y - 14 = 0$

49. $4x - 5y - 8 = 0$ түзуінің OX өсімен қилысқандағы абциссасын табыңыз.

- A) 2
- B) 3
- C) 9
- D) 4
- E) 5

50. $M(6; 0)$ нүктесінен $3x + 4y - 3 = 0$ түзуіне дейінгі арақашықтықты табыңыз.

- A) $d = 5$
- B) $d = 4$
- C) $d = 3$
- D) $d = 7$
- E) $d = 2$

11 ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ЖӘНЕ КЕҢІСТІКТЕГІ АНАЛИТИКАЛЫҚ ГЕОМЕТРИЯ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Жазықтықтағы және кеңістіктегі аналитикалық геометрия» тақырыбына арналған, яғни жазықтықтағы түзудің теңдеулерін, жазықтық теңдеулерін және кеңістіктегі түзулер теңдеулерін қарастырамыз. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

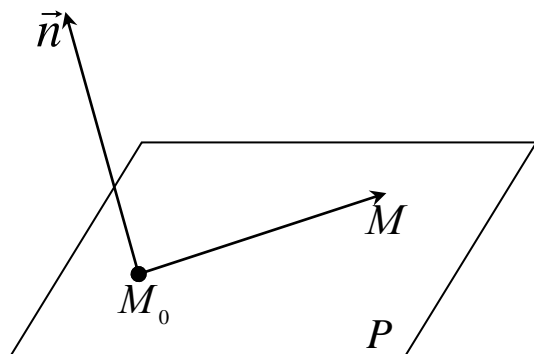
11.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 11.1: $\vec{n} = \{1; 4; 3\}$ векторына перпендикуляр $M_0(1; -2; 5)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

а) $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесі арқылы $\vec{n}(A; B; C)$ векторына перпендикуляр өтетін жазықтықтың теңдеуін қарастырайық.

P - қарастырылып отырған жазықтық, ал $M(x; y; z)$ оның $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесінен өзгеше кезкелген нүктесі болсын.



$$M(x; y; z) \in P \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M}(x - x_0; y - y_0; z - z_0) \perp \vec{n}(A; B; C) \Leftrightarrow \\ A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \quad (11.1)$$

(11.1) теңдеуі $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесінен $\vec{n}(A; B; C)$ векторына перпендикуляр өтетін жазықтықтың теңдеуі.

б) $\vec{n} = \{1; 4; 3\}$ векторына перпендикуляр $M(1; -2; 5)$ нүктесі арқылы өтетін (11.1) түріндегі түзу теңдеуі:

$$1(x - 1) + 4(y + 2) + 3(z - 5) = 0$$

$$x - 1 + 4y + 8 + 3z - 15 = 0$$

$$x + 4y + 3z - 8 = 0.$$

с) Жауабы: $x + 4y + 3z - 8 = 0$.

Мысал 11.2: $2x + 3y - z + 5 = 0$ жазықтығына параллель $M_0(1; -2; 5)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

Шешімі:

а) $M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуі
 $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$. (11.2)

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ пен } A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

жазықтықтарының параллелдік белгісі

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}. \quad (11.3)$$

б) $M_0(1; -2; 5)$ нүктесінің координаталарын (11.2) теңдеуіне қойсақ

$$A(x - 1) + B(y + 2) + C(z - 5) = 0.$$

Есептің шартында берілген $2x + 3y - z + 5 = 0$ жазықтығының нормаль векторы $\vec{n} = \{2; 3; -1\}$. Жазықтықтар параллель болғандықтан (11.3) шарты бойынша:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{-1}.$$

Бұдан

$$2(x - 1) + 3(y + 2) - (z - 5) = 0$$

$$2x + 3y - z + 9 = 0$$

теңдеуін аламыз.

с) Жауабы: $2x + 3y - z + 9 = 0$.

Мысал 11.3: $2x + 3y - z + 5 = 0$ жазықтығының нормаль векторын табыңыз.

Шешімі:

а) $Ax + By + Cz + D = 0$ жазықтығының нормаль векторы $\vec{n} = \{A; B; C\}$.

б) $2x + 3y - z + 5 = 0$ жазықтығы үшін оның нормаль векторы $\vec{n} = \{2; 3; -1\}$.

с) Жауабы: $\vec{n} = \{2; 3; -1\}$.

Мысал 11.4: $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

Шешімі:

- a) Түзудің бойында жататын немесе оған параллель кез келген вектор түзудің *бағыттаушы векторы* де аталады, белгіленуі: $\vec{a}(m; n; l)$.

$M_0(x_0; y_0; z_0)$ нүктесі арқылы өтетін, бағыттаушы векторы $\vec{a}(m; n; l)$ болатын *түзудің канондық теңдеуі*

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{l}$$

түрінде жазылады.

- b) Берілген $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$ түзуі $M_0(4;3;-3)$ нүктесі арқылы өтетін бағыттаушы векторы $\vec{a}(-7; 2; -3)$ болатын түзу теңдеуі.
- c) Жауабы: $\vec{a}(-7; 2; -3)$.

11.2 Тест тапсырмалары

1. $\vec{n} = \{1; 4; 3\}$ векторына перпендикуляр $M(-2; 3; 1)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A) $x + 4y + 3z - 13 = 0$
B) $x - 3y + 4z - 5 = 0$
C) $x - 3y + 7 = 0$
D) $3x + y - 7z + 2 = 0$
E) $3x + 2y - z + 4 = 0$

2. $5x - 3y + 2z - 3 = 0$ жазықтығына параллель $M(-1; -2; -3)$ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
B)
C)
D)
E)

3. _____ жазықтығының _____ нормаль векторының координаталарын табыңыз.

- A)
B)

- C)
- D)
- E)

4. _____ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

5. _____ түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

6. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

7. _____ жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)

- B)
- C)
- D)
- E)

8. жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

10. түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

11. векторына перпендикуляр нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)

- D)
- E)

12. жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

13. жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

14. түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

15. түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

16. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

17. _____ жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. _____ жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

19. _____ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

20. _____ түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

21. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

22. _____ жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

23. _____ жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

24. _____ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. _____ түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

26. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

27. _____ жазықтығына параллель _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

28. жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

29. түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

31. векторына перпендикуляр нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

32. жазықтығына параллель
нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

33. жазықтығының нормаль векторының
координаталарын анықтаңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

34. түзуінің бағыттаушы векторының
координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

35. түзуінің бойында жатқан нүктенің
координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

36. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

37. _____ жазықтығына параллель _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

38. _____ жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

39. _____ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

40. _____ түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

42. _____ жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. _____ жазықтығының нормаль векторының координаталарын анықтаңыз.

- A)

B)

C)

D)

E)

44. _____ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

45. _____ түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

46. _____ векторына перпендикуляр _____ нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

47. жазықтығына параллель нүктесі арқылы өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

48. жазықтығының нормаль векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

49. $\frac{x-4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$ түзуінің бағыттаушы векторының координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

50. түзуінің бойында жатқан нүктенің координаталарын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

12 САНДЫҚ ТІЗБЕК ЖӘНЕ ФУНКЦИЯ ШЕКТЕРІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Сандық тізбек және функция шектерін табуға» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

12.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Сандық тізбек және функция шектерін табудың келесі әдістерін қарастырамыз.

Бөлшектің алымы мен бөліміндегі көпмүшеліктердің ең үлкен дәрежесіне бөлу әдісі.

Мысал 12.1: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін, бөлшектің алымын да, бөлімін де дәрежесіне бөлеміз.

b)

c) Жауабы:

Бөлшектің алымы мен бөліміндегі көпмүшеліктердің дәрежесін салыстыру әдісі.

Мысал 12.2: Шекті табыңыз:

1)

2)

3)

Шешімі:

a)

b) 1)

2)

3)

c) Жауабы:

Лопиталь ережесі бойынша шекті табу әдісі.

Мысал 12.1: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) *Теорема (Лопиталь ережесі).* Егер

немесе (яғни қатынасының шегі

нүктесінде анықталмағандықтарына әкелсе)

және шегі бар болса, онда

болады.

b)

c) Жауабы:

12.2 Тест тапсырмалары

1. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

2. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

3. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

4. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

5. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

6. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

7. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

- D)
- E)

8. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

10. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

11. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)

C)

D)

E)

12. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

13. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

14. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

15. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

16. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

17. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

18. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

19. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

20. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

21. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

22. Шекті табыңыз: .

A)

B)

- C)
- D)
- E)

23. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

24. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

26. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)

- C)
- D)
- E)

27. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

28. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

29. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

31. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

32. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

33. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

34. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

35. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

36. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

37. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

38. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

39. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

40. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

41. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

42. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

43. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

44. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

45. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

46. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

47. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

48. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

49. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

50. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

13 ФУНКЦИЯНЫҢ ШЕГІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Функцияның шегі» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасының тек бір жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

13.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Функция шектерін табудың келесі әдістерін қарастырамыз.
Қарапайым түрлендірулер енгізіп шекті есептеу әдісі.

Мысал 13.1: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) түріндегі анықталмағандықты ашу үшін бөлшектің алымы

мен бөлімін, мұндағы квадрат үшмүшеліктің түбірлері немесе көбейткіштеріне жіктеп, бөлшекті ортақ көбейткішке қысқарту қажет.

b)

c) Жауабы.

Лопиталь ережесі бойынша шекті табу әдісі.

Мысал 13.2: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) *Теорема (Лопиталь ережесі).* Егер

немесе (яғни қатынасының шегі

нүктесінде анықталмағандықтарына әкелсе)

және

b) шегі бар болса, онда

болады.

c) Жауабы:

13.1 Тест тапсырмалары

1. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

2. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

4. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

5. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

6. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

7. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

- D)
- E)

8. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

10. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

11. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

12. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

13. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

14. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

15. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

16. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

17. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

18. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

19. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

20. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

21. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

22. Шекті табыңыз: .

A)

- B)
- C)
- D)
- E)

23. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

24. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

26. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

27. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

28. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

29. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

31. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

32. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

33. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

34. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

35. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

36. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

37. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

38. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

39. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

40. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

42. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

44. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)

- C)
- D)
- E)

45. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

46. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

47. Шекті табыңыз: .

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

48. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

49. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

50. Шекті табыңыз: .

A)

B)

C)

D)

E)

14 БІРІНШІ ЖӘНЕ ЕКІНШІ ТАМАША ШЕКТЕР. ШЕКСІЗ АЗ ЖӘНЕ ШЕКСІЗ ҮЛКЕН ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ЭКВИВАЛЕНТТІЛІГІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Бірінші және екінші тамаша шектер» және «Шексіз аз және шексіз үлкен функциялардың эквиваленттілігі» ұғымдарын қолданып функцияның шегін табуға арналған. Берілген бес жауап нұсқасының тек бір жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

14.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері:

Функция шектерін табудың келесі әдістерін қарастырамыз.

Бірінші және екінші тамаша шектер және олардың салдарлары көмегімен шекті есептеу әдісі.

және түріндегі анықталмағандықтарды ашуда қолданылатын бірнеше белгілі шектерді келтіреміз. Егер (мұнда жағдайы да мүмкін) болса, онда:

1. – *бірінші тамаша шек*;
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.

8.

9.

10. – *екінші тамаша шек.*

1 – 9 шектері түріндегі, 10 шегі түріндегі

анықталмағандықты ашуда қолданылады.

2 – 4 шектері бірінші тамаша шектің, 5 – 9 шектері екінші тамаша шектің салдары болады.

Мысал 14.1.1: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін – бірінші

тамаша шекті және түріндегі оның салдарын

қолданамыз:

b)

c) Жауабы:

Мысал 14.2.1: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін – бірінші

тамаша шектің және екінші тамаша шектің

салдарларын қолданамыз:

b)

c) Жауабы:

Шексіз аз функцияларды (ШАФ) немесе шексіз үлкен функцияларды (ШҮФ) салыстырудағы эквиваленттілікті қолданып шекті есептеу әдісі.

және болсын.

Егер болса, онда және – эквивалентті шексіз аз функциялар деп аталады. Эквиваленттілік түрінде белгіленеді. жағдайында:

- | | |
|----|-----|
| 1. | 6. |
| 2. | 7. |
| 3. | 8. |
| 4. | 9. |
| 5. | 10. |

Ескерту: Шекті есептеу кезінде шексіз аз функцияны оған эквивалентті функциямен ауыстыруғаннан шектің мәні өзгермейді.

Шексіз үлкен функциялар осыған ұқсас салыстырылады.

Мысал 14.1.2: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін жағдайында
және эквиваленттіліктерін қолданып
шекті есептейміз:

b)

c) Жауабы:

Мысал 14.2.2: Шекті табыңыз:

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін жағдайында
және эквиваленттіліктерін қолданып
шекті есептейміз:

b)

c) Жауабы:

Мысал 14.3: Шекті табыңыз: .

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін – екінші
тамаша шекті қолданамыз:

b)

с) Жауабы:

Мысал 14.4: Шекті табыңыз: .

Шешімі:

a) анықталмағандығын ашу үшін – екінші
тамаша шекті қолданамыз:

b)

с) Жауабы:

14.2 Тест тапсырмалары

1. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

2. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

3. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

4. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

5. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

6. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

7. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

8. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

9. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

10. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

11. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

12. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

13. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

14. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

15. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

16. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

17. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

18. Шекті табыңыз:

A)

- B)
- C)
- D)
- E)

19. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

20. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

21. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

22. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

23. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

24. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

25. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

26. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

27. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

28. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

29. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

31. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

32. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

33. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)

- D)
- E)

34. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

35. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

36. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

37. Шекті табыңыз:

- A)
- B)

C)

D)

E)

38. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

39. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

40. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

41. Шекті табыңыз:

A)

- B)
- C)
- D)
- E)

42. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

44. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

45. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

46. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

47. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

48. Шекті табыңыз:

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

49. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

50. Шекті табыңыз:

A)

B)

C)

D)

E)

15 ФУНКЦИЯНЫҢ ТУЫНДЫСЫ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Функцияның туындысы» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасының тек бір жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

15.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Бұл тараудың есептерін шығару үшін дифференциалдау ережелері мен туындылар кестесін білу қажет.

Дифференциалдау ережелері.

Теорема 15.1. тұрақтысы мен дифференциалданатын функциялар үшін келесі теңдіктер орындалады:

- 1)
- 2)
- 3)

- 4)

Күрделі функцияның туындысы.

Егер $y = f(u)$ және $u = \varphi(x)$ функциялары дифференциалданатын функциялар болса, онда күрделі функциясы да дифференциалданатын функция болып немесе теңдігі орындалады.

Туындылар кестесі.

нүктесінде дифференциалданатын функциясы үшін:

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

15)

16)

17)

Мысал 15.1: функциясының туындысын

табыңыз.

Шешімі:

a) дифференциалдау ережелерін және формуласын қолданамыз.

b)

c) Жауабы:

Мысал 15.2: функциясының нүктесіндегі

туындысын табыңыз.

Шешімі:

a) дифференциалдау ережесін және формулаларын қолданамыз.

b)

c) Жауабы:

Мысал 15.3: функциясының туындысын табыңыз.

Шешімі:

a) дифференциалдау ережесін және

формулаларын қолданамыз.

b)

с) Жауабы:

Мысал 15.4: функциясының туындысын табыңыз.

Шешімі:

a) формуласын және ,
дифференциалдау ережесін қолданамыз.

b) , мұнда

с) Жауабы: .

Мысал 15.5: функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

Шешімі:

a) формулаларын және
дифференциалдау ережесін қолданамыз.

b) мұндағы

с) Жауабы:

Мысал 15.6: функциясының туындысын табыңыз.

Шешімі:

a) дифференциалдау ережесін және
формулаларын қолданамыз.

b)

с) Жауабы:

15.2 Тест тапсырмалары

1. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

2. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

3. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

4. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

5. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

6. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

7. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

8. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

9. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

10. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

11. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

12. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

13. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

14. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

15. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

16. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

17. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

19. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

20. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

21. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

22. функциясының нүктесіндегі туындысын

табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

23. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

24. функциясының нүктесіндегі туындысын

табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

26. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

27. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

28. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

29. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

30. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

31. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

32. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

33. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

34. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

35. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

36. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

- D)
- E)

37. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

38. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

39. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

40. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

42. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

44. _____ функциясының _____ нүктесіндегі
туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

45. _____ функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

46. _____ функциясының _____ нүктесіндегі туындысын
табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

47. _____ функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

48. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

49. функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

50. функциясының нүктесіндегі туындысын табыңыз.

A)

- B)
- C)
- D)
- E)

16 АЙҚЫНДАЛМАҒАН ЖӘНЕ ПАРАМЕТРЛІК ТҮРДЕ БЕРІЛГЕН ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ТУЫНДЫСЫ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Айқындалмаған және параметрлік түрде берілген функциялардың туындысы» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

16.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 16.1: нүктесіндегі айқындалмаған функцияның туындысын табыңыз.

Шешімі:

а) айнымалысынан тәуелді функциясы айқындалмаған түрінде берілген. Оның туындысын табу үшін теңдеуінің екі жағын да $-тің$ $-тен$ тәуелді екенін ескере отырып дифференциалдаймыз да, нәтижесінде түрінде өрнектеп аламыз.

б) теңдеуінің екі жағын да $-тің$ $-тен$ тәуелді екенін ескере отырып дифференциалдаймыз:

Алынған теңдеуден туындысын түрінде өрнектеп, осы өрнектің нүктесіндегі мәнін табамыз:

с) Жауабы:

Мысал 16.2: функциясы берілген. болғанда туындысын есептеңіз.

Шешімі:

а) айнымалысынан тәуелді функциясы

параметрлік түрінде берілсін.

Егер функциялары дифференциалданатын функциялар және болса, онда параметрлік түрде берілген функцияның туындысы

формуласымен есептеледі.

- b) формуласы бойынша туындысын тауып, нүктесіндегі мәнін табамыз:

- c) Жауабы:

16.2 Тест тапсырмалары

1. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.
- A)
 - B)
 - C)
 - D)
 - E)
2. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.
- A)

B)

C)

D)

E)

3. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

4. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

5. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

6. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

7. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

8. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының
туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

10. нүктесіндегі айқындалмаған

функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

11. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

12. нүктесіндегі айқындалмаған

функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

13. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

14. нүктесіндегі айқындалмаған

функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

15. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

16. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының

туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

17. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. нүктесіндегі айқындалмаған

функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

19. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

20. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

21. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

22. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

23. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

24. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының
туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

26. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

27. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

28. нүктесіндегі айқындалмаған

функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

29. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының
туындысын табыңыз.

34. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

35. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

36. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

37. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

38. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

39. функциясы берілген. болғандағы туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

40. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

42. нүктесіндегі айқындалмаған функциясының
туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. функциясы берілген. болғандағы

туындысын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

44. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

45. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

46. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

47. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

48. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

49. функциясы берілген. болғандағы
туындысын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

50. нүктесіндегі айқындалмаған
функциясының туындысын табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

17 ФУНКЦИЯНЫ ЗЕРТТЕУ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Функцияны зерттеу», яғни функцияның кризистік (стационар немесе экстремумге күдікті) нүктелері, өсу немесе кему (монотондылық) аралықтары, экстремумдары, ойыс, дөңес аралықтары, иілу нүктесі тақырыптарына арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

17.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 17.1: $y = x^2 + 6x + 3$ функциясының өсу және кему аралықтарын табыңыз.

