

ISSN (Print) 2616-6836
ISSN (Online) 2663-1296

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің

ХАБАРШЫСЫ

BULLETIN

of L.N. Gumilyov Eurasian
National University

ВЕСТНИК

Евразийского национального
университета имени Л.Н. Гумилева

ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Серия **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№3(128)/2019

1995 жылдан бастап шығады

Founded in 1995

Издается с 1995 года

Жылына 4 рет шығады

Published 4 times a year

Выходит 4 раза в год

Нұр-Сұлтан, 2019

Nur-Sultan, 2019

Нур-Султан, 2019

Бас редакторы:
ф.-м.ғ.д., профессор
А.Т. Ақылбеков (Қазақстан)

Бас редактордың орынбасары

Гиниятова Ш.Г., ф.-м.ғ.к., доцент
(Қазақстан)

Редакция алқасы

Арынгазин А.Қ.	ф.-м.ғ. докторы(Қазақстан)
Алдонгаров А.А.	PhD (Қазақстан)
Балапанов М.Х.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Бахтизин Р.З.	ф.-м.ғ.д., проф. (Ресей)
Даулетбекова А.Қ.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Ержанов Қ.К.	ф.-м.ғ.к., PhD (Қазақстан)
Жұмаділов Қ.Ш.	PhD (Қазақстан)
Здоровец М.	ф.-м.ғ.к.(Қазақстан)
Қадыржанов Қ.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Кайнарбай А.Ж.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Кутербеков Қ.А.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Лущик А.Ч.	ф.-м.ғ.д., проф.(Эстония)
Морзабаев А.К.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Мырзақұлов Р.Қ.	ф.-м.ғ.д., проф.(Қазақстан)
Нұрахметов Т.Н.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Сауытбеков С.С.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Салиходжа Ж.М.	ф.-м.ғ.к. (Қазақстан)
Тлеукенов С.К.	ф.-м.ғ.д., проф. (Қазақстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Қазақстан)
Хоши М.	PhD, проф.(Жапония)

Редакцияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Сәтбаев к-сі, 2, 349 б., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті.
Тел.: +7(7172) 709-500 (ішкі 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Жауапты хатшы, компьютерде беттеген: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы.
ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

Меншіктенуші: ҚР БЖҒМ "Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті" ШЖҚ РМК
Мерзімділігі: жылына 4 рет.

Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникациялар министрлігінде 27.03.2018ж.
№16999-ж тіркеу куәлігімен тіркелген.

Тиражы: 25 дана

Типографияның мекенжайы: 010008, Қазақстан, Нұр-Сұлтан қ., Қажымұқан к-сі, 12/1, 349 б.,
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті. Тел.: +7(7172)709-500 (ішкі 31-428)

Editor-in-Chief

Doctor of Phys.-Math. Sciences, Professor
A.T. Akilbekov (Kazakhstan)

Deputy Editor-in-Chief

Giniyatova Sh.G., Candidate of Phys.-Math. Sciences,
Assoc. Prof. (Kazakhstan)

Editorial Board

Aryngazin A.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Aldongarov A.A.	PhD (Kazakhstan)
Balapanov M.Kh.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Bakhtizin R.Z.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Russia)
Dauletbekova A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Hoshi M.	PhD, Prof. (Japan)
Kadyrzhanov K.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Kainarbay A.Zh.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Kuterbekov K.A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Lushchik A.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Estonia)
Morzabayev A.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Myrzakulov R.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Nurakhmetov T.N.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Sautbekov S.S.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Salikhodzha Z. M	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Tleukenov S.K.	Doctor of Phys.-Math. Sciences, Prof. (Kazakhstan)
Useinov A.B.	PhD (Kazakhstan)
Yerzhanov K.K.	Candidate of Phys.-Math. Sciences, PhD (Kazakhstan)
Zdorovets M.	Candidate of Phys.-Math. Sciences (Kazakhstan)
Zhumadilov K.Sh.	PhD (Kazakhstan)

Editorial address: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 2, Satpayev str., of. 349,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008
Tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Responsible secretary, computer layout: A.Nurbolat

Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University.

