

ОӘЖ 532.529

**Екі өлшемді жылуөткізгіштік(параболалық) теңдеуімен берілген есепті ақырлы элементтер әдісімен “Comsol” программасында модельдеу**

Казибаева Сағира, Оразмухамет Асима  
orazmukhametovaa@gmail.com

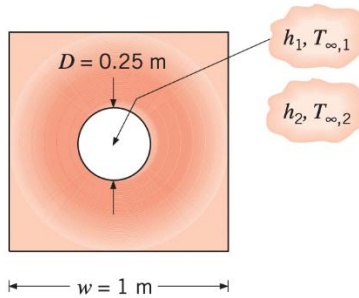
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық университеті  
«Математикалық және компьютерлік модельдеу» 3-курс студенттері

Ғылыми жетекші – Шалабаева Б.С.

Екі өлшемді ортада жылу таралу процесін бақылаймыз. Ол үшін келесідей есеп қарастырайық.

• **Физикалық қойылымы**

Радиусы  $R=0.25$  м саңылау ені 1 м, ұзындығы 2 м болатын тұтас шаршы блогының ортасының бойымен бұрғыланады. Мұндағы блоктың жылу өткізгіштігі  $k = 150$  Вт/м\*К. Блоктың төрт беті температурасы  $T_{\infty,2} = 25^\circ\text{C}$  және конвекциялық жылу өткізгіштік коэффициенті  $h_2 = 4$  Вт /м<sup>2</sup> \*К болатын сыртқы ауаның әсеріне ұшырайды және саңылау арқылы ағып жатқан ыстық майдың  $T_{\infty,1} = 300^\circ\text{C}$  және  $h_1 = 50$  Вт/м<sup>2</sup>\*К шамаларымен сипатталады. Суретке сәйкес жылу мөлшері мен беттегі температураларды анықтаңыз.



• **Математикалық қойылымы**

Екіөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуінің жалпы түрі:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad \left| \begin{array}{l} 0 < x < L \\ 0 < y < H \end{array} \right.$$

$\lambda$  – жылуөткізгіштік коэффициенті,  $\rho$  – дене тығыздығы

$c$  – дененің меншікті жылусыйымдылығы

Есептің берілген параметрлері:

$$k = 150, h_{in} = 50, h_{out} = 4, T_{in} = 573.15\text{K}, T_{out} = 298.15\text{K} \\ R = 0.25\text{m}$$

Демек,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad \left| \begin{array}{l} 4 < x < 50 \\ 298.15 < y < 573.15 \end{array} \right.$$

**Ақырлы элементтер әдісінің алгоритмі**

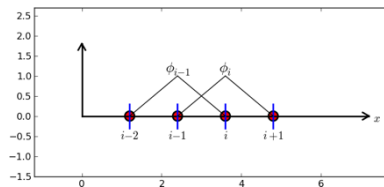
- 1) Облысты дискреттеу
- 2) Негізді (базисті) функцияларды таңдау

$$\omega = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$$

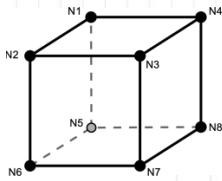
$$N_i(x) = \begin{cases} 1, & x = x_i \\ 0, & x \in \omega \setminus \{x_i\} \end{cases}$$

Әдетте  $N_i(x)$  көпмүше болып табылады.

$$N_i(x) = \begin{cases} \frac{x-x_{i+1}}{x_i-x_{i+1}}, & x \in [x_i, x_{i+1}] \\ \frac{x_i-x}{x_i-x_{i-1}}, & x \in [x_{i-1}, x_i] \\ 0, & x \notin [x_{i-1}, x_{i+1}] \end{cases}$$



$$N_i^a(x, y) = \frac{(x_u - x)(y_v - y)}{h_x h_y}$$



$$N_i(x, y, z) = \sum_{e=1}^{27} N_i^a(x, y, z)$$

Ұндағы,

$$V = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)(z_2 - z_1) \quad N_i^a(x, y, z) = \frac{1}{V} (x_2 - x)(y_2 - y)(z_2 - z)$$