Шешімі:

а) Функцияның $f'(x) = 0$ және $f'(x)$ болмайтын нүктелері, үзіліс нүктелері болатын нүктелер *кризистік (стационар немесе экстремумге күдікті) нүктелер* деп аталады.

Егер $y = f(x)$ функциясы $(a; b)$ интервалында дифференциалданатын және барлық $x \in (a; b)$ үшін $f'(x) > 0$ болса, онда $y = f(x)$ функциясы $(a; b)$ интервалында *өспелі*;

Егер барлық $x \in (a; b)$ үшін $f'(x) < 0$ болса, онда $f(x)$ функциясы $(a; b)$ интервалында *кемімелі*.

б) Функцияның кризистік нүктесін табу үшін бірінші ретті туындысын тауып нөлге теңестіреміз $f'(x) = 0$:

$$(x^2 + 6x + 3)' = 0$$

$$2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = -3.$$

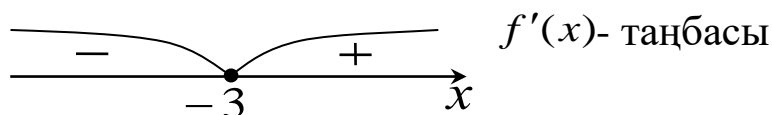
Демек, $x = -3$ функцияның кризистік нүктесі.

Бірінші ретті туындының таңбасы тұрақты болатын интервалдарды анықтаймыз.

$(-\infty; -3)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = -4$, онда $f'(x)$ туындысының таңбасы «-», яғни $f'(x) < 0$:

$$f'(-4) = 2(-4) + 6 = -2.$$

$(-3; +\infty)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = 0$, онда $f'(x)$ туындысының таңбасы «+», яғни $f'(x) > 0$:
 $f'(0) = 2 \cdot 0 + 6 = 6.$



Демек, функция

$(-\infty; -3)$ интервалында $f(x)$ кемімелі,

$(-3; +\infty)$ интервалында $f(x)$ өспелі.

- с) Жауабы: $(-\infty; -3)$ интервалы $f(x)$ функциясының кему аралығы, $(-3; +\infty)$ интервалы $f(x)$ функциясының өсу аралығы.

Мысал 17.2: $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

Шешімі:

- а) X жиынында $y = f(x)$ функциясы $x_0 \in X$ нүктесінің аймағында анықталған және бұл нүктеде үзіліссіз болсын. Осы аймақтың барлық X нүктелері үшін

$$f(x) \leq f(x_0) \quad (f(x) \geq f(x_0))$$

теңсіздігі орындалса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының *максимум (минимум)* нүктесі деп аталады.

Максимум және минимум нүктелері функцияның *экстремум нүктелері* деп аталады.

Егер зерттеліп отырған x_0 нүктесі арқылы өткенде y' таңбасын «+»-тен «-»-ке өзгертсе, онда бұл нүкте максимум нүктесі болады.

Егер зерттеліп отырған x_0 нүктесі арқылы өткенде y' таңбасын «-»-тен «+»-ке өзгертсе, онда бұл нүкте минимум нүктесі болады.

Егер y' -тің таңбасы x_0 нүктесі арқылы өткенде таңбасын өзгертпесе, онда бұл нүктеде функцияның экстремумы жоқ.

б) Функцияның кризистік нүктесін табу үшін бірінші ретті туындысын тауып нөлге теңестіреміз $f'(x) = 0$:

$$\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1 \right)' = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Демек, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ функцияның кризистік нүктелері.

Бірінші ретті туындының таңбасы тұрақты болатын интервалдарды анықтаймыз.

$(-\infty; 1)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = 0$, онда $f'(x)$ туындысының таңбасы «+», яғни $f'(x) > 0$:

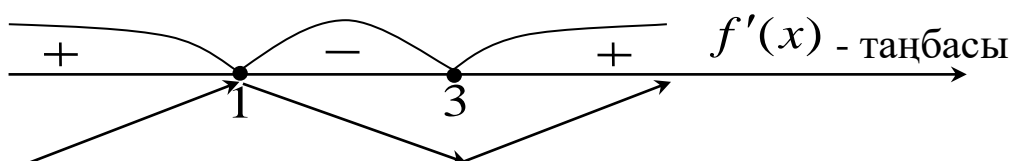
$$f'(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 3.$$

$(1; 3)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = 2$, онда $f'(x)$ туындысының таңбасы «-», яғни $f'(x) < 0$:

$$f'(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1.$$

$(3; +\infty)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = 5$, онда $f'(x)$ туындысының таңбасы «+», яғни $f'(x) > 0$:

$$f'(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 8.$$



$(-\infty; 1)$, $(3; +\infty)$ интервалдарында $f(x)$ өспелі, $(1; 3)$ интервалында $f(x)$ кемімелі.

$x = 1$ функцияның максимум нүктесі, ал $x = 3$ функцияның минимум нүктесі.

Экстремум нүктелеріндегі функцияның мәндерін табайық:

$$f(1) = \frac{1^3}{3} - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = \frac{7}{3}, \quad A\left(1; \frac{7}{3}\right) - \text{ функция графигінің}$$

максимумге сәйкес нүктесі,

$$f(3) = \frac{3^3}{3} - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 1 = 1, \quad B(3;1) \text{ - функция графигінің}$$

минимумге сәйкес нүктесі.

с) Жауабы:

$$A\left(1; \frac{7}{3}\right) \text{ - max нүктесі, } B(3;1) \text{ - min нүктесі.}$$

Мысал 17.3: $y = x^3 + 3x^2 - 4$ функциясының дөңес және ойыс аралықтарын және иілу нүктелерін табыңыз.

Шешімі:

а) Егер $y = f(x)$ функциясының $(a; b)$ аралығында екінші ретті туындысы $y'' < 0$ болса, онда осы интервалда функция графигі *дөңес* ал, егер $y'' > 0$ болса, онда осы интервалда функция графигі *ойыс* болады.

Егер $x_0 \in D$, $f''(x_0) = 0$ немесе $f''(x_0)$ жоқ болса және x_0 нүктесінен өткенде $f''(x)$ таңбасын өзгертсе, онда x_0 нүктесі функцияның *иілу нүктесі* болады.

б) $y = x^3 + 3x^2 - 4$ функциясының екінші ретті туындысын табамыз:

$$y' = 3x^2 + 6x$$

$$y'' = 6x + 6$$

Екінші ретті туындысын тауып нөлге теңестіреміз $f''(x) = 0$:

$$6x + 6 = 0$$

$$x = -1.$$

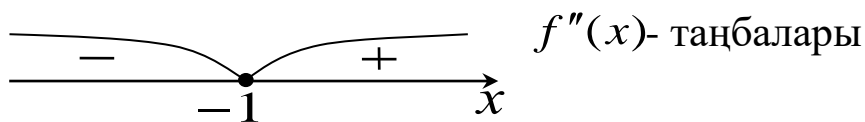
Екінші ретті туындының таңбасы тұрақты болатын интервалдарды анықтаймыз.

$(-\infty; -1)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = -3$, онда $f''(x)$ туындысының таңбасы «-», яғни $f''(x) < 0$:

$$f''(-3) = 6(-3) + 6 = -6.$$

$(-1; +\infty)$ интервалынан кез келген нүкте алынса, мысалы $x = 2$, онда $f''(x)$ туындысының таңбасы «+», яғни $f''(x) > 0$:

$$f''(2) = 6 \cdot 2 + 6 = 18.$$



$(-\infty; -1)$ интервалында $f''(x) < 0 \Rightarrow (-\infty; -1)$ интервалында функция дөңес.

$(-1; +\infty)$ интервалында $f''(x) > 0 \Rightarrow (-1; +\infty)$ интервалында функция ойыс.

$x = -1$ нүктесінен өткенде $f''(x)$ таңбасын өзгертендіктен $x = -1$ нүктесі функцияның *иілу нүктесі* болады, ординатасын табу үшін $x = -1$ мәнін функцияға апарып қоямыз:

$$y = (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 4 = -1 + 3 - 4 = -2.$$

с) Жауабы:

$(-\infty; -1)$ интервалында функция дөңес.

$(-1; +\infty)$ интервалында функция ойыс.

$A(-1; -2)$ иілу нүктесі.

17.2 Тест тапсырмалары

1. $y = x^2 + 6x + 3$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

A) $(-\infty; -3)$

B) $(-\infty; 1)$

C) $(3; +\infty)$

D) $(-3; +\infty)$

E) $(-\infty; 4)$

2. $y = 2x^2 + 8x + 3$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

A) $(2; 27)$ max нүктесі

B) $(-2; -5)$ min нүктесі

C) $(5; -2)$ max нүктесі

D) $(-1; 2)$ max нүктесі

E) $(27; 2)$ min нүктесі

3. $y = x^2 + 6x + 3$ функциясының кему аралығын табыңыз.

A) $(-\infty; -3)$

- B) $(-\infty; 3)$
- C) $(3; +\infty)$
- D) $(-3; +\infty)$
- E) $(-\infty; 6)$

4. $y = x^3 + 3x^2 - 5$ функциясының иілу нүктелерін табыңыз.

- A) $(1; 2)$
- B) $(-1; -3)$
- C) $(-1; 0)$
- D) $(-1; 9)$
- E) $(0; -2)$

5. $y = x^3 + 3x^2 + 5$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

- A) $(-1; 4)$
- B) $(0; 1)$
- C) $(-\infty; -1)$
- D) $(-1; +\infty)$
- E) $(0; +\infty)$

6. $y = x^3 - 6x^2 + x$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

- A) $(2; +\infty)$
- B) $(0; -2)$
- C) $(-\infty; -2)$
- D) $(-1; 2)$
- E) $(-\infty; 2)$

7. $y = x^2 - 4x + 5$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(2; 2)$ max нүктесі
- B) $(-2; 3)$ min нүктесі
- C) $(5; -2)$ max нүктесі

D) $(2;1)$ min нүктесі

E) $(0;-2)$ max нүктесі

8. $y = x^3 - 10x - 7$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

A) $(-2;7)$

B) $(-1;7)$

C) $(1;7)$

D) $(0;-7)$

E) $(2;7)$

9. $y = 3x^2 + 12x + 1$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

A) $(-\infty;-2)$

B) $(0;2)$

C) $(2;+\infty)$

D) $(-2;+\infty)$

E) $(-\infty;0)$

10. $y = x^2 + 4x + 7$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

A) $(-2;2)$ max нүктесі

B) $(-2;3)$ min нүктесі

C) $(1;-2)$ max нүктесі

D) $(2;3)$ min нүктесі

E) $(0;2)$ max нүктесі

11. $y = 3x^2 + 12x + 1$ функциясының кему аралығын табыңыз.

A) $(2;+\infty)$

B) $(0;2)$

C) $(-\infty;-2)$

D) $(-2;+\infty)$

E) $(-\infty;0)$

12. $y = x^3 - x$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

- A) (0; 4)
- B) (0; 0)
- C) (1; -4)
- D) (3; 5)
- E) (3; 1)

13. $y = 2 + x^3$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

- A) $(0; \infty)$
- B) (1; 2)
- C) $(1; \infty)$
- D) $(-\infty; 0)$
- E) $(-\infty; 2)$

14. $y = x^3 + 3x^2 + 5$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

- A) (-1; 4)
- B) (0; 1)
- C) $(-\infty; -1)$
- D) $(-1; +\infty)$
- E) $(0; +\infty)$

15. $y = -x^2 + 6x$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) (0; 2) max нүктесі
- B) (2; 3) min нүктесі
- C) (3; -2) max нүктесі
- D) (2; 3) max нүктесі
- E) (3; 9) max нүктесі

16. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

- A) $\left(-2; \frac{1}{3}\right)$
- B) $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$

C) $\left(1; -\frac{1}{3}\right)$

D) $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

E) $\left(2; \frac{1}{3}\right)$

17. $y = x^2 + 4x + 1$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

A) $(-\infty; -4)$

B) $(-\infty; 1)$

C) $(2; +\infty)$

D) $(-2; +\infty)$

E) $(-\infty; 4)$

18. $y = x^2 + 4x + 6$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

A) $(-2; 2)$ min нүктесі

B) $(-2; 3)$ min нүктесі

C) $(1; -2)$ max нүктесі

D) $(2; 3)$ min нүктесі

E) $(0; 2)$ max нүктесі

19. $y = 3x^2 + 18x + 5$ функциясының кему аралығын табыңыз.

A) $(3; +\infty)$

B) $(0; 3)$

C) $(-\infty; -3)$

D) $(-3; +\infty)$

E) $(-\infty; 0)$

20. $y = 6x^2 - x^3$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

A) $(0; 0)$

B) $(2; -16)$

C) $(2; 26)$

D) $(2; 16)$

Е) (1; 1)

21. $y = x^3 - 6x^2 + x$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

А) $(2; +\infty)$

В) $(0; -2)$

С) $(-\infty; -2)$

Д) $(-1; 2)$

Е) $(-\infty; 2)$

22. $y = 2x^3 + 6x^2 - 7$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

А) $(-1; 4)$

В) $(0; 1)$

С) $(-\infty; -1)$

Д) $(-1; +\infty)$

Е) $(0; +\infty)$

23. $y = x^2 + 4x - 3$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

А) $(-2; -7)$ min нүктесі

В) $(-2; 3)$ min нүктесі

С) $(1; 0)$ max нүктесі

Д) $(2; 2)$ min нүктесі

Е) $(0; -2)$ max нүктесі

24. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x - 9$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

А) $(-4; -9)$

В) $(0; -9)$

С) $(2; -9)$

Д) $(3; -9)$

Е) $(4; 0)$

25. $y = 7x^2 - 14x + 5$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

А) $(-\infty; -1)$

- B) $(0;1)$
- C) $(1;+\infty)$
- D) $(-1;+\infty)$
- E) $(-\infty;0)$

26. $y = -x^2 + 2x + 1$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(1;2)$ max нүктесі
- B) $(-2;1)$ min нүктесі
- C) $(3;1)$ max нүктесі
- D) $(0;-1)$ min нүктесі
- E) $(-1;5)$ max нүктесі

27. $y = x^2 + 4x + 1$ функциясының кему аралығын табыңыз.

- A) $(-\infty;-2)$
- B) $(-\infty;1)$
- C) $(2;+\infty)$
- D) $(-1;+\infty)$
- E) $(-\infty;6)$

28. $y = x^3 - 3x + 1$ функциясының иілу нүктелерін табыңыз.

- A) $(0;1)$
- B) $(1;1)$
- C) $(6;-2)$
- D) $(2;1)$
- E) $(3;19)$

29. $y = x^3 - x^2 + x$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

- A) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
- B) $\left(0; -\frac{1}{3}\right)$

C) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$

D) $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$

E) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

30. $y = x^3 + 9x^2 - 10$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

A) $(-3; 4)$

B) $(0; 3)$

C) $(-\infty; -3)$

D) $(-3; +\infty)$

E) $(0; +\infty)$

31. $y = x^2 + 6x - 4$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

A) $(-2; 0)$ max нүктесі

B) $(-2; 3)$ min нүктесі

C) $(1; 0)$ max нүктесі

D) $(-3; -13)$ min нүктесі

E) $(0; -2)$ max нүктесі

32. $y = -x^3 + 6x^2 + 4$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

A) $(-2; 20)$

B) $(-1; 20)$

C) $(1; 20)$

D) $(0; 20)$

E) $(2; 20)$

33. $y = 2x^2 - 12x$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

A) $(-\infty; 3)$

B) $(3; +\infty)$

C) $(-3; 3)$

D) $(-\infty; -3)$

Е) $(-3; 0)$

34. $y = 3 - 2x^2$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

А) $(1; 1)$ міннүктесі

В) $(0; 3)$ тахнүктесі

С) $(-1; 1)$ тахнүктесі

Д) $(0; 1)$ міннүктесі

Е) $(0; 7)$ міннүктесі

35. $y = 2x^2 + 16x + 3$ функциясының кему аралығын табыңыз.

А) $(4; +\infty)$

В) $(0; 4)$

С) $(-\infty; -4)$

Д) $(-4; +\infty)$

Е) $(-\infty; 0)$

36. $y = x^3 + 3x^2 - 4$ функциясының иілу нүктелерін табыңыз.

А) $(1; 2)$

В) $(-1; -3)$

С) $(-1; 0)$

Д) $(-1; 8)$

Е) $(-1; -2)$

37. $y = x^3 + 9x^2 - 10$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

А) $(-3; 4)$

В) $(0; 3)$

С) $(-\infty; -3)$

Д) $(-3; +\infty)$

Е) $(0; +\infty)$

38. $y = -2x^3 + 8x - 3$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

А) $(-2; -3)$

В) $(-1; 3)$

С) $(1; 3)$

- D) $(-\infty; 0)$
- E) $(0; +\infty)$

39. $y = 2x^2 + 4x + 1$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(-2; 1)$ тах нүктесі
- B) $(-1; -1)$ min нүктесі
- C) $(1; 3)$ min нүктесі
- D) $(0; -1)$ тах нүктесі
- E) $(2; 3)$ min нүктесі

40. $y = 3x^3 - 6x + 1$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

- A) $(-2; 0)$
- B) $(-1; 0)$
- C) $(1; 1)$
- D) $(0; 1)$
- E) $(2; 0)$

41. $y = 3x^2 + 18x + 5$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

- A) $(-\infty; -5)$
- B) $(0; 5)$
- C) $(18; +\infty)$
- D) $(-3; +\infty)$
- E) $(-\infty; 0)$

42. $y = x^2 + 4x - 7$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(-2; -7)$ min нүктесі
- B) $(1; 0)$ тах нүктесі
- C) $(-2; -11)$ min нүктесі
- D) $(2; 2)$ min нүктесі
- E) $(0; -2)$ тах нүктесі

43. $y = 4x^2 + 16x - 1$ функциясының кему аралығын табыңыз.

- A) $(-\infty; -2)$
- B) $(0; 2)$

- C) $(2; +\infty)$
- D) $(-2; +\infty)$
- E) $(-\infty; 0)$

44. $y = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

- A) $(1; -8)$
- B) $(1; -1)$
- C) $(1; 24)$
- D) $(1; 4)$
- E) $(1; 3)$

45. $y = 2x^3 + 6x^2 - 7$ функциясының дөңес аралығын табыңыз.

- A) $(-1; 4)$
- B) $(0; 1)$
- C) $(-\infty; -1)$
- D) $(-1; +\infty)$
- E) $(0; +\infty)$

46. $y = x^3 - x^2 + x$ функциясының ойыс аралығын табыңыз.

- A) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$
- B) $\left(0; -\frac{1}{3}\right)$
- C) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$
- D) $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$
- E) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

47. $y = -x^2 + 4x$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(0; 2)$ max нүктесі
- B) $(2; 4)$ max нүктесі

- C) $(3; -2)$ тах нүктесі
- D) $(2; 3)$ min нүктесі
- E) $(3; 9)$ тах нүктесі

48. $y = x^3 - 4$ функциясының иілу нүктесін табыңыз.

- A) $(1; -3)$
- B) $(-1; -5)$
- C) $(0; -4)$
- D) $(4; 0)$
- E) $(0; 4)$

49. $y = 4x^2 + 16x - 1$ функциясының өсу аралығын табыңыз.

- A) $(-\infty; -2)$
- B) $(0; 2)$
- C) $(2; +\infty)$
- D) $(-2; +\infty)$
- E) $(-\infty; 0)$

50. $y = x^2 + 8x + 2$ функциясының экстремум нүктелерін табыңыз.