PHYSICS. ASTRONOMY Series

Owner: Republican State Enterprise in the capacity of economic conduct "L.N. Gumilyov Eurasian National University" Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan

Periodicity: 4 times a year

Registered by the Ministry of Information and Communication of the Republic of Kazakhstan.

Registration certificate №16999-ж from 27.03.2018.

Circulation: 25 copies

Address of printing house: L.N. Gumilyov Eurasian National University, 12/1 Kazhimukan str.,
Nur-Sultan, Kazakhstan 010008;

tel.: +7(7172) 709-500 (ext. 31-428)

Главный редактор:
доктор ф.-м.н.
А.Т. Акилбеков, доктор ф.-м.н., профессор (Казахстан)

Зам. главного редактора

Ш.Г. Гиниятова к.ф.-м.н., доцент
(Казахстан)

Редакционная коллегия

Арынгазин А.К.	доктор ф.-м.н.(Казахстан)
Алдонгаров А.А.	PhD (Казахстан)
Балапанов М.Х.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Бахтизин Р.З.	д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Даулетбекова А.К.	д.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Ержанов К.К.	к.ф.-м.н., PhD (Казахстан)
Жумадилов К.Ш.	PhD (Казахстан)
Здоровец М.	к.ф.-м.н.(Казахстан)
Кадыржанов К.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Кайнарбай А.Ж.	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Кутербеков К.А.	доктор ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Лущик А.Ч.	д.ф.-м.н., проф. (Эстония)
Морзабаев А.К.	д.ф.-м.н. (Казахстан)
Мырзакулов Р.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Нурахметов Т.Н.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Сауытбеков С.С.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Салиходжа Ж.М	к.ф.-м.н. (Казахстан)
Тлеукунов С.К.	д.ф.-м.н., проф. (Казахстан)
Усеинов А.Б.	PhD (Казахстан)
Хоши М.	PhD, проф. (Япония)

Адрес редакции: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Сатпаева, 2, каб. 349, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева.
Тел.: (7172) 709-500 (вн. 31-428)
E-mail: vest_phys@enu.kz

Ответственный секретарь, компьютерная верстка: А. Нурболат

Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.
Серия ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ

Собственник РГП на ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева" МОН РК
Периодичность: 4 раза в год

Зарегистрирован Министерством информации и коммуникаций Республики Казахстан.

Регистрационное свидетельство №16999-ж от 27.03.2018г.

Тираж: 25 экземпляров

Адрес типографии: 010008, Казахстан, г. Нур-Султан, ул. Кажимукана, 12/1, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева. тел.: +7(7172)709-500 (вн. 31-428)

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ
ХАБАРШЫСЫ. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ сериясы

