ОӘЖ 517.5

АРАЛАС МЕТРИКАЛЫ ЛОРЕНЦ $L_{\overline{2},\bar{r}}$ КЕҢІСТІГІНЕН АЛЫНҒАН ФУРЬЕ ФУНКЦИЯСЫНЫҢ ТҮРЛЕНДІРУІНІҢ ҚАСИЕТІ

Манарбек Махпал

makpal9136@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2 курс докторанты,

Нұр-сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекші: ф-м. ғ.д., профессор, Тлеуханова Н

Анықтама 1. $\bar{p} = (p_1, p_2)$, $\bar{r} = (r_1, r_2)$ болсын және келесі шарттар қанағаттандырылсын: $0 < \bar{p} \leq \infty$, $0 < \bar{r} \leq \infty$. Олай болса, аралас метрикалы $L_{\bar{p},\bar{r}}[0,1]^2$ Лоренц кеңістігі $[0,1]^2$-де анықталған келесі шамалар шекті болатын барлық өлшенетін функциялардың жиыны ретінде анықталады:

$$\|f\|_{L_{\bar{p},\bar{r}}} = \left\| \|f\|_{L_{p_1,r_1}} \right\|_{L_{p_2,r_2}} = \left(\int_0^1 \left(t_2^{\frac{1}{p_2}} \left(\int_0^1 (t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*1}(t_1,\cdot))^{r_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)_{t_2}^{*_2} \right)^{\frac{r_2}{r_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{r_2}}$$

$0 < \bar{r} < \infty$ кезінде

$$\|f\|_{L_{\bar{p},\infty}} = \sup_{t_1, t_2} t_1^{\frac{1}{p_1}} t_2^{\frac{1}{p_2}} f^{*1*2}(t_1, t_2)$$

$\bar{r} = \infty$ болса.

Анықтама 2. f функциясы $f \in L_1(\mathbb{R}^2)$ болсын. Онда оның екіөлшемді түрледіруі келесідей анықталады.

$$\hat{f}(\xi_1\xi_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2)\, e^{-2\pi i(x_1\xi_1 + x_2\xi_2)} dx_1 dx_2$$

1997 жылы Бочкарев келесі теореманы дәлелдеді [1].

Теорема 1. $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ - [0,1] аралығында ортонормаланған комплексті функциялар жүйесі және де функция жиынтықты шектелген

$\|\varphi_n\| \le M, n = 1,2, \ldots$, және де келесі шарттар орындалсын $f \in L_{2,r}$, $2 < \bar{r} \le \infty$, олай болса, келесі теңсіздік орындалады:

$$\sup_{n \in N} \frac{1}{|n|^{\frac{1}{2}}(\log(n+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r}}} \sum_{m=1}^{n} a_m^* \le C\|f\|_{L_{2,r}},$$

мұндағы a_n –$\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ жүйесіндегі Фурье коэффициенттері.

Ал 2015 жылы $L_{2,r}(\mathbb{R})$ функциясының Фурье түрлендіру үшін Бочкарев теоремасының аналогы алынды [1].

Теорема 2. $\mathfrak{R}_N = \{A = \bigcup_{i=1}^{N} A_i$, мұндағы $A_i -$ $\mathbb{R}$ алынған кесінділер$\}$ болсын. Олай болса, кез келген $f \in L_{2,r}(\mathbb{R}), 2 < \bar{r} < \infty$ шарттары орындалатын функциясы үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$\sup_{N \ge 8}\sup_{A \subset \mathfrak{R}_N} \frac{1}{|A|^{\frac{1}{2}}(\ln(N+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r}}} \left|\int_A \hat{f}(\xi)d\xi\right| \le 23\|f\|_{L_{2,r}}$$

Берілген баяндаманың мақсаты Фурье түрлендіруі үшін Бочкарев теоремасының екіөлшемді аналогын алу болып табылады.

Лемма 1. $\frac{4}{3} < q_1, q_2 < 2$, $f \in L_{\bar{q},\bar{2}}(\mathbb{R}^2)$ шарттары қанағаттандырылсын. Ондай болса, $\mathfrak{R}_N$ шекті өлшемнен алынған кез келген A_1 және A_2 өлшенетін жиындары үшін келесі теңсіздік орындалады.

$$\sup_{A_1 \subset \mathfrak{R}_N}\sup_{A_2 \subset \mathfrak{R}_N} \frac{1}{|A_1|^{\frac{1}{q_1}}|A_2|^{\frac{1}{q_2}}} \left|\hat{f}(\xi_1, \xi_2)\right| d\xi_1 d\xi_2 \le$$
$$\le C\left(\frac{q_1}{2(q_1-1)}\right)^{\left(\frac{1}{q_1}-\frac{1}{2}\right)}\left(\frac{q_2}{2(q_2-1)}\right)^{\left(\frac{1}{q_2}-\frac{1}{2}\right)}\|f\|_{L_{q,2}}.$$

Теорема 3. $\Phi_{m_1,m_2}(x_1, x_2) = \varphi_{m_1}(x_1) \cdot \psi_{m_2}(x_2), m_1, m_2 \in \mathbb{N}$ жиынтықты шектелген, ортонормаланаған функциялар жүйесі болсын. Олай болса кез келген $f \in L_{\bar{2},\bar{r}}[0,1], 2 < r_1, r_2 < \infty$ үшін келесі теңсіздік орындалады:

$$\sup_{\substack{|A_1| \ge 8 \\ A_1 \subset N}}\sup_{\substack{|A_2| \ge 8 \\ A_2 \subset N}} \frac{1}{|A_1|^{\frac{1}{2}}|A_2|^{\frac{1}{2}}(\log_2(|A_1|+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r_1}}(\log_2(|A_2|+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r_2}}} \times$$

$$\int_{A_1} \int_{A_2} \left|\hat{f}(\xi_1, \xi_2)\right| d\xi_1 d\xi_2 \leq \|f\|_{L_{\overline{2},\overline{r}}}$$

Пайдаланған әдебиеттер тізімі:

1. Бочкарев С. В. Теорема Хаусдорфа-Юнга-Рисса в пространствах Лоренца и мультипликативные неравентсва // Труды МИРАН – 1997. – Т. 219. – С.103-114

2. G. K. Mussabayeva, N. T. Tleukhanova, Bochkarev inequality for the Fourier transform of functions in the Lorentz spaces L2,r(R), Eurasian Math. J., 2015, Volume 6, Number 1, 76–84