- A) $(-2; 0)$ тах нүктесі
- B) $(-2; 3)$ min нүктесі
- C) $(1; 0)$ тах нүктесі
- D) $(-4; -14)$ min нүктесі
- E) $(0; -2)$ тах нүктесі

18 ИНТЕГРАЛДЫ АЙНЫМАЛЫНЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛТАҢБАСЫНЫҢ АСТЫНА ЕНГІЗУ ЖӘНЕ АЙНЫМАЛЫНЫ АУЫСТЫРУ АРҚЫЛЫ ТАБУ ӘДІСІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Интегралды айнымалыны дифференциал таңбасының астына енгізу және айнымалыны ауыстыру арқылы табу әдісіне» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

18.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Бұл тараудың есептерін шығару үшін дифференциалдар және негізгі интегралдар кестесін білу қажет.

Дифференциалдар кестесі.

1. $d(c) = 0$
2. $d(u^\alpha) = \alpha u^{\alpha-1} du, \quad \alpha \in R$
3. $d(a^u) = a^u \ln a du$
4. $d(e^u) = e^u du$
5. $d(\log_a u) = \frac{du}{u \ln a}$
6. $d(\ln u) = \frac{du}{u}$
7. $d(\sin u) = \cos u du$
8. $d(\cos u) = -\sin u du$
9. $d(\operatorname{tg} u) = \frac{du}{\cos^2 u}$
10. $d(\operatorname{ctg} u) = -\frac{du}{\sin^2 u}$
11. $d(\arcsin u) = \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
12. $d(\arccos u) = -\frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$
13. $d(\operatorname{arctg} u) = \frac{du}{1+u^2}$

$$14. d(\operatorname{arcctg} u) = -\frac{du}{1+u^2}$$

$$15. d(\operatorname{sh} u) = \operatorname{ch} u du$$

$$16. d(\operatorname{ch} u) = \operatorname{sh} u du$$

$$17. d(\operatorname{th} u) = \frac{du}{\operatorname{ch}^2 u}$$

$$18. d(\operatorname{cth} u)' = -\frac{du}{\operatorname{sh}^2 u}$$

Негізгі интегралдар кестесі.

Дифференциалдық есептеулердің негізгі формулаларынан шығатын интегралдар кестесін қолданамыз:

$$1. \int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad (\alpha \neq -1) \quad \left(\int du = u + c \right)$$

$$2. \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$3. \int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$4. \int e^u du = e^u + c$$

$$5. \int \sin u du = -\cos u + c$$

$$6. \int \cos u du = \sin u + c$$

$$7. \int \operatorname{tg} u du = -\ln|\cos u| + c$$

$$8. \int \operatorname{ctg} u du = \ln|\sin u| + c$$

$$9. \int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + c$$

$$10. \int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + c$$

$$11. \int \operatorname{sh} u du = \operatorname{ch} u + c$$

$$12. \int \operatorname{ch} u du = \operatorname{sh} u + c$$

$$13. \int \frac{du}{\operatorname{ch}^2 u} = \operatorname{th} u + c$$

$$14. \int \frac{du}{\operatorname{sh}^2 u} = -\operatorname{cth} u + c$$

$$15. \int \frac{du}{\sin u} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right| + c$$

$$16. \int \frac{du}{\cos u} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + c$$

$$17. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln \left| u + \sqrt{u^2 + a^2} \right| + c$$

$$18. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c$$

$$19. \int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + c$$

$$20. \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left| \frac{a+u}{a-u} \right| + c$$

$$21. \int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left| \frac{u-a}{u+a} \right| + c$$

$$22. \int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2} \cdot \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{u}{a} + c$$

$$23. \int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{u}{2} \cdot \sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2} \ln \left| u + \sqrt{u^2 \pm a^2} \right| + c$$

Интегралды айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізу арқылы табу.

Айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізу әдісі

$$\int f(g(x))d(g(x)) = F(g(x)) + c. \quad (15.1)$$

теңдігімен негізделеді, яғни интеграл атындағы функцияны $f(g(x))d(g(x))$ түріне келтіру қажет. Сондықтан жоғарғыда келтірілген *дифференциалдар және негізгі интегралдар кестесін* білу қажет.

Дифференциал таңбасының астына енгізу арқылы интегралдарды анықтау ережесі:

- интеграл таңбасының астындағы функцияны және оның бір көбейткішінің (бөлігінің) дифференциалы интеграл астындағы өрнекті бастапқы қалпына келтіретіндей таңдау керек;

- сол көбейткішті d дифференциал белгісінің астына жазып, одан дифференциал тауып, қажетті тұрақты көбейткіштің орнын толтыру керек;
- негізгі интегралдар кестесін қолданып интегралды табу керек.

Интегралдайнымалыны ауыстыру әдісін қолданып табу.

Айнымалыны ауыстыру әдісін қолданып интегралдау интегралға жаңа айнымалы енгізуге негізделген. Жаңа айнымалы енгізу негізінде берілген интеграл жаңа интегралға, яғни кестелік немесе кестелік интегралға келтірілетін интегралға көшеді.

$\int f(x)dx$ интегралын табу қажет болсын. $x=\varphi(t)$ жаңа айнымалысын енгіземіз, мұндағы $\varphi(t)$ - үзіліссіз туындысы бар функция. Онда $dx = \varphi'(t) dt$ теңдігі негізінде

$$\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad (15.2)$$

теңдігін аламыз. Бұл формула *анықталмаған интегралда айнымалыны ауыстыру формуласы* деп аталады. Оң жақтағы интегралды тапқаннан кейін t айнымалысынан қайта x айнымалысына көшеміз.

Интегралды айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізуарқылы тапсақ немесе сол интегралды айнымалыны ауыстыру әдісімен тапсақ та бірдей жауапқа келеміз. Сондықтан тест есептерін оқырман өзіне жеңіл деп таныған 2 әдістің тек біреуімен шығаруына болады.

Мысал 18.1.1: $\int \sqrt{\cos x} \sin x dx$ интегралын айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізуарқылы табу керек.

Шешімі:

а) Интегралды айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізуәдісінің

$$\int f(g(x))d(g(x)) = F(g(x)) + c.$$

(15.1)

формуласын қолданамыз.

Ереже бойынша $d(\cos u) = -\sin u du$ дифференциалын және

$$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$$

интегралын қолданамыз.

$$\begin{aligned} \text{b) } \int \sqrt{\cos x} \sin x dx &= - \int \sqrt{\cos x} d(\cos x) = - \int (\cos x)^{\frac{1}{2}} d(\cos x) = \\ &= -\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + c. \end{aligned}$$

$$\text{c) Жауабы: } -\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + c.$$

Мысал 18.1.2: $\int \sqrt{\cos x} \sin x dx$ интегралынайнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

Шешімі:

$$\begin{aligned} \text{a) Интегралды айнымалыны ауыстыру әдісімен табудың} \\ \int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt \end{aligned} \quad (15.2)$$

формуласын қолданамыз.

$$\begin{aligned} \text{b) } \int \sqrt{\cos x} \sin x dx &= \left. \begin{array}{l} \cos x = t \\ -\sin x dx = dt \end{array} \right| = - \int \sqrt{t} dt = - \int t^{\frac{1}{2}} dt = -\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \\ &= -\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + c = -\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + c. \end{aligned}$$

$$\text{c) Жауабы: } -\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + c.$$

Мысал 18.2.1: $\int x(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} dx$ интегралын айнымалыны дифференциал таңбасының астына енгізу арқылы табу керек.

Шешімі:

$$\begin{aligned} \text{a) Интегралды айнымалыны дифференциал таңбасының астына} \\ \text{енгізу әдісінің} \\ \int f(g(x)) d(g(x)) = F(g(x)) + c. \end{aligned} \quad (15.1)$$

формуласын қолданамыз.

$$\text{Ереже бойынша } d(c) = 0, \quad d(u^\alpha) = \alpha u^{\alpha-1} du, \quad \alpha \in R$$

$$\text{дифференциалдарын және } \int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad \text{интегралын}$$

қолданамыз.

$$\text{b) } \int x(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} \frac{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}{5} + c.$$

с) Жауабы: $\frac{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}{5} + c.$

Мысал 18.2.2: $\int x(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} dx$ интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

Шешімі:

а) Интегралдайнымалыны ауыстыру әдісімен табудың

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt \quad (15.2)$$

формуласын қолданамыз.

$$b) \int x(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} dx = \left| \begin{array}{l} x^2 + 1 = t, \\ 2x dx = dt \\ x dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right| = \int t^{\frac{3}{2}} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int t^{\frac{3}{2}} dt = \frac{1}{2} \frac{t^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c =$$

$$\frac{t^{\frac{5}{2}}}{5} + c = \frac{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}{5} + c.$$

с) Жауабы: $\frac{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}{5} + c.$

Мысал 18.3.1: $\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^6}} dx$ интегралын айнымалыны

дифференциалтаңбасының астына енгізу арқылы табу керек.

Шешімі:

а) Интегралды айнымалыны дифференциалтаңбасының астына енгізу әдісінің

$$\int f(g(x)) d(g(x)) = F(g(x)) + c. \quad (15.1)$$

формуласын қолданамыз.

б) Ереже бойынша $d(u^\alpha) = \alpha u^{\alpha-1} du$, $\alpha \in R$ дифференциалын

және $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + c$ интегралын қолданамыз.

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^6}} dx = \int \frac{x^2}{\sqrt{1 - (x^3)^2}} dx = \frac{1}{3} \int \frac{d(x^3)}{\sqrt{1 - (x^3)^2}} = \frac{1}{3} \arcsin x^3 + c.$$

с) Жауабы: $\frac{1}{3} \arcsin x^3 + c$.

Мысал 18.3.2: $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx$ интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

Шешімі:

а) Интегралды айнымалыны ауыстыру әдісімен табудың

$$\int f(x) dx = \int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt \quad (15.2)$$

формуласын қолданамыз.

$$\begin{aligned} \text{б) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx &= \int \frac{x^2}{\sqrt{1-(x^3)^2}} dx = \left. \begin{array}{l} x^3 = t, \\ 3x^2 dx = dt \\ x^2 dx = \frac{dt}{3} \end{array} \right| = \int \frac{dt}{3\sqrt{1-t^2}} = \\ &= \frac{1}{3} \arcsin t + c = \frac{1}{3} \arcsin x^3 + c. \end{aligned}$$

с) Жауабы: $\frac{1}{3} \arcsin x^3 + c$.

18.2 Тест тапсырмалары

1. $\int (6+x^3)^{29} x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $x^3(6+x^3)^{28} + c$

B) $\frac{1}{90} \cdot (6+x^3)^{30} + c$

C) $(6+x^3)^{30} \cdot x + c$

D) $\frac{(6+x^3)^{28}}{x} + c$

E) $(6+x^3)^{29} \cdot x^4 + c$

2. $\int e^{x^2} x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $x \cdot e^x + c$

- B) $x^2 \cdot e^x + c$
- C) $x^2 \cdot e^{x^2} + c$
- D) $e^{x^3} + c$
- E) $\frac{1}{2}e^{x^2} + c$

3. $\int \sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\sqrt{\cos x} + c$
- B) $\frac{2}{3} \sin^{\frac{3}{2}} x + c$
- C) $\sqrt{\sin x} + c$
- D) $\sqrt{\cos x \cdot \sin x} + c$
- E) $\sqrt{\sin x + \cos x} + c$

4. $\int (2 + x^2)^9 x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\frac{1}{20}(2+x^2)^{10} + c$
- B) $(2+x^2)^8 + c$
- C) $(2+x^2)^9 \cdot x^2 + c$
- D) $(2+x^2)^8 \cdot x + c$
- E) $(2+x^3)^7 + c$

5. $\int (\ln x)^5 \cdot \frac{1}{x} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\frac{(\ln x)^4}{x^2} + c$
- B) $(\ln x)^6 \cdot x + c$
- C) $\frac{x^4}{(\ln x)^3} + c$

D) $\frac{(\ln x)^6}{6} + c$

E) $\frac{(\ln x)^4}{4} + c$

6. $\int e^{-x^3} x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $3x \cdot e^x + c$

B) $x^2 \cdot e^{2x} + c$

C) $16x^2 \cdot e^{x^2} + c$

D) $-\frac{1}{3}e^{-x^3} + c$

E) $\frac{1}{12}e^{x^2} + c$

7. $\int a^{x^3} x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{6}(a+x^2)^4 + c$

B) $(a+x^2)^8 + c$

C) $\frac{a^{x^3}}{3 \ln a} + c$

D) $(2a+x^2)^9 \cdot ax^2 + c$

E) $(1+ax^3)^4 + c$

8. $\int \frac{dx}{3x-2}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{3} \ln|3x-2| + c$

B) $\operatorname{tg} 2x - x + c$

C) $-\operatorname{ctg} 3x + c$

D) $3 \operatorname{ctg} x - 2x + c$

E) $x + c$

9. $\int \frac{2x}{x^4 - 9} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $2\ln|x+3| - 3\ln|x-3| + c$

B) $\ln|x-1| + 3\ln|x| + c$

C) $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\ln|x^2 - 8x + 7| + c$

D) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-4}{x-14}\right| + c$

E) $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x^2 - 3}{x^2 + 3}\right| + c$

10. $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\ln|x^2 - 1| + c$

B) $\frac{(x+4)^5}{2} + c$

C) $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}x^3 + c$

D) $\frac{(x-4)^5}{(x-2)^2} + c$

E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-4}{x+4}\right| + c$

11. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $-3\cos^3 x + c$

B) $5\sqrt{\sin x} + c$

C) $2\cos x + c$

D) $-2\sqrt{\cos x} + c$

E) $\frac{1}{6}\sin^2 x + c$

12. $\int \frac{dx}{(\arccos x)^5 \sqrt{1-x^2}}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру

әдісімен табу керек.

A) $2 \ln x + c$

B) $\frac{1}{4 \arccos^4 x} + c$

C) $2 \ln 2x + c$

D) $-\frac{\arcsin x}{x^2} + c$

E) $2 \arccos x + c$

13. $\int (2+x^3)^9 x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $x^3(2+x^3)^8 + c$

B) $\frac{1}{30} \cdot (2+x^3)^{10} + c$

C) $(2+x^3)^{30} + c$

D) $\frac{(2+x^3)^2}{x} + c$

E) $(12+x^3)^2 \cdot x^4 + c$

14. $\int 2e^{x^2} x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $2x \cdot e^x + c$

B) $4x^2 \cdot e^x + c$

C) $2x^2 \cdot e^{x^2} + c$

D) $e^{x^3} + c$

E) $e^{x^2} + c$

15. $\int 3\sqrt{\sin x} \cdot \cos x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $3\sqrt{\cos x} + c$

B) $2 \sin^{\frac{3}{2}} x + c$

C) $\sqrt{\sin 2x} + c$

D) $\sqrt{3\cos x \cdot \sin x} + c$

E) $\sqrt{2\sin x + 3\cos x} + c$

16. $\int (1+x^2)^{19} x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{40}(1+x^2)^{20} + c$

B) $\frac{1}{18}(1+x^2)^{18} + c$

C) $(1+x^2)^9 \cdot x^4 + c$

D) $(1+x^2)^8 \cdot x + c$

E) $\frac{1}{14}(1+x^3)^7 + c$

17. $\int 2(\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{(\ln x)^2}{x^2} + c$

B) $(\ln x)^2 \cdot x + c$

C) $\frac{x^6}{(\ln x)^3} + c$

D) $\frac{(\ln x)^4}{2} + c$

E) $\frac{(\ln x)^4}{4} + c$

18. $\int 12e^{-x^3} x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $3x \cdot e^x + c$

B) $x^2 \cdot e^{3x} + c$

C) $6x^2 \cdot e^{x^2} + c$

D) $-4e^{-x^3} + c$

E) $\frac{1}{12}e^{x^2} + c$

19. $\int 5^{x^3} x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{6}(5+x^2)^4 + c$

B) $(5+x^2)^5 + c$

C) $\frac{5^{x^3}}{3 \ln 5} + c$

D) $(1+5x^2)^9 \cdot x^3 + c$

E) $(1+5x^3)^4 + c$

20. $\int \frac{dx}{17x-15}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{17} \ln|17x-15| + c$

B) $\operatorname{tg} 17x - x + c$

C) $-15 \operatorname{ctg} 17x + c$

D) $15 \operatorname{ctg} x - 17x + c$

E) $17x + c$

21. $\int \frac{2x}{x^4-49} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $2 \ln|x+7| - \ln|x-7| + c$

B) $\ln|x-1| + 7 \ln|x| + c$

C) $\frac{49x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln|x^4-49| + c$

D) $2 \ln \left| \frac{x-14}{x-14} \right| + c$

E) $\frac{1}{14} \ln \left| \frac{x^2-7}{x^2+7} \right| + c$

22. $\int \frac{3x^2}{1+x^6} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\ln|1+x| + c$

B) $\frac{(x+4)^5}{2} + c$

C) $\operatorname{arctg} x^3 + c$

D) $\frac{(x-4)^5}{(x-2)^2} + c$

E) $3 \ln \left| \frac{(x-6)^5}{(x+6)^3} \right| + c$

23. $\int \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $-3\cos^6 x + c$

B) $6\sin^5 x + c$

C) $-12\cos x + c$

D) $-\sqrt{\cos x} + c$

E) $\frac{1}{6}\cos x \sin x + c$

24. $\int \frac{dx}{(\arccos x)^3 \sqrt{1-x^2}}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $2 \arccos 2x + c$

B) $\frac{1}{2 \arccos^2 x} + c$

C) $2 \arcsin 2x + c$

D) $-\frac{2}{\arcsin^2 x} + c$

E) $\frac{\arccos^2 x}{x} + c$

25. $\int \frac{2x}{x^4 - 81} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $18 \ln \frac{1}{x^2 - 81} + c$
- B) $81x - \ln|x - 9| + c$
- C) $\frac{49x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln x + c$
- D) $2 \ln \left| \frac{x - 14}{x - 14} \right| + c$
- E) $\frac{1}{18} \ln \left| \frac{x^2 - 9}{x^2 + 9} \right| + c$

26. $\int (5 + x^4)^2 x^3 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $x^3(5 + x^4)^3 + c$
- B) $\frac{1}{12} \cdot (5 + x^4)^3 + c$
- C) $(5 + x^4)^3 \cdot x + c$
- D) $\frac{(5 + x^4)^2}{x} + c$
- E) $(5 + x^4)^3 \cdot x^3 + c$

27. $\int e^{x^4} x^3 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $x \cdot e^x + c$
- B) $\frac{x^2 \cdot e^x}{4} + c$
- C) $x^2 \cdot e^{x^2} + c$
- D) $\frac{1}{3} e^{x^3} + c$
- E) $\frac{1}{4} e^{x^4} + c$

28. $\int \sqrt{\sin^3 x} \cdot \cos x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{2}{5} \sqrt{\cos x} + c$

B) $\frac{2}{5} \sin^{\frac{5}{2}} x + c$

C) $\sqrt{\sin x} + c$

D) $\frac{2}{3} \sqrt{\cos 2x} + c$

E) $\frac{2}{3} \sqrt{\sin x} + c$

29. $\int (5+x^2)^{19} x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{40} (5+x^2)^{20} + c$

B) $(5+x^2)^8 + c$

C) $(5+x^2)^9 \cdot x^2 + c$

D) $(5+x^2)^8 \cdot x + c$

E) $\frac{1}{20} (5+x^3)^7 + c$

30. $\int (\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{(\ln x)^4}{x^2} + c$

B) $(\ln x)^3 \cdot x + c$

C) $\frac{x^4}{(\ln x)^3} + c$

D) $\frac{(\ln x)^3}{3} + c$

E) $\frac{(\ln x)^4}{4} + c$

31. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\frac{2}{\sqrt{\cos x}} + c$
- B) $5\cos^5 x + c$
- C) $2\sin x + c$
- D) $-2\cos x + c$
- E) $\frac{1}{6}\sin^2 x + c$

32. $\int \frac{dx}{(\arcsin x)^4 \sqrt{1-x^2}}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $2\arccos x + c$
- B) $-\frac{1}{3\arcsin^3 x} + c$
- C) $2\arcsin x + c$
- D) $-\frac{2\arccos x}{x^2} + c$
- E) $\frac{\arcsin^3 x}{x^2} + c$

33. $\int (3+x^3)^5 x^2 dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $x^3(3+x^3)^8 + c$
- B) $\frac{1}{30} \cdot (3+x^3)^{10} + c$
- C) $\frac{1}{18} \cdot (3+x^3)^6 + c$
- D) $\frac{(3+x^3)^2}{x} + c$
- E) $(12+x^3)^2 \cdot x^4 + c$

34. $\int 6e^{x^2} x dx$ - интегралынайнымалыныауыстыруәдісіментабукерек.