№3(128)/2019

МАЗМҰНЫ

<i>Аймухамбетова А.С., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.В.</i> Валецки типті космологиялық моделдің дәрежелі шешімі.	8
<i>Ахметова Г.А., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.</i> Фермиондық және тахиондық өрістері бар космологиялық моделі	16
<i>Ақылбеков А., Скуратов В., Даулетбекова А., Гиниятова Ш., Сейтбаев А.</i> DC-60 циклотронында in-situ иондық люминесценцияны зерттеуге арналған қондырғыны жасау	26
<i>Абуова А.У., Ускенбаев Е., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Абуова Г.У., Джунисбекова Д.А.</i> Техникалық мамандықтар оқытудың интерактивті әдістері	35
<i>Баубекова Г.М., Луцик А.Ч., Асылбаев Р.Н., Ақылбеков А.Т.</i> Жылдам ауыр иондармен сәулелендірілген MgO кристалдарындағы радиациялық ақау түзілуі	41
<i>Гриценко Л.В., Калкозова Ж.К., Кедрук Е.Ю., Мархабаева А.А., Абдуллин Х.А.</i> ZnO нанобөлшектерінің гидротермалды синтезі және олардың фотокаталитикалық қасиеттері	49
<i>Даулетбекова А., Ақылбекова А., Гиниятова Ш., Баймуханов З., Власукова Л., Ақылбеков А., Усеинов А., Козловский А., Карипбаев Ж.</i> SiO ₂ /Si тректі матрицаларына электрлі тұндырылған ZnO нанокристалдарының құрылымы, электрлік қасиеттері және люминесценциясы	57
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А.</i> Модификацияланған $F(T)$ гравитациясы мен Дирак өрісіндегі космологиялық шешімдер	67
<i>Жадыранова А.А., Ануарбекова Ы.Е.</i> $n = 3$ және $N = 2$ жағдайлары үшін $V_0 = 0$ болғандағы WDVV ассоциативтілік теңдеуінің иерархиясы	79
<i>Жангозин К.Н., Каргин Д.Б.</i> Тік қалақшалы жел турбиналарының қуатын арттыру жолдары туралы	86
<i>Жубатканова Ж.А., Мырзакулов Н.А., Мейрбеков Б.К.</i> Бранс-Дикке өрісі бар гравитацияның модификацияланған теориясының дербес жағдайы үшін космологиялық шешімдер	93
<i>Калкозова Ж.К., Тулегенова А.Т., Абдуллин Х.А.</i> Белсеңді фотолюминесценциялы цериймен легирленген (Y ₃ Al ₅ O ₁₂ :Ce ³⁺) алюмоиттрийлік гранаттың жоғары дисперсиялық ұнтағын алу	102
<i>Рысқұлов А.Е., Иванов И.А., Кислицын С.Б., Углов В.В., Здоровец М.В.</i> Ni ¹²⁺ ауыр иондармен сәулелендірудің BeO керамикада ақаулардың қалыптасуына әсері	110
<i>Нуразметов Т.Н., Салиходжа Ж.М., Долломатов М.Ю., Жунусбеков А.М., Кайнарбай А.Ж., Дауренбеков Д.Х., Балтабеков А.С., Садыкова Б.М., Жанылысов К.Б., Юсупбекова Б.Н.</i> Аралас сілтілі металл сульфаттарының зоналық құрылымы және оптикалық спектрі	117
<i>Ногай А.А., Стефанович С.Ю., Салиходжа Ж.М., Ногай А.С.</i> Өткізгіштігі және диэлектриялық қасиеттері Na ₃ Sc ₂ (PO ₄) ₃	128
<i>Карипбаев Ж.Т., Мусаханов Д.А., Лисицын В.М., Голковский М.Г., Лисицына Л.А., Алпысова Г.К., Тулегенова А.Т., Ақылбеков А.Т., Даулетбекова А.К., Балабеков К.Н., Козловский А., Усеинов А.</i> Радиация өрісіндегі ИАГ және ИАГГ люминофорларының құрылымын зерттеу және синтездеу	138
<i>Касенов Д., Абуова А.У., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Каптагай Г.А.</i> Физика-химиялық процестерді ғылыми тану әдісі ретінде модельдеу	147
<i>Еримбетова Д.С., Степаненко В.Ф., Видергольд А.В., Жумадилов К.Ш.</i> Радон концентрациясын зерттеудің қазіргі жағдайы	153
<i>Фаиз А.С., Абуова Ф.У., Шәкен Н., Абуова А.У., Джунисбекова Д.А., Байман Г.Б.</i> BiCuSeO оксиселенид - жаңа келешегі жоғары термоэлектрлік материал ретінде	160

BULLETIN OF L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY. PHYSICS.
ASTRONOMY SERIES