искретті қойылуына өту

$$\mathcal{L}(u(x)) = f(x)$$

$$\mathcal{L}\left(\sum_{i=1}^N u_i N_i(x)\right) = f(x)$$

$N_i(x)$  салмақтық функцияларымен берілген Галеркин әдісі:

$$\int_{\Omega} \mathcal{L}\left(\sum_{i=1}^N u_i N_i(x)\right) \cdot N_j(x) dx = \int_{\Omega} f(x) \cdot N_j(x) dx, \quad j = \overline{1, N}$$

4) САТЖ коэффициенттерін есептеу

Интегралдар әрбір элемент сайын есептелініп отырады. Алынған матрицалар глобальді жүйеге бірігеді.

$$C^a = \left[ \int_{\Omega} N_i N_j dx dy dz \right]_{8 \times 8} = \frac{V}{216} \begin{bmatrix} 8 & 4 & 4 & 2 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 2 & 4 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 8 & 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 8 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 2 & 1 & 8 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 2 & 4 & 8 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 2 & 4 & 2 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

5) САТЖ-ның шешімін табу

САТЖ-ның шешімін  $Au=F$  түрінде іздейміз.

6) Шешімін тексеру

• **COMSOL бағдарламасында екіөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуін модельдеу**

1. Жаңа файл ашып, **Model Wizard**-ты таңдаймыз.

**2D** екі өлшемді кеңістікке өтеміз.

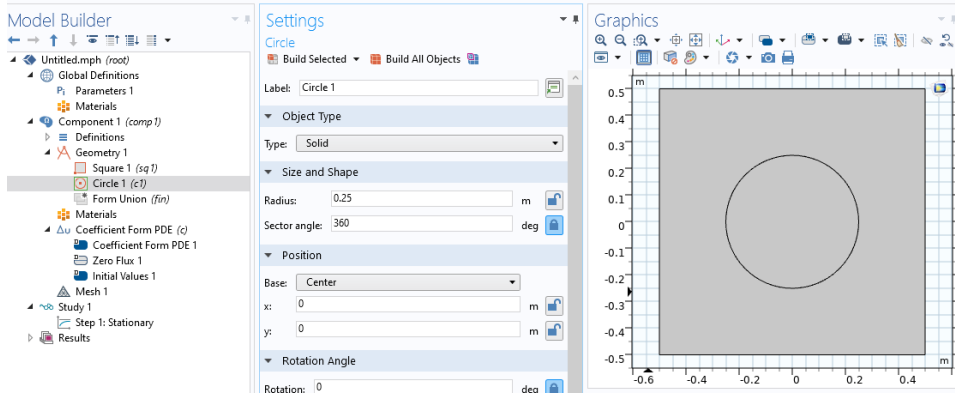
2. Екіөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуімен жұмыс істелініп жатқандықтан, дербес туындыды дифференциалдық теңдеулердің коэффициенттік формасымен модельдеу бізге өте ыңғайлы.

3. **Study** батырмасын басып, **Stationary** нұсқасын таңдау керек. Себебі бізде ешқандай уақытқа тәуелділік берілмеген. Done батырмасын басамыз.

4. Есептің белгілі параметрлерін енгізейік. Температураның өлшем бірлігі [K].

5. Есептің геометриясын анықтау үшін шаршы мен шеңбер құрылады. Бір-біріне қатысты центрге орналастырылады.

Шеңбердің радиусы 0.25-ге тең екендігі ескеріледі.



6. Құрылған фигуралар саңылауы бар блокқа ұқсауы үшін буландық айырымды қолданамыз. Нәтижесінде:
7. Кейін ешқандай қате немесе ескертулер пайда болмауы үшін өлшем бірлікті алып тастау қажет.
8. Comsol Multiphysics бағдарламасында дербес туындылы дифференциалдық теңдеулердің коэффициенттік формасы мына түрде беріледі:

$$e_a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + \beta \cdot \nabla u + a u = f$$