- A) $2x \cdot e^x + c$
- B) $4x^2 \cdot e^x + c$
- C) $2x^2 \cdot e^{x^2} + c$
- D) $3e^{x^2} + c$
- E) $e^{x^2} + c$

35. $\int \sqrt{\cos^3 x} \cdot \sin x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $3\sqrt{\cos x} + c$
- B) $2\cos^{\frac{3}{2}} x + c$
- C) $\sqrt{\sin 2x} + c$
- D) $\frac{1}{5}\sqrt{\cos 2x} + c$
- E) $-\frac{2}{5}\cos^{\frac{5}{2}} x + c$

36. $\int \sin(2x - 3) dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $-\frac{1}{2}\cos(2x - 3) + c$
- B) $-\frac{1}{2}\sin(2x - 3) + c$
- C) $-\frac{1}{3}\cos 2x + c$
- D) $\cos(2x - 3) + c$
- E) $-\frac{1}{2x - 3}\cos x + c$

37. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{2}{3}\sqrt{\ln x} + c$

B) $\frac{2}{3}\sqrt{(\ln x)^3} + c$

C) $\sqrt{\ln x} + c$

D) $\frac{2}{3\ln x} + c$

E) $\frac{3\sqrt{(\ln x)^3}}{2} + c$

38. $\int e^x \sin e^x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $-3\sqrt{\operatorname{cose}^x} + c$

B) $2\sin^{\frac{3}{2}} e^x + c$

C) $-\cos e^x + c$

D) $\sqrt{3\operatorname{cose}^x} + c$

E) $-\cos^2 e^x + c$

39. $\int \frac{dx}{2x^2 + 9}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{3\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}x}{3} + c$

B) $\frac{1}{3} \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{2}x}{3} + c$

C) $\frac{1}{3} \ln(2x^2 + 9) + c$

D) $\frac{1}{3\sqrt{2}} \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{2}x}{3} + c$

E) $\frac{1}{18} \ln \left| \frac{2x^2 - 9}{2x^2 + 9} \right| + c$

40. $\int \frac{dx}{(2x-1)^5}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $-\ln \frac{1}{2x-1} + c$
 B) $-\frac{1}{5(2x-1)^3} + c$
 C) $-\frac{1}{8(2x-1)^4} + c$
 D) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right| + c$
 E) $\frac{(2x-1)^6}{6} + c$

41. $\int \cos(5x-4)dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $-\frac{1}{5} \cos(5x-4) + c$
 B) $\frac{1}{5} \sin(5x-4) + c$
 C) $-\frac{1}{5} \sin 5x + c$
 D) $\sin(5x-4) + c$
 E) $-\frac{1}{5x-4} \sin x + c$

42. $\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\frac{5}{2} \sqrt{\ln x} + c$
 B) $\frac{2}{5} \sqrt{\ln^5 x} + c$
 C) $\sqrt[3]{\ln^2 x} + c$
 D) $\frac{2}{5 \ln^3 x} + c$
 E) $\frac{5 \sqrt{\ln^5 x}}{2} + c$

43. $\int e^x \cos e^x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $-3\sqrt{\sin e^x} + c$
- B) $2\sin^{\frac{3}{2}} e^x + c$
- C) $\sin e^x + c$
- D) $\sqrt{3\cos e^x} + c$
- E) $-\cos^2 e^x + c$

44. $\int \frac{dx}{3x^2 + 16}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $\frac{1}{3\sqrt{3}} \arcsin \frac{\sqrt{3}x}{4} + c$
- B) $\frac{1}{3} \arccos \frac{\sqrt{3}x}{2} + c$
- C) $\frac{1}{3} \ln(3x^2 + 16) + c$
- D) $\frac{1}{4\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}x}{4} + c$
- E) $\frac{1}{9} \ln \left| \frac{3x^2 - 16}{3x^2 + 16} \right| + c$

45. $\int \frac{dx}{(9x - 7)^4}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

- A) $-\ln \frac{1}{9x - 7} + c$
- B) $-\frac{2}{3(9x - 7)^4} + c$
- C) $-\frac{1}{27(9x - 7)^3} + c$
- D) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{9x - 7}{9x + 7} \right| + c$
- E) $\frac{(9x - 7)^5}{5} + c$

46. $\int 5\sin(6x+2)dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $-\frac{5}{6}\cos(6x+2)+c$

B) $-\frac{5}{2}\sin(6x+2)+c$

C) $-\frac{5}{3}\cos 6x+c$

D) $\cos(6x+2)+c$

E) $-\frac{5}{6x+2}\cos x+c$

47. $\int \frac{1+\ln x}{x}dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{2}\sqrt{1+\ln x}+c$

B) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+\ln x)^3}+c$

C) $\sqrt{\ln x+1}+c$

D) $\frac{2}{3(1+\ln x)}+c$

E) $\frac{(1+\ln x)^2}{2}+c$

48. $\int 3^{\sin x} \cos x dx$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $3^{\cos x} \ln 3+c$

B) $3^{\sin x} \ln 3+c$

C) $\frac{3^{\cos x}}{\ln 3}+c$

D) $\frac{3^{\sin x}}{\ln 3}+c$

E) $\frac{\ln 3}{3^{\sin x}}+c$

49. $\int \frac{dx}{4x^2 - 4}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{4} \arcsin \frac{x-1}{4} + c$

B) $\frac{1}{8} \arccos \frac{x-1}{4} + c$

C) $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c$

D) $\frac{1}{8} \ln \left| \sqrt{x^2 - 1} \right| + c$

E) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4} \right| + c$

50. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4 + 5}}$ - интегралын айнымалыны ауыстыру әдісімен табу керек.

A) $-\ln \frac{1}{x^2 + 5} + c$

B) $-\frac{1}{5(2x-1)^3} + c$

C) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2 - 5}{x^2 + 5} \right| + c$

D) $\frac{1}{2} \ln \left| x^2 + \sqrt{x^4 + 5} \right| + c$

E) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{9x-7}{9x+7} \right| + c$

19 ИНТЕГРАЛДЫ БӨЛІКТЕП ИНТЕГРАЛДАУ ӘДІСІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Интегралды бөліктеп интегралдау әдісі» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

19.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Бұл тараудың есептерін шығару үшін 18-тарауда берілген дифференциалдар және негізгі интегралдар кестесін білу қажет.

Бөліктеп интегралдау әдісі

$u=u(x)$ және $v=v(x)$ функциялары үзіліссіз туындылары бар функциялар болсын. Онда $d(uv)=udv+vdu$. Бұл теңдіктің екі жағын да интегралдасақ,

$$\int d(uv)=\int udv+\int vdu$$

немесе

$$\int udv=uv-\int vdu. \quad (19.1)$$

Бұл формула *бөліктеп интегралдау формуласы* деп аталады. Бөліктеп интегралдау формуласын қолданғанда интеграл астындағы өрнекті udv көбейтіндісі ретінде қарастырамыз да u функциясын $\int vdu$ интегралы $\int udv$ интегралына қарағанда интегралдауға қолайлы болатындай етіп таңдап аламыз.

Кейбір бөліктеп интегралданатын интегралдар:

1. $\int P(x)e^{kx} dx, \int P(x)\sin kx dx, \int P(x)\cos kx dx$

түріндегі интегралдарда, мұндағы $P(x)$ - көпмүшелік, $u=P(x)$ деп, ал dv ретінде интеграл астындағы қалған көбейткіштерді алу керек.

2. $\int P(x)\arcsin x dx, \int P(x)\arccos x dx, \int P(x)\ln x dx,$

$$\int P(x)\arctg x dx, \int P(x)\text{arcctg} x dx$$

түріндегі интегралдарда $P(x) dx=dv$ деп, ал u ретінде интеграл астындағы қалған көбейткішті алу керек.

3. $\int e^{ax} \sin bxdx, \int e^{ax} \cos bxdx$ түріндегі интегралдар бөліктеп интегралдау әдісін екі рет қолдану арқылы интегралдау есебін осы интегралға қарағанда сызықтық теңдеуді шешу есебіне келтіру арқылы табылады. Бұл арада бірінші ретте u функциясы ретінде көрсеткіштік (тригонометриялық) функция алынса, екінші ретте де көрсеткіштік (тригонометриялық) функция алынуы керек.

Ескерту: Тест тапсырмалары жоғарғыда аталған 1-3 ережелерінің алғашқы 1-2 ережелеріне берілген, емтихан есептерінің тараулары күрделілік деңгейлеріне сәйкес реттелініп берілетін себепті студенттерге 3-ережеге сәйкес есептер тәжірибелік сабақтарда талданып көрсетіледі.

Мысал 19.1: $\int xe^{\sqrt{3}x} dx$ интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

Шешімі:

- а) Интеграл астындағы өрнекте x бірімүшелігі және $e^{\sqrt{3}x}$ көрсеткіштік функциясының көбейтіндісі берілгендіктен бірінші ережеге сүйеніп (19.1) бөліктеп интегралдау формуласын қолданамыз.

$$b) \int xe^{\sqrt{3}x} dx = \left. \begin{array}{l} \int u dv = uv - \int v du \\ u = x, \quad dv = e^{\sqrt{3}x} dx \\ du = dx, \quad v = \frac{1}{\sqrt{3}} e^{\sqrt{3}x} \end{array} \right| = \frac{x}{\sqrt{3}} e^{\sqrt{3}x} - \frac{1}{\sqrt{3}} \int e^{\sqrt{3}x} dx =$$

$$\frac{x}{\sqrt{3}} e^{\sqrt{3}x} - \frac{1}{3} e^{\sqrt{3}x} + c.$$

- с) Жауабы: $\frac{x}{\sqrt{3}} e^{\sqrt{3}x} - \frac{1}{3} e^{\sqrt{3}x} + c.$

Мысал 19.2: $\int (x^2 + 4) \ln x dx$ интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

Шешімі:

- а) Интеграл астындағы өрнекте $x^2 + 4$ екімүшелігі және $\ln x$ логарифмдік функциясының көбейтіндісі берілгендіктен

екінші ережеге сүйеніп (19.1) бөліктеп интегралдау формуласын қолданамыз.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \int (x^2 + 4) \ln x dx &= \left| \begin{array}{l} \int u dv = uv - \int v du \\ u = \ln x, \quad dv = (x^2 + 4) dx \\ du = \frac{dx}{x}, \quad v = \frac{x^3}{3} + 4x \end{array} \right| = \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \ln x - \int \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \frac{dx}{x} = \\
 &= \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \ln x - \int \left(\frac{x^2}{3} + 4 \right) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \ln x - \frac{x^3}{9} - 4x + c.
 \end{aligned}$$

$$\text{c) Жауабы: } \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \ln x - \frac{x^3}{9} - 4x + c.$$

Мысал 19.3: $\int (6x - 8) \sin 3x dx$ интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

Шешімі:

а) Интеграл астындағы өрнекте $6x - 8$ үшмүшелігі және $\sin 3x$ тригонометриялық функциясының көбейтіндісі берілгендіктен бірінші ережеге сүйеніп (19.1) бөліктеп интегралдау формуласын қолданамыз.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \int (6x - 8) \sin 3x dx &= \left| \begin{array}{l} \int u dv = uv - \int v du \\ u = 6x - 8, \quad dv = \sin 3x dx \\ du = 6 dx, \quad v = -\frac{1}{3} \cos 3x \end{array} \right| = \\
 &= -\frac{1}{3} (6x - 8) \cos 3x - \frac{6}{-3} \int \cos 3x dx = -\frac{1}{3} (6x - 8) \cos 3x + \frac{2}{3} \sin 3x + c.
 \end{aligned}$$

$$\text{c) Жауабы: } -\frac{1}{3} (6x - 8) \cos 3x + \frac{2}{3} \sin 3x + c.$$

Мысал 19.4: $\int \arccos x dx$ интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

Шешімі:

а) Интеграл астындағы өрнекте жасырын түрде $x^0 = 1$ бірімүшелігі және $\arccos x$ кері тригонометриялық

функциясының көбейтіндісі берілгендіктен екінші ережеге сүйеніп (19.1) бөліктеп интегралдау формуласын қолданамыз.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \int \arccos x dx &= \left. \begin{array}{l} \int u dv = uv - \int v du \\ u = \arccos x, \quad dv = dx \\ du = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, \quad v = x \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} = \\
 &= x \arccos x - \frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} d(1-x^2) = x \arccos x - \frac{1}{2} \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = \\
 &= x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + c.
 \end{aligned}$$

c) Жауабы: $x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + c$.

19.2 Тест тапсырмалары

1. $\int x e^{4x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{4} e^{4x} + \frac{1}{14} e^{4x} + c$

B) $\frac{x}{4} e^{4x} - \frac{1}{4} e^{4x} + c$

C) $\frac{x}{4} e^{4x} - \frac{1}{16} e^{4x} + c$

D) $\frac{x}{2} e^{2x} + \frac{1}{2} e^{4x} + c$

E) $\frac{x}{2} e^{4x} - \frac{1}{12} e^{4x} + c$

2. $\int x \cos 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$

B) $\frac{x}{2} \cos 2x + \sin 2x + c$

C) $\frac{x}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$

D) $\frac{x}{2} \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + c$

E) $\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + c$

3. $\int \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $x(\ln x - 1) + c$

B) $x(\ln x + 2) + c$

C) $x \ln x + x + c$

D) $x \ln x - 2x + c$

E) $2x(\ln x - 1) + c$

4. $\int x \sin 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + c$

B) $-\frac{x}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$

C) $\frac{x}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$

D) $\frac{x}{2} \cos 2x - \frac{1}{6} \sin 2x + c$

E) $\frac{x}{4} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x + c$

5. $\int x e^{3x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{3} e^{3x} + \frac{1}{9} e^{3x} + c$

B) $\frac{x}{3} e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + c$

C) $\frac{x}{2}e^{3x} - \frac{1}{4}e^{3x} + c$

D) $\frac{x}{3}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{3x} + c$

E) $\frac{x}{2}e^{2x} - \frac{1}{4}e^{3x} + c$

6. $\int x \cos 3x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $x \sin 3x + \frac{1}{3} \cos 3x + c$

B) $\frac{x^2}{2} \cos 3x + \sin 3x + c$

C) $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + c$

D) $x \cos 3x + \sin 3x + c$

E) $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + c$

7. $\int x^4 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x^5}{5} \ln x - \frac{x^5}{25} + c$

B) $x^3 \ln x + x + c$

C) $\frac{x^5}{5} \ln^2 x + c$

D) $4x^2 + 2 \ln x + c$

E) $4x^3 \ln x + x^3 + c$

8. $\int x \sin 6x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $-\frac{x}{2} \cos 6x + \frac{1}{4} \sin 6x + c$

- B) $-\frac{x}{6}\cos 6x + \frac{1}{36}\sin 6x + c$
- C) $\frac{x^2}{2}\cos 12x + \sin 12x + c$
- D) $x\cos 6x + \sin 6x + c$
- E) $x\cos 12x + \frac{x}{12}\sin 12x + c$

9. $\int x e^{2x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $x e^{2x} - e^{2x} + c$
- B) $\frac{x}{2} e^{2x} + \frac{1}{2} e^{2x} + c$
- C) $\frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + c$
- D) $\frac{x}{2} e^{2x} - e^{2x} + c$
- E) $\frac{x}{4} e^{2x} - \frac{1}{2} e^{2x} + c$

10. $\int x \cos 4x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{4}\sin 4x + \frac{1}{16}\cos 4x + c$
- B) $-\frac{x}{2}\cos 4x + \frac{1}{4}\sin 4x + c$
- C) $\frac{x^2}{2}\cos 4x + \frac{1}{2}\sin 4x + c$
- D) $x\cos 12x + \sin 12x + c$
- E) $x\sin 8x + c$

11. $\int x^3 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x^4}{4} \ln x - \frac{x^4}{16} + c$

B) $x^4 \ln x + 4x + c$

C) $\frac{x}{4} \ln^4 4x + c$

D) $4x^2 + \ln x + c$

E) $4 \ln x + 4x^4 + c$

12. $\int x \sin 4x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $27x \sin 4x + \cos 4x + c$

B) $81 \cos 4x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$

C) $-\frac{x}{4} \cos 4x + \frac{1}{16} \sin 4x + c$

D) $x \cos 4x + \sin 4x + c$

E) $\frac{x}{4} \sin 4x + \frac{1}{8} \cos 4x + c$

13. $\int x e^{5x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $5x e^{5x} + \frac{1}{5} e^{5x} + c$

B) $\frac{x}{4} e^{5x} + \frac{1}{16} e^{5x} + c$

C) $\frac{x}{5} e^{5x} - \frac{1}{25} e^{5x} + c$

D) $\frac{x}{5} e^{5x} + e^{5x} + c$

E) $x e^{5x} + c$

14. $\int 2x \cos 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$
- B) $\frac{x}{2} \cos 2x + \sin 2x + c$
- C) $\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + c$
- D) $x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + c$
- E) $4x \cos 2x + 8 \sin 2x + c$

15. $\int \sqrt{2} \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\sqrt{2}x(\ln x - 1) + c$
- B) $x(\ln x + 2) + c$
- C) $\sqrt{2} \ln x + x + c$
- D) $x \ln x - \sqrt{2}x + c$
- E) $2x(\ln x - 1) + c$

16. $\int 4x \sin 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{1}{4} \sin 2x + \cos 2x + c$
- B) $-2x \cos 2x + \sin 2x + c$
- C) $\frac{x}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$
- D) $-\frac{x}{2} \cos 2x + \sin 2x + c$
- E) $\frac{x}{4} \cos 2x + c$

17. $\int x e^x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $-\frac{1}{9}e^x + c$

B) $\frac{1}{3}(e^x + 2) + c$

C) $3xe^x + c$

D) $e^x(x-1) + c$

E) $xe^x + e^x + c$

18. $\int 16x \cos 4x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $4x \sin 4x + \cos 4x + c$