№3(128)/2019

CONTENTS

<i>Aimukhambetova A.S., Razina O.V., Tsyba P.Yu., Meyirbekov B.V.</i> Power solution of the cosmological model of the Valecki type.	8
<i>Akhmetova G.A., Razina O.V., Tsyba P.Yu., Meirbekov B.</i> Cosmological model with fermion and tachyon fields	16
<i>Akilbekov A., Skuratov V., Dauletbekova A., Giniyatova Sh., Seitbayev A.</i> Creation of facility for in-situ measurement of high-energy ionoluminescence on cyclotron DC-60	26
<i>Abuova A.U., Uskenbaev E., Inerbaev T.M., Abuova F.U., Abuova G.U., Junisbekova D.A.</i> Interactive methods of teaching physics in technical speciality	35
<i>Baubekova G.M., Lushchik A.Ch., Asylbaev R.N., Akilbekov A.T.</i> Creation of radiation defects in MgO crystals irradiated with swift heavy ions	41
<i>Gritsenko L.V., Kalkozova Zh.K., Kedruk Y.U., Markhabaeva A.A., Abdullin Kh.A.</i> Hydrothermal synthesis of ZnO nanoparticles and their photocatalytic properties	49
<i>Dauletbekova A.K., Akylbekova A., Giniyatova Sh., Baimukhanov Z., Vlasukova L., Akilbekov A., Usseinov A., Kozlovskii A., Karipbayev Zh.</i> Structure, electrical properties and luminescence of ZnO nanocrystals deposited in SiO ₂ /Si track templates	57
<i>Myrzakulov N.A., Myrzakulova Sh.A.</i> Cosmological solutions of modified $F(T)$ gravity with Dirac field	67
<i>Zhadyranova A.A., Anuarbekova Y.Ye.</i> Hierarchy of WDVV associativity equations for $n = 3$ case and $N = 2$ when $V_0 = 0$	79
<i>Zhangozin K.N., Kargin D.B.</i> About ways to increase the power of wind turbines with straight blades	86
<i>Zhubatkanova Zh.A., Myrzakulov N.A., Meirbekov B.K.</i> Cosmological solutions for particular case of modified theory of gravity with a Brans-Dicke field.	93
<i>Kalkozova Zh.K., Tulegenova A.T., Abdullin Kh.A.</i> National Nanotechnology Laboratory of open type, al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan	102
<i>Ryskulov A.E., Ivanov I.A., Kislitsin S.B., Uglov V.V., Zdorovets M.V.</i> The effect of Ni ¹²⁺ heavy ion irradiation on radiation defect formation in BeO ceramics	110
<i>Nurakhmetov T.N., Salikhodzha Zh.M., Dolomatov M.Y., Zhunusbekov A.M., Kainarbay A.Z., Daurenbekov D.H., Baltabekov A.S., Sadykova B.M., Zhangylyssov K.B., Yussupbekova B.N.</i> Band structure and optical spectra of mixed alkali metal sulfates	117
<i>Nogai A.A., Stefanovich S.Yu., Salikhodzha J.M., Nogai A.S.</i> Conducting and dielectric properties of Na ₃ Sc ₂ (PO ₄) ₃	128
<i>Karipbaev Zh., Musahanov D., Lisitsyn V., Golkovskii M., Lisitsyna L., Alpyssova G., Tulegenova A., Akylbekov A., Dauletbekova A., Balabekov K., Kozlovskii A., Usseinov A.</i> Synthesis, the study of the structure of YAG and YAGG phosphors in the radiation field	138
<i>Kasenov D., Abuova A.U., Inerbaev T.M., Abuova F.U., Kaptagai G.A.</i> Modeling as a method of scientific knowledge of physical and chemical processes	147
<i>Yerimbetova D., Stepanenko V., Vidergold A., Zhumadilov K.</i> Current state of radon concentration studies	153
<i>Faiz A.S., Abuova F.U., Shaken N., Abuova A.U., Junisbekova D.A., Baiman G.B.</i> BiCuSeO oxyselenides: new promising thermoelectric materials	160