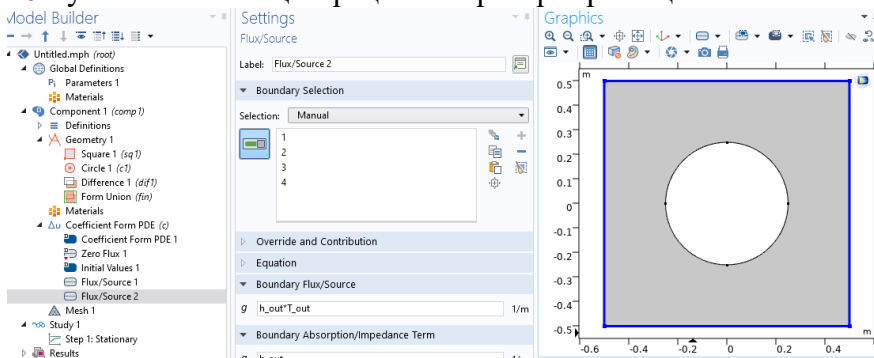
$$\nabla = \left[ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right]$$

Біз екіөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуін қарастырып жатқандықтан, с-дан өзге коэффициенттер мен параметрлардың барлығы 0-ге тең болады. Ал с өз кезегінде к-ға тең, себебі есептің қойылымында ешқандай жылудың туындауы жоқ.

$$Q_{in} = h_{in} \cdot (T_{in} - T)$$

Оны мына түрде жазуға болады:

10-пунктты блоктың сыртқы шекаралары үшін қайталаймыз.



9. Ақырлы элементтер әдісін қолдануымыз үшін элемент сипаттамалары беріледі.

**Physics-Controlled Mesh** бөлімінің **Extremely Fine** нұсқасы таңдалынса, блок осындай кішкентай элементтерге дискреттеледі.

**Extremely Coarse** күйінде:

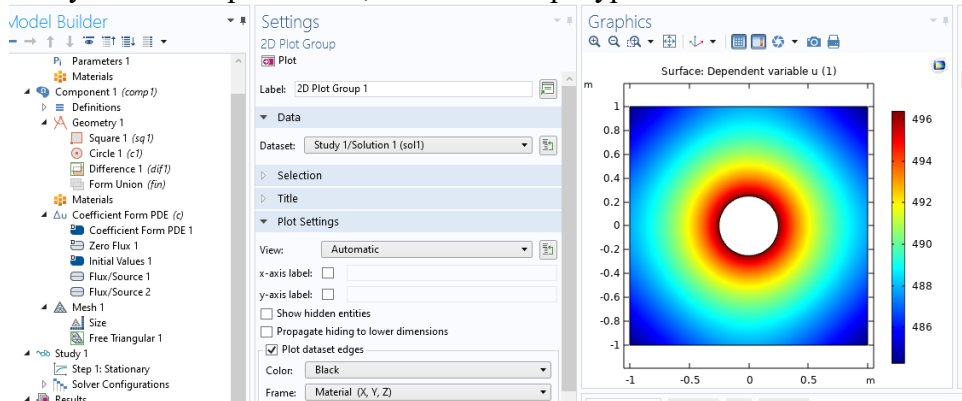
Өзімізге ыңғайлы сипаттамаларды берейік. **Mesh Settings -> User-controlled mesh. Size** бөліміне өтеміз.

10. Соңында **Study -> Compute**.

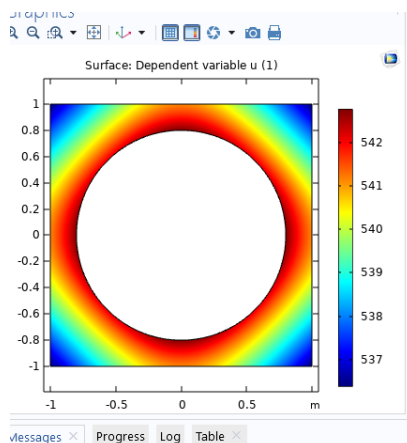
11. Алынған нәтижеміз аналитикалық шешіммен дәл келіп тұр. Беттік температура шынымен де жуықтап 523 К мен 527 К арылығында ауытқиды.

Енді берілген параметрлерді ауыстырғанда модель қалай өзгередінін көрейік.  $k$  неғұрлым үлкен мәнді қабылдаған сайын, соғұрлым беттік температураның үлестірімі кішірейе түседі және керісінше.