B) $-\frac{x}{2} \cos 4x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$

C) $\cos 4x + \sin 4x + c$

D) $x \cos x + \sin x + c$

E) $x \sin 16x + \cos 16x + c$

19. $\int x^7 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $4x^7 + c$

B) $\frac{x^8}{8} \ln x - \frac{x^8}{64} + c$

C) $\frac{x^8}{7} \ln x + \frac{x^8}{49} + c$

D) $\frac{x^8}{8} \ln x - \frac{1}{9}x^8 + c$

E) $\ln 7x + 7x^8 + c$

20. $\int x \sin 8x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2} \sin 8x - \frac{1}{4} \cos 8x + c$

- B) $-\frac{x}{8}\sin 8x + \frac{1}{64}\cos 8x + c$
- C) $\frac{x}{4}\sin 8x + \frac{1}{2}\cos 8x + c$
- D) $-\frac{x}{8}\cos 8x + \frac{1}{64}\sin 8x + c$
- E) $-\frac{x}{8}\cos 8x + \frac{1}{8}\sin 8x + c$

21. $\int 2xe^{4x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $4xe^{4x} + \frac{1}{4}e^{4x} + c$
- B) $\frac{x}{4}e^{4x} - \frac{1}{4}e^{4x} + c$
- C) $\frac{x}{2}e^{4x} - \frac{1}{8}e^{4x} + c$
- D) $4xe^{2x} + 2e^{4x} + c$
- E) $\frac{x}{2}e^{4x} - e^{4x} + c$

22. $\int x\cos 5x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{2}\sin 5x - \frac{1}{4}\cos 5x + c$
- B) $\frac{x}{2}\cos 5x + \sin 5x + c$
- C) $\frac{x}{4}\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 2x + c$
- D) $\frac{x}{5}\sin 5x + \frac{1}{25}\cos 5x + c$
- E) $\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x + c$

23. $\int 3 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $3x(\ln x - 1) + c$
- B) $x(\ln x + 2) + c$
- C) $x \ln x + x + c$
- D) $x \ln x - 2x + c$
- E) $2x(\ln x - 1) + c$

24. $\int 9x \sin 9x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{2} \sin 9x + \frac{1}{9} \cos 9x + c$
- B) $-\frac{x}{2} \cos 9x + \frac{1}{81} \sin 9x + c$
- C) $\frac{x^2}{9} \cos 9x + c$
- D) $-x \cos 9x + \frac{1}{9} \sin 9x + c$
- E) $x \sin 9x + c$

25. $\int 9xe^{3x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{3} e^{3x} + e^{3x} + c$
- B) $3xe^{3x} - e^{3x} + c$
- C) $\frac{x}{12} e^{3x} - \frac{1}{24} e^{3x} + c$
- D) $\frac{x}{3} e^{2x} - \frac{1}{2} e^{3x} + c$
- E) $\frac{x}{3} e^{2x} - \frac{1}{81} e^{3x} + c$

26. $\int 2x \cos 4x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{2} \sin 4x + \frac{1}{8} \cos 4x + c$
- B) $-\frac{x}{2} \cos 4x + \frac{1}{4} \sin 4x + c$
- C) $\frac{x^2}{2} \cos 4x + 4 \sin 4x + c$
- D) $x \cos 12x + \sin 12x + c$
- E) $x \sin 4x + \frac{1}{2} \cos 4x + c$

27. $\int 3 \ln 3x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $3x(\ln 3x - 1) + c$
- B) $x(\ln 3x + 2) + c$
- C) $\frac{x}{3} \ln 3x + \frac{1}{9} x + c$
- D) $x \ln 3x - \frac{1}{3} x + c$
- E) $2x(\ln 3x - 1) + c$

28. $\int x \sin 14x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $-\frac{x}{14} \cos 14x + \frac{1}{196} \sin 14x + c$
- B) $-\frac{x}{196} \cos 14x + \frac{1}{114} \sin 14x + c$
- C) $\frac{x^2}{64} \cos 14x + \sin 14x + c$
- D) $x \cos 14x + \sin 14x + c$
- E) $x \sin 14x + c$

29. $\int 16xe^{2x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $xe^{2x} - e^{2x} + c$

B) $\frac{x}{12}e^{2x} + \frac{1}{12}e^{2x} + c$

C) $8xe^{2x} - 4e^{2x} + c$

D) $\frac{1}{2}e^{2x} - xe^{2x} + c$

E) $\frac{x}{14}e^{2x} - \frac{1}{24}e^{2x} + c$

30. $\int 4x\cos 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $2x\sin 2x + \cos 2x + c$

B) $-\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

C) $\frac{x^2}{2}\cos 2x + \sin 2x + c$

D) $\frac{x}{4}\cos 2x + \sin 2x + c$

E) $x\cos 2x + \frac{1}{3}\sin 2x + c$

31. $\int x^5 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $4x^6 + c$

B) $\frac{x^6}{6}\ln x - \frac{x^6}{24} + c$

C) $\frac{x^6}{6}\ln x - \frac{x^6}{36} + c$

D) $\frac{x^6}{6} \ln x - \frac{x^6}{9} + c$

E) $\ln 5x + 5x^5 + c$

32. $\int x \sin 3x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2} \sin 3x - \frac{1}{4} \cos 3x + c$

B) $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + c$

C) $\frac{x}{4} \sin 3x + \frac{1}{2} \cos 3x + c$

D) $\frac{x}{8} \sin 3x + \frac{1}{64} \cos 3x + c$

E) $-\frac{x}{8} \cos 3x + \frac{1}{8} \sin 3x + c$

33. $\int 5xe^{5x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $5xe^{5x} + e^{5x} + c$

B) $\frac{1}{25} e^{5x} + xe^{5x} + c$

C) $xe^{5x} - \frac{1}{5} e^{5x} + c$

D) $\frac{x}{5} e^{5x} + e^{5x} + c$

E) $25xe^{5x} + c$

34. $\int 2x \cos 7x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $2x \sin 7x + 3 \cos 7x + c$

B) $\frac{x}{2} \cos 7x + \frac{2}{7} \sin 7x + c$

C) $-\frac{x}{3}\cos 7x + \frac{1}{9}\sin 7x + c$

D) $\frac{2x}{7}\sin 7x + \frac{2}{49}\cos 7x + c$

E) $3x\sin 7x + \cos 7x + c$

35. $\int 2\ln 2x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $2x(\ln 2x - 1) + c$

B) $x(\ln 2x + 2) + c$

C) $\frac{x}{2}\ln 2x + \frac{1}{9}x + c$

D) $x\ln 2x - \frac{1}{2}x + c$

E) $2x(\ln 3x - 1) + c$

36. $\int x\sin 5x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2}\sin 5x - \frac{1}{4}\cos 5x + c$

B) $\frac{x}{4}\sin 5x + \frac{1}{2}\cos 5x + c$

C) $-\frac{x}{5}\cos 5x + \frac{1}{25}\sin 5x + c$

D) $\frac{x}{8}\sin 5x + \frac{1}{64}\cos 5x + c$

E) $-\frac{x}{8}\cos 5x + \frac{1}{8}\sin 5x + c$

37. $\int \sqrt{5}x e^x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{1}{\sqrt{5}}e^x + xe^x + c$

B) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^x + x + c$

C) $15xe^x + c$

D) $\sqrt{5}e^x(x-1) + c$

E) $5xe^x + x^2 + c$

38. $\int 7x \cos 7x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $x \sin 7x + \frac{1}{7} \cos 7x + c$

B) $-\frac{x}{2} \cos 7x + \frac{1}{7} \sin 7x + c$

C) $\cos 7x + x \sin 7x + c$

D) $x \cos 7x + \sin 7x + c$

E) $\frac{x}{7} \sin 7x + \cos 7x + c$

39. $\int x^2 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $4x^3 + c$

B) $\frac{x^3}{6} \ln x - \frac{x^3}{24} + c$

C) $\frac{x^3}{6} \ln x - \frac{x^3}{36} + c$

D) $\frac{x^3}{3} \ln x - \frac{x^3}{9} + c$

E) $\ln 3x + 3x^3 + c$

40. $\int x \sin 7x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{2} \sin 7x - \frac{1}{49} \cos 7x + c$

- B) $\frac{x}{4} \sin 7x + \frac{1}{2} \cos 7x + c$
- C) $\frac{x}{8} \sin 7x + \frac{1}{64} \cos 7x + c$
- D) $-\frac{x}{7} \cos 7x + \frac{1}{49} \sin 7x + c$
- E) $-\frac{x}{7} \cos 7x + \frac{1}{7} \sin 7x + c$

41. $\int 6xe^{6x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{4} e^{6x} + \frac{1}{4} e^{6x} + c$
- B) $\frac{x}{4} e^{4x} - \frac{1}{4} e^{4x} + c$
- C) $xe^{6x} - \frac{1}{6} e^{6x} + c$
- D) $\frac{x}{2} e^{2x} + \frac{1}{2} e^{6x} + c$
- E) $\frac{x}{2} e^{4x} - \frac{1}{4} e^{4x} + c$

42. $\int 13x \cos 13x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\sin 13x - \frac{1}{13} \cos 13x + c$
- B) $\frac{x}{13} \cos 13x + c$
- C) $\frac{1}{13} \cos 13x + c$
- D) $x \sin 13x + \frac{1}{13} \cos 13x + c$
- E) $2x \sin 13x + \cos 13x + c$

43. $\int 4 \ln 4x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $2x(\ln 4x - 1) + c$

B) $x(\ln 4x + 2) + c$

C) $\frac{x}{2} \ln 4x + \frac{1}{9}x + c$

D) $x \ln 4x - \frac{1}{2}x + c$

E) $4x(\ln 4x - 1) + c$

44. $\int x \sin 10x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $\frac{x}{100} \sin 10x - \frac{1}{49} \cos 10x + c$

B) $\frac{x}{10} \sin 10x + \frac{1}{2} \cos 10x + c$

C) $\frac{x}{8} \sin 10x + \frac{1}{64} \cos 10x + c$

D) $-\frac{x}{10} \cos 10x + \frac{1}{50} \sin 10x + c$

E) $-\frac{x}{10} \cos 10x + \frac{1}{100} \sin 10x + c$

45. $\int x e^{-10x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

A) $x e^{-10x} - e^{-10x} + c$

B) $-\frac{x}{10} e^{-10x} - \frac{1}{100} e^{-10x} + c$

C) $10x e^{-10x} - \frac{1}{100} e^{-10x} + c$

D) $\frac{1}{20} e^{-10x} - x e^{-10x} + c$

Е) $\frac{x}{10}e^{-10x} - \frac{1}{5}e^{-10x} + c$

46. $\int x \cos 6x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

А) $\frac{x}{6} \sin 6x - \frac{1}{24} \cos 6x + c$

В) $\frac{x}{2} \cos 6x - \sin 6x + c$

С) $\frac{x}{4} \sin 6x + \frac{1}{2} \cos 6x + c$

Д) $\frac{x}{6} \sin 6x + \frac{1}{36} \cos 6x + c$

Е) $\frac{x}{2} \cos 6x + \frac{1}{2} \sin 6x + c$

47. $\int x^6 \ln x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

А) $4x^6 + c$

В) $\frac{x^7}{6} \ln x - \frac{x^7}{24} + c$

С) $\frac{x^6}{6} \ln x - \frac{x^6}{36} + c$

Д) $\frac{x^7}{7} \ln x - \frac{x^7}{49} + c$

Е) $\ln 6x + 3x^6 + c$

48. $\int x \sin \sqrt{3}x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

А) $\frac{x}{6} \sin \sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos \sqrt{3}x + c$

В) $\frac{x}{5} \sin \sqrt{3}x + \frac{1}{2} \cos \sqrt{3}x + c$

- C) $\frac{x}{\sqrt{8}} \sin \sqrt{3}x + \frac{1}{3} \cos \sqrt{3}x + c$
- D) $-\frac{x}{\sqrt{3}} \cos \sqrt{3}x + \frac{1}{3} \sin \sqrt{3}x + c$
- E) $-\frac{x}{3} \cos \sqrt{3}x + \frac{1}{6} \sin \sqrt{3}x + c$

49. $\int \frac{1}{4} x e^{-4x} dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $4x e^{-4x} + \frac{1}{16} e^{-4x} + c$
- B) $-\frac{1}{16} x e^{-4x} - \frac{1}{64} e^{-4x} + c$
- C) $x e^{-4x} - \frac{1}{64} e^{-4x} + c$
- D) $4x e^{2x} + 16 e^{-4x} + c$
- E) $\frac{1}{16} x e^{-4x} - e^{-4x} + c$

50. $\int x \cos 8x dx$ - интегралын бөліктеп интегралдау әдісімен табу керек.

- A) $\frac{x}{8} \sin 8x + \frac{1}{64} \cos 8x + c$
- B) $\frac{x}{2} \cos 8x - \sin 8x + c$
- C) $\frac{x}{4} \sin 8x + \frac{1}{2} \cos 8x + c$
- D) $\frac{x}{64} \sin 8x - \frac{1}{8} \cos 8x + c$
- E) $\frac{x}{2} \cos 8x + \frac{1}{2} \sin 8x + c$

20 АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛДЫ НЬЮТОН – ЛЕЙБНИЦ ФОРМУЛАСЫМЕН ЕСЕПТЕУ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Анықталған интегралды Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

20.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Бұл тараудың есептерін шығару үшін 18-тарауда берілген негізгі интегралдар кестесін білу қажет.

Ньютон – Лейбниц формуласы.

Теорема 20.1 (Ньютон - Лейбниц теоремасы).

Егер $y = f(x)$ функциясы $[a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз және $y = F(x)$ функциясы оның осы кесіндідегі алғашқы функциясы болса, онда

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \quad (20.1)$$

теңдігі орынды болады.

Мысал 20.1: Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_{-1}^3 (5x^4 + 2)dx$.

Шешімі:

- a) Анықталған интегралды (20.1) Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу үшін негізгі интегралдар кестесінен

$$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c \quad \text{және} \quad \int du = u + c \quad \text{формулаларын қолданамыз.}$$

b)
$$\int_{-1}^1 (5x^4 + 2) dx = \left(5 \frac{x^5}{5} + 2x \right) \Big|_{-1}^1 = (x^5 + 2x) \Big|_{-1}^1 = (1^5 + 2) - ((-1)^5 + 2(-1)) = 6.$$

- c) Жауабы: 6.

Мысал 20.2: Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 e^{17x} dx$.

Шешімі:

- a) Анықталған интегралды (20.1) Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу үшін негізгі интегралдар кестесінен

$$\int e^u du = e^u + c \quad \text{формуласын қолданамыз.}$$

b)
$$\int_0^1 e^{17x} dx = \int_0^1 e^{17x} d(17x) = \frac{1}{17} e^{17x} \Big|_0^1 = \frac{1}{17} (e^{17} - 1).$$

- c) Жауабы: $\frac{1}{17} (e^{17} - 1)$.

Мысал 20.3: Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x dx$.

Шешімі:

- a) Анықталған интегралды (20.1) Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу үшін негізгі интегралдар кестесінен

$$\int \sin u du = -\cos u + c \quad \text{формуласын қолданамыз.}$$

b)
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x d(3x) = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{3} \left(\cos \frac{3\pi}{2} - \cos 0 \right) = \frac{1}{3}.$$

- c) Жауабы: $\frac{1}{3}$.

Мысал 20.4: Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 \frac{dx}{2+x^2}$.

Шешімі:

- a) Анықталған интегралды (20.1) Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу үшін негізгі интегралдар кестесінен

$$\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + c \text{ формуласын қолданамыз.}$$

b)
$$\int_0^1 \frac{dx}{2+x^2} = \int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{2})^2 + x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} \Big|_0^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} - \operatorname{arctg} 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}.$$

c) Жауабы: $\frac{\pi}{4\sqrt{2}}.$

Мысал 20.5: Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 \frac{dx}{9x+5}.$

Шешімі:

- a) Анықталған интегралды (20.1) Ньютон – Лейбниц формуласымен есептеу үшін негізгі интегралдар кестесінен

$$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c \text{ формуласын қолданамыз.}$$

b)
$$\int_0^1 \frac{dx}{9x+5} = \frac{1}{9} \int_0^1 \frac{d(9x+5)}{9x+5} = \frac{1}{9} \ln(9x+5) \Big|_0^1 = \frac{1}{9} (\ln 14 - \ln 5) = \frac{1}{9} \ln \frac{14}{5}.$$

c) Жауабы: $\frac{1}{9} \ln \frac{14}{5}.$

20.2 Тест тапсырмалары

1. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{10}} \sin 5x dx.$

- A) 2
 B) $\frac{1}{5}$
 C) $\frac{1}{10}$
 D) $\frac{1}{2}$
 E) 5

2. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx$.

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{\pi}{6}$

C) $\frac{1}{6}$

D) $\frac{\pi}{2}$

E) 3

3. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 e^{4x} dx$.

A) $e^4 - 1$

B) $\frac{1}{4}(e^4 - 1)$

C) $4(e^4 - 1)$

D) e^4

E) $1 - e^4$

4. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^2 \frac{dx}{2x-1}$.

A) $\ln 3$

B) $2 \ln 3$

C) $\frac{1}{2} \ln 3$

D) $-2 \ln 3$

E) $\frac{1}{3} \ln 3$

5. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^e (4x^3 + 1) dx$.

- A) $\frac{1}{2}(e^2 - e)$
- B) $e^2 + \frac{1}{e} - 2$
- C) $e^4 + e - 2$
- D) $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$
- E) $\frac{1}{2}(e^4 - e)$

6. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^3 \frac{dx}{x^2 + 9}$.

- A) $\arctg 3$
- B) $3\arctg 1$
- C) $\frac{1}{3}\arctg 3$
- D) $\frac{1}{3}\arctg 1$
- E) $3\arctg 3$

7. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

- A) 2
- B) 6
- C) 3
- D) 1
- E) 0,5

8. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$.

- A) 2
- B) $\frac{1}{5}$
- C) $\frac{1}{10}$

- D) $\frac{1}{2}$
- E) 5

9. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos 4x dx$.

- A) 4
- B) $\frac{\pi}{8}$
- C) $\frac{1}{8}$
- D) $\frac{\pi}{2}$
- E) $\frac{1}{4}$

10. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 e^{5x} dx$.

- A) $\frac{1}{5}(e^5 - 1)$
- B) $e^5 - 1$
- C) $5(e^5 - 1)$
- D) e^5
- E) $1 - e^5$

11. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 \frac{dx}{3x+2}$.

- A) $\ln 5 - \ln 2$
- B) $\ln 2 - \ln 5$
- C) $\frac{1}{3}(\ln 5 - \ln 2)$
- D) $2(\ln 5 - \ln 2)$

E) $\frac{1}{2}(\ln 5 - \ln 2)$

12. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$.

- A) 3
- B) -3
- C) 2
- D) -4,5
- E) 4,5

13. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 \cos \frac{2x}{3} dx$.

- A) $\frac{4}{3}$
- B) 2
- C) 3
- D) $3\sqrt{3}$
- E) $3(\sqrt{3} - 2)$

14. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^4 e^{\frac{x}{4}} dx$.

- A) $\frac{1}{4}(e-1)$
- B) $\frac{1}{4}e - 1$
- C) $4e - 1$
- D) $4e + 1$
- E) $4(e-1)$

15. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{4}} \sin 2\pi x dx$.

- A) $-\frac{1}{\pi}$

- B) $-\frac{1}{2\pi}$
- C) $\frac{1}{\pi}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{2\pi}$

16. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{4}} \cos 2\pi x dx$.

- A) $-\frac{1}{\pi}$
- B) $-\frac{1}{2\pi}$
- C) $\frac{1}{\pi}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{2\pi}$

17. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_{-1}^0 e^{-x} dx$.