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Аймухамбетова А.С., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.В.</i> Степенное решение космологической модели типа Валецки	8
<i>Ахметова Г.А., Разина О.В., Цыба П.Ю., Мейрбеков Б.</i> Космологическая модель с фермионным и тахионным полями	16
<i>Акилбеков А., Скуратов В., Даулетбекова А., Гиниятова Ш., Сейтбаев А.</i> Создание установки для in-situ измерения высокоэнергетической ионолюминесценции на циклотроне DC-60	25
<i>Абуова А.У., Ускенбаев Е., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Абуова Г.У., Джунисбекова Д.А.</i> Интерактивные методы обучения физике на технических специальностях	35
<i>Баубекова Г.М., Луцкич А.Ч., Асылбаев Р.Н., Акылбеков А.Т.</i> Создание радиационных дефектов в кристаллах MgO, облученных высокоэнергетическими ионами	41
<i>Гриценко Л.В., Калкозова Ж.К., Кедрук Е.Ю., Мархабаева А.А., Абдуллин Х.А.</i> Гидротермальный синтез наночастиц ZnO и их фотокаталитические свойства	49
<i>Даулетбекова А., Акылбекова А., Гиниятова Ш., Баймуханов З., Власукова Л., Акилбеков А., Усеинов А., Козловский А., Карипбаев Ж.</i> Структура, электрические свойства и люминесценция нанокристаллов ZnO, электроосажденных в трековые матрицы SiO ₂ /	57
<i>Мырзакулов Н.А., Мырзакулова Ш.А.</i> Космологические решения в модифицированной $F(T)$ гравитации с полем Дирака	67
<i>Жадыранова А.А., Ануарбекова Ы.Е.</i> Иерархия уравнений ассоциативности WDVV для случая $n = 3$ и $N = 2$ при $V_0 = 0$	79
<i>Жангозин К.Н., Каргин Д.Б.</i> О способах увеличения мощности ветровых турбин с прямыми лопастями	86
<i>Жубатканова Ж.А., Мырзакулов Н.А., Мейрбеков Б.К.</i> Космологические решения для частного случая модифицированной теории гравитации с полем Бранс-Дикке	93
<i>Калкозова Ж.К., Тулегенова А.Т., Абдуллин Х.А.</i> Получение высокодисперсного порошка алумоиттриевого граната, легированного церием ($Y_3Al_5O_{12}:Ce^{3+}$) с интенсивной фотолюминесценцией	102
<i>Рыскулов А.Е., Иванов И.А., Кислицын С.Б., Углов В.В., Здоровец М.В.</i> Влияние облучения тяжелыми ионами Ni ¹²⁺ на радиационное дефектообразование в керамиках BeO	110
<i>Нуразматов Т.Н., Салиходжа Ж.М., Доломатов М.Ю., Жунусбеков А.М., Кайнарбай А.Ж., Дауренбеков Д.Х., Балтабеков А.С., Садыкова Б.М., Жанылысов К.Б., Юсупбекова Б.Н.</i> Зонная структура и оптические спектры смешанных сульфатов щелочных металлов	117
<i>Ногай А.А., Стефанович С.Ю., Салиходжа Ж.М., Ногай А.С.</i> Проводящие и диэлектрические свойства Na ₃ Sc ₂ (PO ₄) ₃	128
<i>Карипбаев Ж.Т., Мусаханов Д.А., Лисицын В.М., Голковский М.Г., Лисицына Л.А., Алпысова Г.К., Тулегенова А.Т., Акылбеков А.Т., Даулетбекова А.К., Балабеков К.Н., Козловский А., Усеинов А.</i> Синтез, исследование структуры ИАГ и ИАГГ люминофоров в поле радиации	138
<i>Касенов Д., Абуова А.У., Инербаев Т.М., Абуова Ф.У., Каптагай Г.А.</i> Моделирование как метод научного познания физико-химических процессов	147
<i>Еримбетова Д.С., Степаненко В.Ф., Видергольд А.В., Жумадилов К.Ш.</i> Современное состояние исследований концентрации радона	153
<i>Фаиз А.С., Абуова Ф.У., Шәкен Н., Абуова А.У., Джунисбекова Д.А., Байман Г.Б.</i> BiCuSeO оксиселенид как новый перспективный термоэлектрический материал	160