$h_{in}$  үлкен болса, минимал температура мен максимал температураның сан мәндері өседі.  $h_{out}$  артса, минимал температура мен максимал температураның сан мәндері кемиді, ауытқулар жиілейді.  $T_{in} < T_{out}$  болса, блоктың сыртықы шекарасындағы температура жоғары.  $h_{out} > h_{in}$  болған жағдайда, блоктың сыртқы шекарасындағы температура төмендеу. Блоктың қабырғасының ұзындығын арттырсақ, блоктың сыртқы шекараларына жылу аса көп таралмайды, беттік температура төмендейді.



Саңылаудың радиусын арттырғанда, жылу молынан таралады, беттік температура артады.



## • Талдау

Жылуөткізгіштік теңдеуі – кеңістіктің берілген аймағында температураның ішінара таралуын және оның уақыт бойынша өзгеруін сипаттайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеу болып табылады. Екіөлшемді параболалық теңдеуге берілген есепті қарастырған кезде, оның моделінің, температурасының бетте өзгеруі оның шекаралық шарттарына, параметрлеріне, жылуөткізгіштік коэффициенттеріне және объектің пішініне байланысты екендігін байқадық. Модельдеу нәтижелерін аналитикалық шешіммен салыстырғанда, алынған температураның ауытқу шкаласының дұрыс шыққандығына көз жеткіздік, сол нәтижені визуализациялай білдік.

Пайданылған әдебиеттер:

1. Parthasarathy M., Klingenberg D.J. Electrorheology: mechanisms and models // Material Science and Engineering: R: Reports. – 1996. – Vol. 17, Issue 2. – Pp. 57-103. – DOI: 10.1016/0927-796X(96)00191-X
2. Введение в Comsol <https://www.comsol.ru/comsol-multiphysics>.
3. Часть 1: Выбор направления модели: Пространство, физики, изучение COMSOL Multiphysics 1998–2018.
4. Часть 2: Структура модели: создать геометрию, добавить физику, выбор материалов.

УДК 4.17.4.2

## ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ В РИСК-ОРИЕНТИРОВАННОМ АНАЛИЗЕ ФИНАНСОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ БАНКОВ

Сағидулла С.Ә.

sarah.sagidulla12@gmail.com

Студент Международного университета информационных технологий  
Алматы, Казахстан

Научный руководитель - Толеубекова Д. Н.

### Аннотация

В статье представлены проблемы и способы оценки финансовой устойчивости коммерческих банков и определение связи между развитием риск-менеджмента и финансовой устойчивости в банках. Одной из важных задач является исследование влияния уровня развития риск-менеджмента на финансовую устойчивость банков. Гипотезой исследования является предположение о том, что моделирование и анализ внешних и внутренних рисков является основой для обеспечения финансовой устойчивости банков. В рамках исследования изучаются факторы, влияющие на финансовое положение, а также определяются и сравниваются показатели и критерии устойчивости банка, которые приняты в международной практике. Ключевые слова: финансовая устойчивость, моделирование, кредитный портфель, банковский сектор, внешние и внутренние риски.

### Введение

В связи с ростом неопределенности на финансовых рынках одной из актуальных задач по стабилизации экономики является развитие устойчивости банковской сферы. На данный момент Казахстан нуждается в трансформации в банковской системе в связи развитием новых технологий и методик по оценке рисков. События, произошедшие в 2009-2017 годах, повлияли на весь финансовый сектор и на деятельность банков РК.

После мирового финансового кризиса, повлиявшего на мировую экономику Базельский комитет разработал реформы банковского регулирования. В рамках данных реформ разработаны нормативная база и инструменты для построения и развития устойчивости банковской системы, а также были пересмотрены подходы к оценке рисков, для уменьшения зависимости банковского сектора от внешних и внутренних рисков.

Для определения уровня финансовой устойчивости банков используются различные показатели, в том числе уровень достаточности собственного капитала, уровень ликвидности и рисков.

Для определения основных критериев по оценке финансовой устойчивости банков применяются:

- анализ ликвидности;
- анализ кредитного портфеля;
- анализ рисков;
- анализ использования трудовых ресурсов;
- анализ выполнения экономических нормативов банка;