- A) $-e-1$
- B) $e+1$
- C) $1-e$
- D) $e-1$
- E) $1-\frac{1}{e}$

18. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$.

- A) $\ln 4 - \ln 2$
- B) $\ln 2$

- C) $\frac{1}{2} \ln 5$
- D) $\frac{1}{3} \ln 4$
- E) $\frac{1}{3} (\ln 5 - \ln 2)$

19. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^3 (3x^2 + 5) dx$.

- A) 6
- B) 36
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{2}{3}$

20. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^4 \frac{dx}{x^2 + 16}$.

- A) $\operatorname{arctg} 3$
- B) $3 \operatorname{arctg} 1$
- C) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} 3$
- D) $\frac{1}{4} \operatorname{arctg} 1$
- E) $3 \operatorname{arctg} 3$

21. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^{27} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$.

- A) 3
- B) -3
- C) 2
- D) 12

Е) 4,5

22. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_{\frac{1}{8}}^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sin^2 2\pi x}$.

A) $-\frac{1}{\pi}$

B) $-\frac{1}{2\pi}$

C) $\frac{1}{\pi}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{2\pi}$

23. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{8}} \frac{dx}{\cos^2 2\pi x}$.

A) $-\frac{1}{\pi}$

B) $-\frac{1}{2\pi}$

C) $\frac{1}{\pi}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{1}{2\pi}$

24. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^2 3^x dx$.

- A) $\frac{8}{\ln 3}$
- B) $\frac{3}{\ln 3}$
- C) $\frac{1}{\ln 3}$
- D) $\frac{9}{\ln 3}$
- E) 0

25. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^2 \frac{dx}{2x+1}$.

- A) $\ln 5$
- B) $2 \ln 5$
- C) $\frac{1}{2} \ln 5$
- D) $-2 \ln 5$
- E) $\frac{1}{3} \ln 5$

26. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

- A) 2
- B) 6
- C) 4
- D) 1
- E) 0,5

27. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{6}} 3 \cos 3x dx$.

- A) 1
- B) $\frac{\pi}{6}$

- C) $\frac{1}{6}$
- D) $\frac{\pi}{2}$
- E) 3

28. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 e^{7x} dx$.

- A) $e^4 - 1$
- B) $\frac{1}{7}(e^7 - 1)$
- C) $4(e^4 - 1)$
- D) e^4
- E) $1 - e^4$

29. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{10}} 5 \sin 5x dx$.

- A) 2
- B) 1
- C) $\frac{1}{10}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 5

30. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 3 \cos 4x dx$.

- A) $\frac{4}{3}$
- B) 2
- C) 3
- D) $3\sqrt{3}$
- E) 0

31. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^5 e^{\frac{x}{5}} dx$.

- A) $5(e-1)$
- B) $\frac{1}{5}e-1$
- C) $4e-1$
- D) $5e+1$
- E) $4(e-1)$

32. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^2 \frac{dx}{4x-1}$.

- A) $\ln 3$
- B) $2 \ln 3$
- C) $\frac{1}{4} \ln \frac{7}{3}$
- D) $-2 \ln 3$
- E) $\frac{1}{3} \ln 3$

33. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^2 (5x^4 + 1) dx$.

- A) $\frac{2}{7}$
- B) $\frac{5}{2}$
- C) 32
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{9}{2}$

34. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

- A) $2 \arcsin 2$

- B) $\arcsin 2$
- C) $\arcsin 1$
- D) $\frac{1}{2}\arcsin 2$
- E) $2\arcsin 1$

35. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_{-1}^0 e^{2x} dx$.

- A) $-e-1$
- B) $\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{e^2}\right)$
- C) $1-e$
- D) $e-1$
- E) $1-\frac{1}{e}$

36. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{3}} \sin 6\pi x dx$.

- A) $-\frac{1}{6\pi}$
- B) 0
- C) $\frac{1}{\pi}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 1

37. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\cos^2 4\pi x}$.

- A) $-\frac{1}{4\pi}$
- B) 0
- C) $\frac{1}{4\pi}$

- D) $\frac{1}{2}$
E) 1

38. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^1 e^{\sqrt{7}x} dx$.

- A) $e^7 - 1$
B) $\frac{1}{\sqrt{7}}(e^{\sqrt{7}} - 1)$
C) $\sqrt{6}(e^7 - 1)$
D) e^7
E) $1 - e^7$

39. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^3 \frac{dx}{5x+1}$.

- A) $\ln 16$
B) $5 \ln 16$
C) $\frac{1}{5} \ln 16$
D) $-2 \ln 16$
E) $\frac{1}{3} \ln 16$

40. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}}$.

- A) 2
B) 6
C) 4
D) 1
E) 0,5

41. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{3}} \cos 6\pi x dx$.

- A) 0

- B) $-\frac{1}{2\pi}$
- C) $\frac{1}{6\pi}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 1

42. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^8 e^{\frac{x}{8}} dx$.

- A) $8(e-1)$
- B) $\frac{1}{8}e-1$
- C) $4e-1$
- D) $8e+1$
- E) $4(e-1)$

43. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{dx}{\sin^2 4\pi x}$.

- A) 0
- B) 1
- C) $\frac{1}{\pi}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) ∞

44. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{12}} 6\cos 6x dx$.

- A) 1
- B) $\frac{\pi}{6}$
- C) $\frac{1}{6}$

- D) $\frac{\pi}{2}$
E) 3

45. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_{-1}^0 e^{12x} dx$.

- A) $-e^2 - 1$
B) $\frac{1}{12} \left(1 - \frac{1}{e^{12}} \right)$
C) $1 - e^2$
D) $\frac{1}{7} e - 1$
E) $1 - \frac{1}{e^2}$

46. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^2 \frac{dx}{6x-1}$.

- A) $6 \ln 11$
B) $2 \ln 5$
C) $\frac{1}{6} \ln \frac{11}{5}$
D) $-2 \ln 11$
E) $\frac{1}{3} \ln \frac{5}{11}$

47. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^3 (4x^3 + x) dx$.

- A) 74
B) 74,5
C) 64
D) 84,5
E) 84

48. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$.

- A) $\frac{45}{2}$
- B) $-\frac{27}{2}$
- C) 45
- D) 64
- E) 27

49. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^{\frac{\pi}{10}} 25 \sin 5x dx$.

- A) 2
- B) 1
- C) $\frac{1}{10}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 5

50. Анықталған интегралды есептеңіз: $\int_0^5 \frac{dx}{x^2 + 25}$.

- A) $\operatorname{arctg} 3$
- B) $5 \operatorname{arctg} 1$
- C) $\frac{1}{3} \operatorname{arctg} 3$
- D) $\frac{1}{5} \operatorname{arctg} 1$
- E) $3 \operatorname{arctg} 5$

21 АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛДЫҢ ҚОЛДАНБАЛАРЫ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәнінің «Анықталған интегралдың қолданбалары» тақырыбына арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

21.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 21.1: $y = 2x$ және $y = 3 - x^2$ функцияларының графиктерімен шектелген фигураның ауданын есептеңіз.

Шешімі:

- а) Жоғарыдан $y = f_1(x)$, төменнен $y = f_2(x)$ үзіліссіз функцияларының графиктерімен, бүйірінен $x = a$ және $x = b$ түзулерімен шектелген фигураның ауданы (21.1-сурет)

$$S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \quad (21.1)$$

формуласымен табылады.

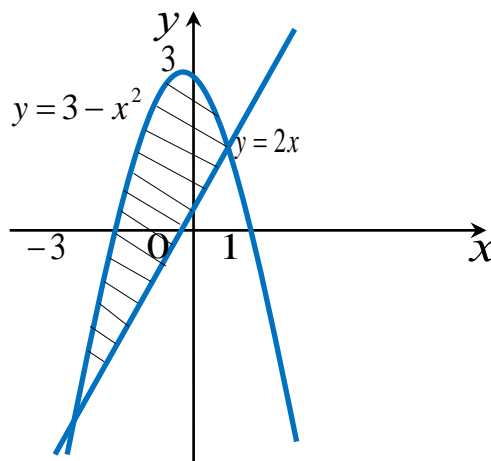
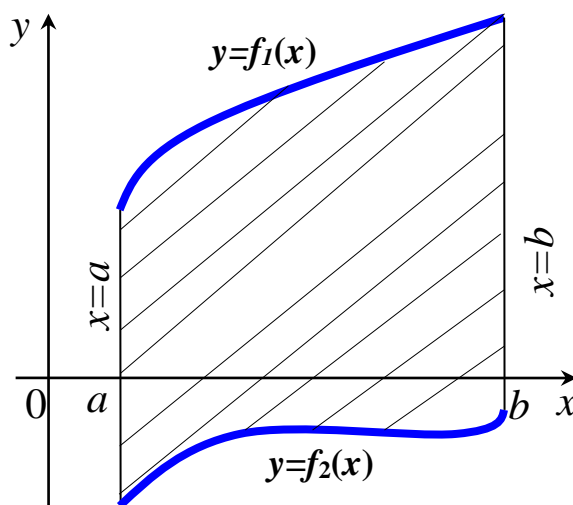
21.1-сурет

- б) Екі қисықтың қиылысу нүктесінің абсциссасын тапсақ:

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = 3 - x^2 \end{cases} \Rightarrow 2x = 3 - x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3.$$

$y = 2x$ түзуі мен $y = 3 - x^2$ параболасының графиктерін тұрғызамыз.

$$\begin{aligned} S &= \left| S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right| = \int_{-3}^1 (3 - x^2 - 2x) dx = \\ &= \left(3x - \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-3}^1 = \\ &= \left(3 \cdot 1 - \frac{1^3}{3} - 1^2 \right) - \left(3 \cdot (-3) - \frac{(-3)^3}{3} - (-3)^2 \right) = \frac{32}{3}. \end{aligned}$$



с) Жауабы: $S = \frac{32}{3}$.

Мысал 21.2: $y = -x^2$, $x = 2$ функциялары және OX өсімен шектелген фигураның ауданын есептеңіз.

Шешімі:

а) $[a, b]$ сегментінде үзіліссіз оң емес $y = f(x)$ функциясының графигімен, OX өсімен, $x = a$ және $x = b$ ($a < b$) түзулерімен шектелген фигураның ауданы (21.2-сурет)

$$S = -\int_a^b f(x) dx \quad (21.2)$$

формуласымен табылады.

(21.2) формуласы (21.1)

формуласының

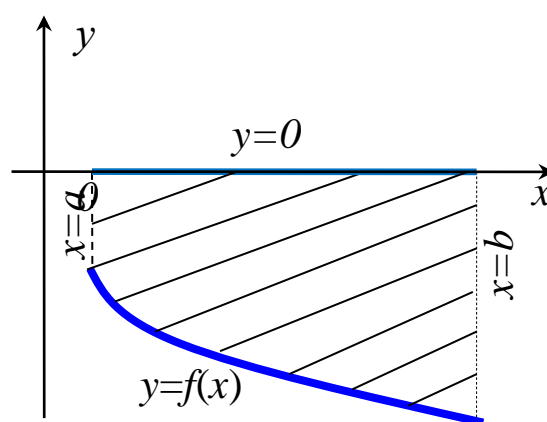
$$f_1(x) = 0, f_2(x) = f(x)$$

болғандағы дербес жағдайы

(фигура жоғарғыдан $y = 0$,

төменнен $y = f(x)$

сызықтарымен шектелген).



21.2-сурет

б) Екі қисықтың қиылысу нүктесінің абциссасын тапсақ:

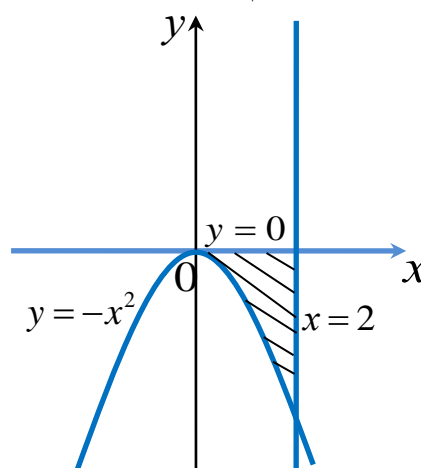
$$\begin{cases} y = -x^2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = 0.$$

$y = -x^2$, $x = 2$ функциялары және OX өсінің графиктерін тұрғызамыз.

Ізделінді аудан

$$S = \left| S = -\int_a^b f(x) dx \right| = -\int_0^2 (-x^2) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

с) Жауабы: $S = \frac{8}{3}$.



Мысал 21.3: OX өсімен

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

циклоидасының бір тармағымен шектелген фигураның ауданын есептеңіз.

Шешімі:

а) Егер қисық сызықты трапецияны шектейтін $y = f(x)$ қисығы $[\alpha, \beta]$ сегментінде теріс емес $y(t)$ функциясы мен бірсарынды, үзіліссіз дифференциалданатын және $x(\alpha) = a, x(\beta) = b$ теңдіктерін қанағаттандыратын $x(t)$ функциялары арқылы

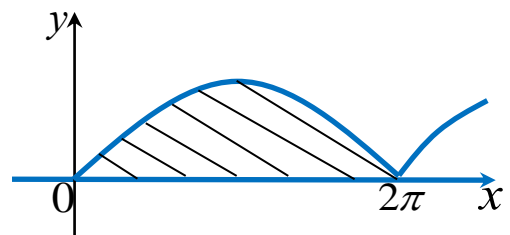
$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ \alpha \leq t \leq \beta \end{cases}$$

параметрлік түрінде берілсе, онда бұл қисық сызықты трапецияның ауданы

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t)x'(t)dt \quad (21.3)$$

формуласымен есептелінеді.

а) Циклоидасының бір тармағының графигін тұрғызамыз.



$$S = \left| \begin{array}{l} S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t)x'(t)dt \\ x = 2(t - \sin t) \\ dx = 2(1 - \cos t)dt \end{array} \right| = \int_0^{2\pi} 2(1 - \cos t)2(1 - \cos t)dt = 4 \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)^2 dt = 4 \int_0^{2\pi} (1 - 2\cos t + \cos^2 t) dt =$$

$$= 4 \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \frac{1}{2}(1 + \cos 2t) \right) dt = (4t - 8\sin t + 2t + \sin 2t) \Big|_0^{2\pi} = 8\pi + 4\pi = 12\pi.$$

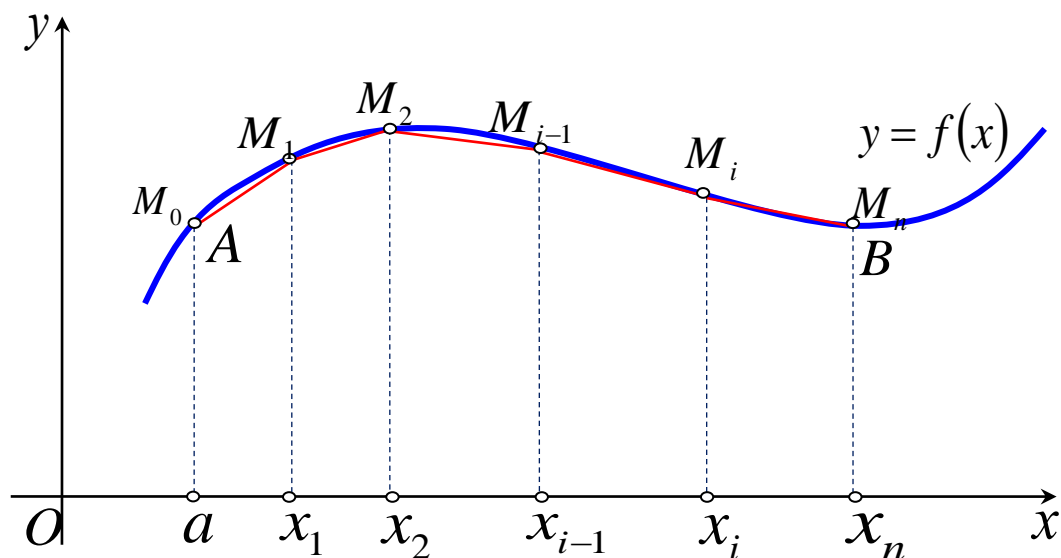
с) Жауабы: $S = 12\pi$.

Мысал 21.4: $y = \frac{3}{4}x - 1$ қисығының $A(0; -1), B(4; 2)$ нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын табыңыз.

Шешімі:

а) $x \in [a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз дифференциалданатын $y = f(x)$ функциясы графигінің $\overset{\cup}{AB}$ доғасының L ұзындығын табу

үшін $A = M_0(x_0, y_0), M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n) = B$ нүктелері арқылы n бөлікке бөлеміз де, $M_0M_1M_2\dots M_n$ сынық сызығын тұрғызамыз (21.3-сурет).



21.3-сурет

$\Delta(M_{i-1}, M_i)$ сынық сызықтың $M_{i-1}M_i$ кесіндісінің ұзындығы ($i=1, 2, \dots, n$), ал γ сынық сызықтың кесінділерінің ұзындықтарының ең үлкені болсын:

$$\Delta(M_{i-1}, M_i) = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2};$$

$$\gamma = \max_{i=1, n} \{\Delta(M_{i-1}, M_i)\}.$$

Сынық сызықтың ұзындығы

$$L_n = \sum_{i=1}^n \Delta(M_{i-1}, M_i) = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$$

қосындысына тең болады.

Анықтама 21.1: $\overset{\cup}{AB}$ доғасының ұзындығы деп $\lim_{\gamma \rightarrow 0} L_n$ шегін айтамыз:

$$L = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}.$$

Ұзындығы бар (көрсетілген шек бар) қисық *түзетілетін қисық* деп аталады.

Соңғы теңдіктен, Лагранж теоремасы бойынша $[x_{i-1}, x_i]$ аралығында $y_i - y_{i-1} = f'(\xi_i)(x_i - x_{i-1})$ теңдігі орынды болатын бір ξ_i нүктесі табылатындықтан

$$L = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + f'^2(\xi_i)(x_i - x_{i-1})^2} = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + f'^2(\xi_i)}(x_i - x_{i-1}) =$$

$$= \lim_{\gamma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + f'^2(\xi_i)} \Delta x_i$$

теңдігін аламыз, мұндағы $\xi_i \in [x_{i-1}, x_i]$.

Бұдан, $\gamma \rightarrow 0 \Leftrightarrow \lambda = \max_{i=1, n} \Delta x_i \rightarrow 0$ және $\sum_{i=1}^n \sqrt{1 + f'^2(\xi_i)} \Delta x_i$

қосындысының $\sqrt{1 + f'^2(x)}$ функциясының $[a, b]$ сегментіндегі интегралдық қосындысы екенін ескерсек,

$$L = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + f'^2(\xi_i)} \Delta x_i = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx$$

теңдігі шығады. Демек,

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx. \quad (21.4)$$

b) Изделінді доғаның ұзындығы

$$L = \left| \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)} dx \right| = \int_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} dx = \int_0^4 \sqrt{\frac{16+9}{16}} dx = \frac{5}{4} \int_0^4 dx = \frac{5}{4} x \Big|_0^4 = 5.$$

c) Жауабы: $L = 5$.

Мысал 21.5: $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ t \in [0, \frac{\pi}{2}] \end{cases}$ доғасының ұзындығын табыңыз.

Шешімі:

a) $\overset{\cup}{AB}$ доғасы $x(t), y(t)$ үзіліссіз дифференциалданатын функциялар арқылы

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ t \in [\alpha, \beta] \end{cases}$$

параметрлік түрде берілсе, онда $\overset{\cup}{AB}$ доғасы түзетілетін болады да оның ұзындығы

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt. \quad (21.5)$$

формуласымен табылады.

b) Доғаның ұзындығы

$$\begin{aligned} L &= \left| \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt \right| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(-2 \sin t)^2 + (2 \cos t)^2} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4 \sin^2 t + 4 \cos^2 t} dt = \\ &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = 2t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \frac{\pi}{2} = \pi. \end{aligned}$$

c) Жауабы: $L = \pi$.

Мысал 21.6: $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ кардиоидасының ұзындығын табыңыз.

Шешімі:

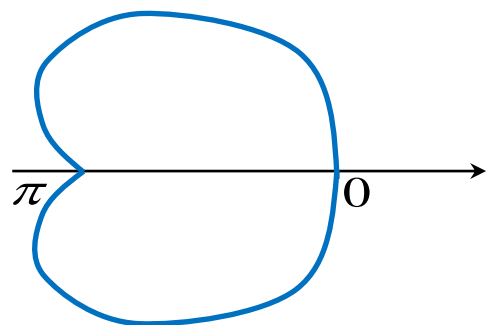
a) Егер AB доғасы полярлық координаталарда үзіліссіз дифференциалданатын $\rho = f(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$ функциясы арқылы берілсе, онда ол түзетілетін қисық болады да, оның ұзындығы

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(f(\varphi))^2 + (f'(\varphi))^2} d\varphi. \quad (21.6)$$

формуласымен табылады.

b) ρ функциясы жұп, координаталық өске симметриялы, оның доғасының ұзындығының жартысын тауып оны екі есе көбейтсек жеткілікті:

$$\begin{aligned} L &= \left| \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(f(\varphi))^2 + (f'(\varphi))^2} d\varphi \right| = \\ &= 2 \int_0^{\pi} \sqrt{a^2(1 + \cos \varphi)^2 + a^2 \sin^2 \varphi} d\varphi = \end{aligned}$$



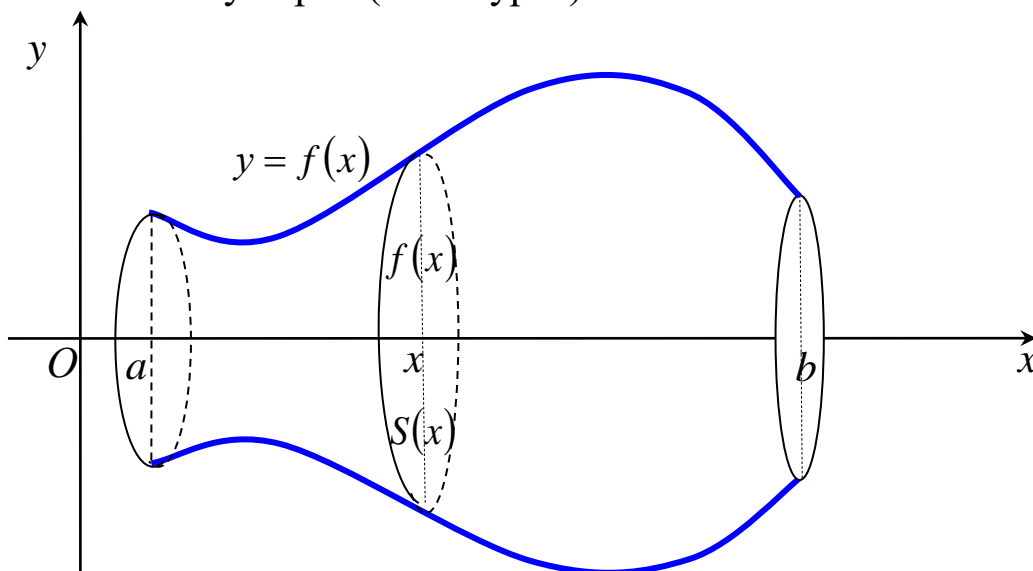
$$\begin{aligned}
&= 2a \int_0^{\pi} \sqrt{1 + 2 \cos \varphi + \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} d\varphi = 2a \int_0^{\pi} \sqrt{2(1 + \cos \varphi)} d\varphi = \\
&= 2\sqrt{2}a \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos \varphi} d\varphi = 2\sqrt{2}a \int_0^{\pi} \sqrt{2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}} d\varphi = 4a \int_0^{\pi} \cos \frac{\varphi}{2} d\varphi = \\
&= 2 \cdot 4a \int_0^{\pi} \cos \frac{\varphi}{2} d\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 8a \sin \frac{\varphi}{2} \Big|_0^{\pi} = 8a \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right) = 8a.
\end{aligned}$$

с) Жауабы: $L = 8a$.

Мысал 21.7: $y = 1 - x^2$ және $y = 0$ сызықтарымен шектелген фигураны OX өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

Шешімі:

а) Жоғарғыдан $y = f(x)$ үзіліссіз функциясының графигімен, төменнен OX өсімен, бүйірлерінен $x = a, x = b$ ($a < b$) түзулерімен шектелген қисық сызықты трапецияны OX өсінен айналдырғанда пайда болған айналу денесінің V көлемін табу керек (21.4-сурет).



21.4-сурет

Дене айналу денесі болғандықтан, оның x нүктесіндегі көлденең қимасы радиусы $f(x)$ санына тең болатын дөңгелек болады да, қиманың ауданы

$$S(x) = \pi R^2 = \pi f^2(x)$$

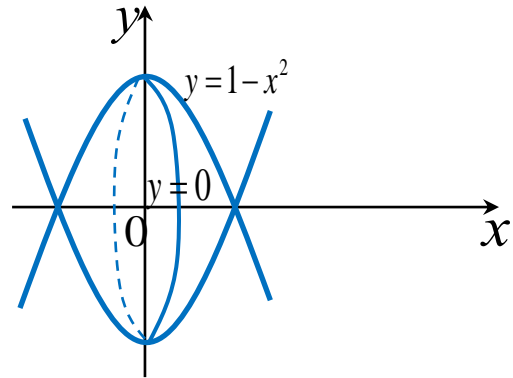
болады. Олай болса

$$V = \int_a^b S(x)dx = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$$

Сонымен айналу денесінің көлемі

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

формуласымен табылады.



- b) $1 - x^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$ функциясы жұп, координаталық ОҮ өсіне симметриялы, оның доғасының ұзындығының жартысын тауып оны екі есе көбейтсек жеткілікті:

$$\begin{aligned} V &= \left| \pi \int_a^b f^2(x)dx \right| = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \pi \int_{-1}^1 (1 - 2x^2 + x^4) dx = \pi \left(x - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 = \\ &= \pi \left(1 - (-1) - \frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = \pi \left(2 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5} \right) = \frac{16}{15} \pi. \end{aligned}$$

- c) Жауабы: $V = \frac{16}{15} \pi$.

Мысал 21.8: $x = \sqrt{y+2}$, $x = 0$, $y = 2$ сызықтарымен шектелген фигураны ОҮ өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

Шешімі:

- a) Сонымен ОҮ өсінен айналу денесінің көлемі

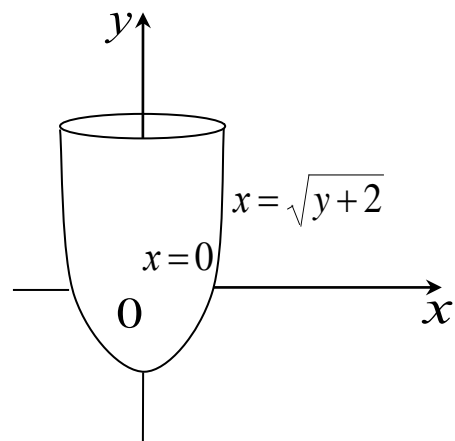
$$V = \pi \int_a^b x^2(y)dy$$

формуласымен табылады.

- b) $0 = \sqrt{y+2} \Rightarrow 0 = y+2$, $y = -2$

$$\begin{aligned} V &= \left| V = \pi \int_a^b x^2(y)dy \right| = \pi \int_{-2}^2 (y+2)dy = \\ &= \pi \left(\frac{y^2}{2} + 2y \right) \Big|_{-2}^2 = \pi \left(\frac{4}{2} - \frac{4}{2} + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \right) = 8\pi. \end{aligned}$$

- c) Жауабы: $V = 8\pi$.



21.1 Тест тапсырмалары

1. $y = x^3$ және $y = 27, x = 0$ сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

- A) 8
- B) 4
- C) 1
- D) 2

E)

2. _____ қисығының _____ нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3. _____ және _____ сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

4. _____ түзулерімен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

5. доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

6. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

7. сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

8. қисығының нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

9. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

10. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

11. доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

12. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

13. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

14. қисығының нүктелері мен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

15. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

16. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

17. қисығының нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

19. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

20. доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

21. және сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғандағы пайда болған дененің көлемін есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

22. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

26. доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

27. және сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғандағы пайда болған дененің көлемін есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

28. сызықтарымен және өсімен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

29. доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

30. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

31. және сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

32. қисығының нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

33. _____ және _____ сызықтарымен шектелген фигураны _____ өсінен айналдырғандағы пайда болған дененің көлемін есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

34. _____ сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

A)

B)

C)

D)

E)

35. _____ қисығының _____ нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

- B)
- C)
- D)
- E)

30. _____ сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)

- C)
- D)
- E)

37. _____ және _____ сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

- A)

- B)

- C)

- D)

- E)

38. _____ доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)

- C)

- D)
- E)

39. және сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

39. және сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғандағы пайда болған дененің көлемін есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

40. сызықтарымен шектелген облыстың ауданын есептеу керек.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. қисығының нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

42. _____ сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. _____ және _____ сызықтарымен шектелген фигураның ауданын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

44. _____ қисығының _____ нүктелері мен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

45. _____ және _____ сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғандағы пайда болған дененің көлемін есептеңіз.

- A)

- B)
- C)

- D)
- E)

46. және сызықтарымен шектелген фигураның ауданын есептеңіз.

A)

- B)
- C)

D)

E)

47. қисығының нүктелерімен шектелген доғасының ұзындығын есептеңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

48. сызықтарымен шектелген фигураны өсінен айналдырғанда пайда болатын айналу денесінің көлемін табыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

49. фигураның ауданын есептеңіз.

сызықтарымен шектелген

- A)
- B)
- C)
- D)

- E)

50. қисығының доғасының ұзындығын есептеңіз.

нүктелерімен шектелген

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

22 КОМПЛЕКС САНДАР

Бұл тараудағы теориялық сұрақтар «Математика», «Математика 1» пәнінің «Комплекс сандар» тарауының тақырыптарын қамтиды. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған теориялық сұрақтар берілген.

22.1 Тест тапсырмалары

1. Қандай амалдар енгізілген

жиынын комплекс сандар жиыны деп атап, әрпімен белгілейміз?

- A) қосу және көбейту
- B) қосу және азайту
- C) қосу және бөлу
- D) азайту және көбейту
- E) бөлу және көбейту

2. Комплекс сандар қанағаттандырмайтын аксиоманы көрсетіңіз.

- A) қосудың, көбейтудің коммутативтілігі
- B) нөлдік элементтің болмауы
- C) қосудың, көбейтудің терімділігі
- D) қарама-қарсы санның бар болуы
- E) бірлік элементтің бар болуы

3. _____ санының _____ санына қатынасын есептейтін формуланы көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)

D)

E)

4. және сандарының көбейтіндісін есептейтін формуланы көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

5. болса, түйіндістіктің қай қасиеті дұрыс көрсетілмеген?

A)

B)

C)

D)

E)

6. және түйіндіс сандары комплекс сандар жазықтығында қалай орналасады?

A) өсіне қатысты симметриялы орналасады

B) бас нүктеге қатысты симметриялы орналасады

C) өсіне қатысты симметриялы орналасады

- D) өсінің бойында орналасады
- E) өсінің бойында орналасады

7. Өзара түйіндес комплекс сандары үшін қандай теңдіктер орынды болады?

- A) және
- B) және
- C) және
- D) және
- E) және

8. комплекс санының модулін қалай анықтаймыз?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. комплекстік жазықтығындағы санын кескіндейтін векторының ұзындығының атауын көрсетіңіз.

- A) санының модулі
- B) санының аргументі
- C) санының түбірі
- D) санының аргументінің бас мәні
- E) санының векторлық кескіні

10. _____ болса, онда модульдің қай қасиеті дұрыс көрсетілмеген?

A)

B)

C)

D)

E)

11. _____ - модулі бірге тең комплекс сандардың жиыны болса, онда қай тұжырым орындалмайды?

A)

B)

C)

D)

E)

12. _____ өсін санын кескіндейтін векторының бағытымен беттестіру үшін бұратын бұрыштың атауын көрсетіңіз.

A) санының модулі

B) санының түбірі

C) санының аргументінің бас мәні

D) санының аргументі

E) санының векторлық кескіні

13. Комплекс саны аргументінің бас мәнінің өзгеру аралығын көрсетіңіз.

A)

B)

- C)
- D)
- E)

14. комплекс санының аргументінің кез келген мәнін анықтайтын формуланы көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

15. Екі комплекс санның көбейтіндісінің аргументі неге тең?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

16. Екі комплекс санның қатынасының аргументі неге тең?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

17. комплекс санының аргументін көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

18. _____ болса, түйіндестіктің қай қасиеті дұрыс көрсетілмеген?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

19. Эйлер формулаларын көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

20. Де Муаврдың формуласын көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)

E)

21. Комплекс санға тән емес қасиетті көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

22. көрсеткіштік функциясының Эйлер формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

23. көрсеткіштік функциясының Эйлер формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

24. Екі комплекс санның көбейтіндісінің формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

25. Екі комплекс санның қатынасының формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

26. нүктелерінің арақашықтығы неге тең?

A) векторының ұзындығына

B) векторының ұзындығына

C) векторының ұзындығына

D) векторының ұзындығына

E) векторының ұзындығына

27. теңсіздігін қанағаттандыратын барлық нүктелерінің геометриялық орны - ...

A) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің ішінде жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны

- В) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің сыртындағы жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- С) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің ішінде жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- Д) центрі нүктесі, радиусы болатын концентрлі шеңберлердің кішісінің ішінде жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- Е) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің үлкенінің сыртында жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны

30. теңсіздігін қанағаттандыратын барлық нүктелерінің геометриялық орны - ...

- А) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңберлерді қоса есептегендегі сақинаны құрайтын комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- В) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің сыртындағы жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- С) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің ішінде жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- Д) центрі нүктесі, радиусы болатын концентрлі шеңберлердің кішісінің ішінде жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны
- Е) центрі нүктесі, радиусы болатын шеңбердің үлкенінің сыртында жатқан комплекс жазықтықтағы нүктелер жиыны

31. векторын бұрышына бұру және «есе ұзарту» арқылы алынатын қандай вектор?

- А) көбейтіндісінің векторы

- B) қатынасының векторы
- C) қосындысының векторы
- D) айырмасының векторы
- E) қатынасының векторы

32. Бөлінгіштің векторын «ұзарту» мен бұру арқылы алынатын қандай вектор?

- A) қатынасының векторы
- B) көбейтіндісінің векторы
- C) қосындысының жарты векторы
- D) қосындысының векторы
- E) айырмасының векторы

33. Егер ... болса, онда санын санына көбейту векторын тек бұруға әкеледі.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

34. Егер ... болса, онда санын санына көбейту векторын тек «ұзартуға» әкеледі.

- A)

B)

C)

D)

E)

35. Екі комплекс санның көбейтіндісінің формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

36. Екі комплекс санның қатынасының формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

37. түбірінің барлық мәндерін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

38. түбірін есептеу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

39. комплекс санының болғандағы аргументтің
бас мәнін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

40. _____ комплекс санының _____ болғандағы
аргументтің бас мәнін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

41. _____ комплекс санының _____ болғандағы
аргументтің бас мәнін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

42. _____ комплекс санының _____ болғандағы

аргументтің бас мәнін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

43. комплекс санының болғандағы
аргументтің бас мәнін табу формуласын көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

44. болса, модульдің қай қасиеті дұрыс көрсетілмеген?

A)

B) және

C)

D)

E)

45. $z = a + bi$ болса, модульдің қай қасиеті дұрыс көрсетілмеген?
- A) $|z| \geq 0$
 - B) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ немесе $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$ теңдігі орындалатындай саны бар болса
 - C) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
 - D) $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$
 - E) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
46. $z = a + bi$ (нөлден өзгеше) комплекс санының аргументі неге тең?
- A) анықталмаған
 - B) нөлге тең
 - C) нөлден үлкен
 - D) нөлден кіші
 - E) кез келген бұрыш
47. Модульдері тең нүктелердің жиыны нені анықтайды?
- A) шеңберді
 - B) параболаны
 - C) гиперболаны
 - D) нүктені
 - E) түзуді
48. Аргументтері тең нүктелердің жиыны нені анықтайды?
- A) координаталар басы аласталған (алып тастағандағы) ашық сәулені
 - B) координаталар басынан өтетін ашық сәулені
 - C) гиперболаны
 - D) нүктені
 - E) түзуді

49. _____ санының тригонометриялық пішінінің стандартты емес жазылымы?

A)

B)

C)

D)

E)

50. _____ санының тригонометриялық пішінінің стандартты емес жазылымы?

A)

B)

C)

D)

E)

23 КОМПЛЕКС САНДАРҒА ҚОЛДАНЫЛАТЫН КӨБЕЙТУ ЖӘНЕ БӨЛУ АМАЛДАРЫ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Комплекс сандарға қолданылатын көбейту және бөлу амалдарына» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

23.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 23.1: сандары берілген.

сандарын табыңыз.

Шешімі:

а) Комплекс сандарға арифметикалық амалдар орындау келесі формулалардың көмегімен жүргізіледі:

(23.1)

(23.2)

(23.3)

, . (23.4)

б) (23.1) - (23.4) формулаларын қолданып, амалдарды жекелей орындасақ:

с) Жауабы:

Комплекс санының алгебралық түріндегі жазылуын пайдаланып, комплекс сандарға қолданылатын арифметикалық амалдарды көпмүшеліктерге қолдану ережелері бойынша жүргізуге болатындықтан, осы есепті *екінші әдіспен* орындауға болады.

Мысал 23.2: 23.1-мысалдағы сандарының қосындысын, айырмасын, көбейтіндісін және қатынасын олардың түріндегі жазылуын пайдаланып табыңыз.

Шешімі:

Жауабы:

23.2 Тест тапсырмалары

комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

- C)
- D)
- E)

2. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

4. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)

D)

E)

5. _____ комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

6. _____ санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

7. _____ комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

8. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

9. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

10. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

11. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

12. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

13. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

14. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

15. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

16. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

17. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

19. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

20. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

21. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

22. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

23. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

24. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

25. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

26. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

27. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

28. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

29. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

30. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

31. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

32. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

33. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

34. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

35. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

36. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

37. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

38. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

39. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

40. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

41. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

42. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

43. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

44. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

45. комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

46. комплекс санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

47. _____ комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

48. _____ санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

49. _____ комплекс сандарының көбейтіндісін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

50. санының есептелуін алгебралық түрде көрсетіңіз.

A)

B)

C)

D)

E)

24 КОМПЛЕКС САНДАРДЫҢ ТРИГОНОМЕТРИЯЛЫҚ, КӨРСЕТКІШТІК ПІШІНДЕРІ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Комплекс сандардың тригонометриялық және көрсеткіштік пішіндерін құруға» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген. Бұл тарауда білім алушыларға комплекс сандардың тригонометриялық және көрсеткіштік пішіндерін құрудағы басқа да тиімді әдістер қарастырылған, әрі есептеуде кездесетін комплекс санның аргументін табудың формуласын жаттамай-ақ, комплекс санды геометриялық кескіндеу әдісінің қолайлылығы көрсетіледі.

24.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

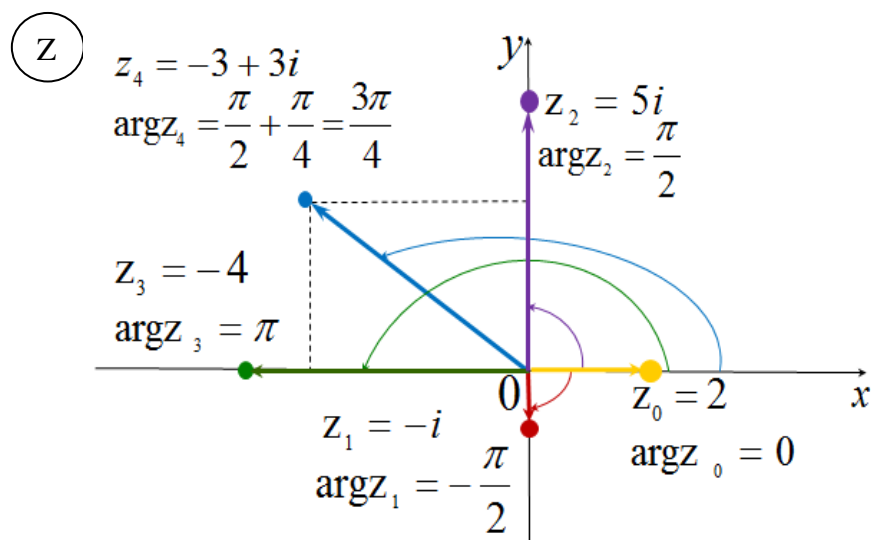
Мысал 24.1:

комплекс сандарының аргументін оның геометриялық кескінделуін қолданып анықтаңыз.

Шешімі:

(24.1)

формуласымен аргументті табуға болады, бірақ комплекс сандарды геометриялық кескіндеу бұл формуланы жаттауды қажет етпейді (24.1-сурет).

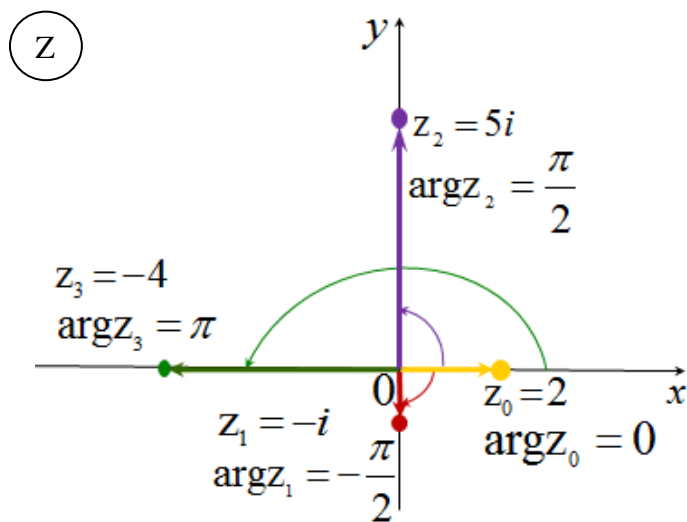


24.1-сурет

- 1) саны өсінің бойында жатқандықтан өсінің векторымен беттесуінің оң бағыты алынады, онда ;
- 2) саны өсінің бойында жатқандықтан өсінің векторымен беттесуінің теріс бағыты алынады, онда ;
- 3) саны өсінің бойында жатқандықтан өсінің векторымен беттесуінің оң бағыты алынады, онда ;
- 4) саны өсінің бойында жатқандықтан өсінің векторымен беттесуінің оң бағыты алынады, онда ;
- 5) саны II ширектегі биссектрисаның бойында жатқандықтан өсінің векторымен беттесуінің оң бағытын алынып бұрышына бұрышын қоссақ, онда

комплекс санында және мәндерінің 0 ден үлкен

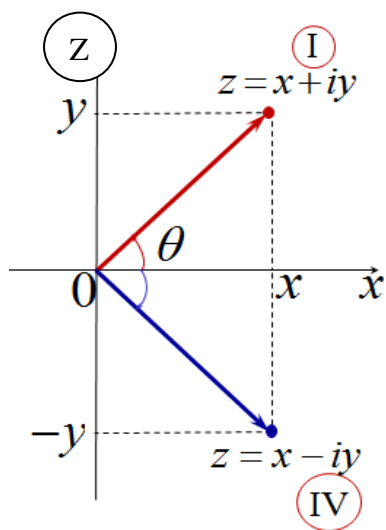
немесе кіші болуына сәйкес комплекс санды бейнелейтін нүктенің геометриялық кескінделуін қарастырсақ (24.2-сурет):



24.2-сурет

Осы 24.2-суретіндегі геометриялық кескіндеулер (24.1) формуласында көрсетілген жағдайларға сәйкес келгенін көруімізге болады.

Сондай-ақ, комплекс санды бейнелейтін нүктенің I және IV-ширектерге түсуіне қатысты аргументті табуды оның геометриялық кескінделуімен анықтау үшін тікбұрышты үшбұрыштан тангенс бұрышты анықтап, оның кері функциясының мәндер жиынын, тақ болуын ескеруіміз қажет. Әрі ол (24.1) формуласының жағдайына сәйкес келеді (24.3-сурет).



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x}$$

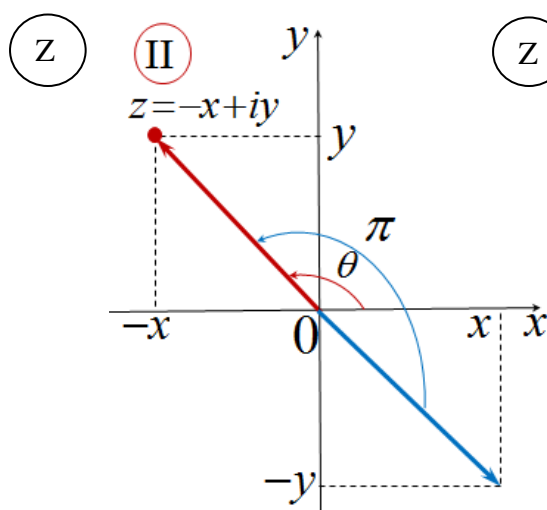
$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

$$\theta = -\operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

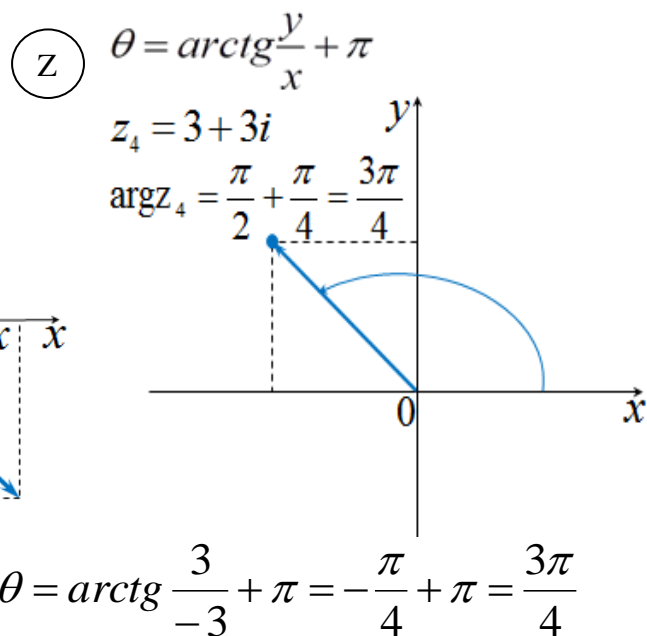
$$E(\operatorname{arctg} x) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$$

24.3-сурет

II-ширектегі комплекс санның геометриялық кескінделуімен аргументтің мәнін есептеуді қарастырайық. Бұл ширекте $-$ теріс, $-$ оң сан, онда аргументтің теріс мәнін аламыз (24.4-сурет), ол IV-ширекке әкеледі. Сәйкесінше, ол (24.1) формуласының жағдайына сәйкес келеді (24.5-сурет).

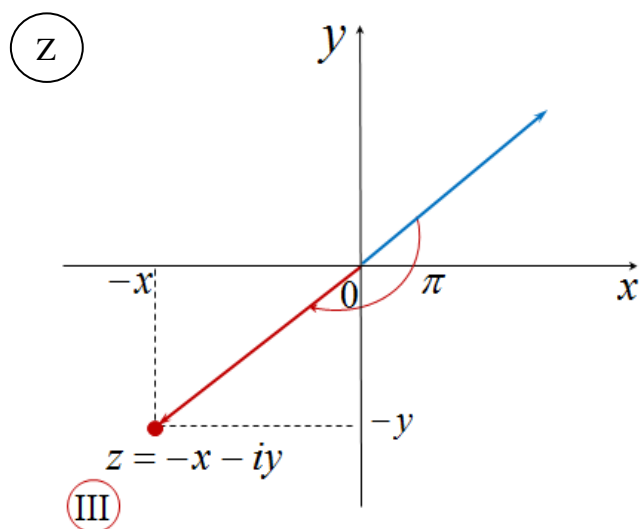


24.4-сурет



24.5-сурет

III-ширектегі берілген комплекс санның геометриялық кескіні бойынша аргументін анықтауды қарастырайық. Бұл ширекте $-$ теріс сан, онда аргументтің оң мәнін аламыз, ол I-ші ширекке әкеледі (24.6-сурет). Сәйкесінше, ол (24.1) формуласының жағдайына сәйкес келеді. Демек,



24.6-сурет

Сонымен, әр ширектерге тиісті
аргументін тапсақ:

комплекс саны үшін

(24.1) формуласының әр ширектерге қатысты жағдайлары және
өзіміз қарастырған геометриялық кескіндеу бірдей нәтижеге
әкелгенін көреміз.

Мысал 24.2: Келесі комплекс сандардың тригонометриялық және
көрсеткіштік пішіндерін анықтаңыз:

Шешімі:

1) комплекс саны берілсін.

1-әдіс:

санының модулі:

аргументі

комплекс санның тригонометриялық пішінінің

формуласы бойынша

Комплекс санның көрсеткіштік пішінінің

формуласы бойынша

2-әдіс: Сондай-ақ тригонометриялық пішінге келтірудің екінші әдісі тіптен жеңіл екенін көруге болады. Ол үшін модульді жақшаның сыртына жазып, есептің шартында берілген комплекс санға келтіреміз:

жақшадағы комплекс санның нақты және жорамал бөліктеріне қатысты тригонометриялық бұрыштарды табамыз:

онда комплекс санның тригонометриялық пішіні

2) комплекс саны берілсін.

1-әдіс:

санының модулі:

аргументі

комплекс санның тригонометриялық пішінінің

формуласы бойынша

Комплекс санның көрсеткіштік пішінінің

формуласы бойынша

2-әдіс: Ол үшін модульді жақшаның сыртына жазып, есептің шартында берілген комплекс санға келтіреміз:

жақшадағы комплекс санның нақты және жорамал бөліктеріне қатысты тригонометриялық бұрыштарды табамыз:

I және II ширекте α мәнін табуға болады, сондықтан α деп алған ыңғайлы, ал β алынса оны II ширекке сәйкес келетін бұрышқа бұруымыз керек. Демек, комплекс санның тригонометриялық пішіні

3) z комплекс саны берілсін.

1-әдіс:

r санының модулі:

аргументі

,

комплекс санның тригонометриялық пішінінің

формуласы бойынша

Комплекс санның көрсеткіштік пішінінің

формуласы бойынша

2-әдіс: Ол үшін модульді жақшаның сыртына жазып, есептің шартында берілген комплекс санға келтіреміз,

жақшадағы комплекс санның нақты және жорамал бөліктеріне қатысты тригонометриялық бұрыштарды табамыз:

III ширекте α теріс мәнге ие, яғни $\alpha \in (\pi, 3\pi/2)$.

Олай болса, z комплекс санның тригонометриялық пішіні

4) $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$ комплекс саны берілсін.

1-әдіс:

санының модулі:

аргументі

комплекс санның тригонометриялық пішінінің

формуласы бойынша

Комплекс санның көрсеткіштік пішінінің

формуласы бойынша

2-әдіс: Ол үшін модульді жақшаның сыртына жазып, есептің шартында берілген комплекс санға келтіреміз,

жақшадағы комплекс санның нақты және жорамал бөліктеріне қатысты тригонометриялық бұрыштарды табамыз:

IV ширекте аргумент мәні теріс екенін ескерсек .

Олай болса, комплекс санның тригонометриялық пішіні

24.2 Тест тапсырмалары

1. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

2.

комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

3.

комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

4. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

5. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

6. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

7. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

8. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

9. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

10. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

11. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

12. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

13. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

14. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

15. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

16. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

17. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

18. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

19. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

20. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

21. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

22. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

23. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

24. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

25. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

26. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

27. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

28. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

B)

C)

D)

E)

31. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

32. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

33. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

34. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

35. комплекс санын тригонометриялық түрде
жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

36. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

37. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

38. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

39. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

40. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

41. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

42. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

43. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

44. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

45. комплекс санын тригонометриялық түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

46. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

47. комплекс санын тригонометриялық түрде
жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

48. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

49. комплекс санын тригонометриялық түрде
жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

50. комплекс санын көрсеткіштік түрде жазыңыз.

A)

B)

C)

D)

E)

25 КОМПЛЕКС САНДАРДЫ ДӘРЕЖЕЛЕУ ЖӘНЕ ТҮБІРЛЕРІН ТАБУ

Бұл тараудағы есептер «Математика», «Математика 1» пәндерінің «Комплекс сандарды дәрежелену және түбірлерін табуға» арналған. Берілген бес жауап нұсқасынан тек бір дұрыс жауапты таңдауға арналған есептер берілген.

25.1 Тест тапсырмаларын шығару үлгілері

Мысал 25.1: Есептеңіз:

- 1)
- 2)

Шешімі:

- 1)
- 2)

Алайда, комплекс санның дәрежесін бұл жолмен есептеу үнемі тиімді бола бермейтінін көруге болады.

Мысал 25.2: Есептеңіз:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Шешімі:

- 1)
- 2)

3)

Бірінші әдіс:

Екінші әдіс:

4)

Мысал 25.3: берілген. мәнін есептеңіз.

Шешімі: санын тригонометриялық түрде жазып алайық

Жоғарғыда берілген

формуласын қолдансақ

нәтижесіне келеміз.

Мысал 25.4: Теңдеулерді шешіңіз:

1) $\sin x = \frac{1}{2}$;

2) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Шешімі:

1)

2) $\sin x = \frac{1}{2}$ теңдеуін шешіңіз.

немесе

25.2 Тест тапсырмалары

1. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 8
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

2. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

3. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 16
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

4. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

5. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 2^{60}
- C)
- D) -1
- E) $2i$

6. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

7. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

8. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

9. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

10. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

11. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

12. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

13. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

14. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

15. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) i
- B) 1
- C) $-i$
- D) -1
- E) $2i$

16. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

17. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

18. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

19. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

20. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

21. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

22. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

23. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

24. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

25. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

26. теңдеуін шешіңіз.
- A)
 - B)
 - C)
 - D)
 - E)

27. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.
- A) $-i$
 - B) 1
 - C) i
 - D) -1
 - E) $2i$

28. теңдеуін шешіңіз.
- A)
 - B)
 - C)
 - D)
 - E)

29. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.
- A) $-i$
 - B) 1
 - C) i
 - D) -1
 - E) $2i$

30. теңдеуін шешіңіз.
- A)
 - B)
 - C)
 - D)
 - E)

31. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) i
- B) 1
- C) $-i$
- D) -1
- E) $2i$

32. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

33. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

34. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

35. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

36. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)

- C)
- D)
- E)

37. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) -1
- C) i
- D) 1
- E) $2i$

38. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

39. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

40. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

41. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1

- C) i
- D) -1
- E) $2i$

42. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

43. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

44. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

45. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

46. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)

- D)
- E)

47. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

48. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

49. комплекс санының дәрежесін есептеңіз.

- A) $-i$
- B) 1
- C) i
- D) -1
- E) $2i$

50. теңдеуін шешіңіз.

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

ӘДЕБИЕТТЕР

- 1 Ақжігітов Е.Ә. Математика 1: есептер жинағы / Е.Ә.Ақжігітов, М.Ш. Тілепиев. –Астана: С.Сейфуллин атындағы ҚазАТУ, 2015. –208 б.
- 2 Айдос Е.Ж. Жоғары математика: оқулық / Е.Ж. Айдос – Алматы: «Бастау», 2012. – 425 б.
- 3 Байарыстанов А.О. Жоғары математика теориясы және жаттығулар жинағы / А.О. Байарыстанов.– Алматы: «Нұр-Принт» ЖШС, 2018. – 371 б.
- 4 Дүйсек А.К. Жоғары математика: оқулық / А.К. Дүйсек, С.К. Қасымбеков. – Алматы: КБП, 2015. –409 б.
- 5 Саханов Н. Жоғары математика: оқулық / Н. Саханов, Б. Жаңбырбаев. – Алматы: Қайнар, 2016. –184 б.
- 6 Пискунов Н.С. Дифференциалдық және интегралдық есептеулер: оқулық / Н.С. Пискунов. –М.: Наука, 2015. – 266 б.
- 7 Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике / В.П. Минорский. –М.: Наука, 2014. –315 б.
- 8 Такабаев К.К. Сызықтық алгебра элементтері: оқу құралы / К.К. Такабаев, З.А. Ракишева, Б.А. Ильясова. –Астана: С.Сейфуллин атындағы ҚазАТУ, 2015. –206 б.
- 9 Тілепиев М.Ш. Математика 1: есептеу-графикалық жұмыстары / М.Ш. Тілепиев. –Астана: С. Сейфуллин атындағы ҚАТУ, 2016. –124 б.
- 10 Махмеджанов М.Н. Жоғары математика: оқулық / М.Н. Махмеджанов. –Алматы: Бастау, 2017.–397 б.
- 11 Бейсебай П.Б. Математикалық талдаудың қосымша тараулары: оқулық / П.Б. Бейсебай.– Астана: Фолиант, 2020. –416 б.
- 12 Әубәкір С.Б. Жоғары математика: оқулық / С.Б. Әубәкір. – Алматы: Қайнар, 2012. –320 б.

Бейсебай Перизат Бейсебайқызы

**МАТЕМАТИКА 1 ПӘНІНЕН ТЕСТ ТАПСЫРМАЛАРЫН
ОРЫНДАУ ҮЛГІЛЕРІ, ӘДІСТЕРІ ЖӘНЕ ЖИНАҒЫ**

Оқу құралы

Бас редактор: Камбарова К.М
Шығарушы редактор: Раисова Г.Б.
Дизайн, беттеу: Сламова А.Б.

ЖШС «Alash Book» баспа үйі»
Алматы қ., Майлин к-сі, 54
Тел.: +7 777 880 08 05, +7 778 977 08 08
e-mail: info@alashbook.kz

Басылуға 06.06.2024 ж. қол қойылды.
Пішімі 60x84 1/16. Көлемі 28,7 б.т.
Таралымы 500 дана