Н.А. Мырзакулов¹, Ш.А. Мырзакулова²

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
 (E-mail: ¹ nmyrzakulov@gmail.com, ² shamyrazkulova@gmail.com)

Модификацияланған $F(T)$ гравитациясы мен Дирак өрісіндегі космологиялық шешімдер

Аңдатпа: Бұл мақалада Фридман-Робертсон-Уокер кеңістік уақытында модификацияланған $F(T)$ гравитациясымен минималды емес байланысқан Дирак өрісін зерттейміз. Лагранж көбейткішін қолданып, нүктелік Лагранжиан қорытылып, Фридманның модификацияланған теңдеулері және фермиондық өрістер үшін Дирак теңдеулері алынды. Дифференциалдық теңдеулермен байланысты Нетердің симметриялық әдісі - сақталатын шамаларды зерттеуде пайдалы құрал болып табылады. Сонымен қатар, бұл әдіс нүктелік Лагранжианның құрамына кіретін белгісіз функцияларды анықтауда өте пайдалы. Осы әдісті қолданып, берілген модель үшін гравитация мен материяның байланыс түрін, потенциал, симметрия генераторларын, $F(T)$ гравитациясының түрін және бірінші интеграл (Нетер заряды) немесе сақталатын шама анықталды. Әлеміміздің кеш кездегі үдемелі ұлғаюын сипаттайтын дәрежелік түрдегі космологиялық шешімдер алынды. Хаббл параметрі, Дирак өрісі үшін қысым мен энергия тығыздығы және күй теңдеуі параметрі анықталды.

Түйін сөздер: $F(T)$ гравитациясы, Дирак өрісі, Нетер теоремасы, Нетер заряды, тығыздық, қысым, космологиялық шешімдер.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-68-36-2019-128-3-67-78>

Кіріспе. Соңғы астрофизикалық бақылаулар нәтижелері бойынша Әлемнің ұлғаюы үдемелі екенін көрсетеді [1,2]. Бұл кеш ұлғаюды түсіндіру үшін ғалымдар екі керемет тәсіл ұсынды. Біріншісі жалпы салыстырмалы теориясындағы Эйнштейн теңдеуінің оң жағындағы материяның құрылымы ретінде скалярлық өріс, фантом, квинтэссенция, фермиондық өріс, тахион және т.б. ретінде алып, екіншісі Эйнштейн теңдеуінің сол жағын, немесе гравитациялық бөлігін өзгерту болып табылады.

Қазіргі таңда модификациялық гравитация Әлемнің үдемелі ұлғаюын түсіндіретін бағыттардың бірі болып отыр. Жақында танымал $F(R)$ гравитациясына ұқсас $F(T)$ гравитациясы деп аталатын жаңа модификацияланған гравитациясы ұсынылды. Қарапайым жағдайда, жалпы салыстырмалы теорияда R қисықтық скаляры Леви-Чивит байланыстылығымен анықталады, ал жалпы салыстырмалы теорияға эквивалентті телепараллель гравитациясындағы T ширату скаляры Вейтзенбок байланыстылығымен анықталады. Мұнда $F(T)$ гравитациясы T ширату скалярының кеңейтілген функциясы екені мәлім [3-5]. Кейбір әдебиеттерде $F(T)$ гравитацияны жалпы салыстырмалы теорияға альтернативті гравитациялық теория деп есептеп, оның әртүрлі қасиеттері зерттелген.

Космологияда фермиондық өрістер (Дирак өрістері) Әлемнің ерте кезеңі инфляция және кеш кезеңі күңгірт энергияны меңгеру үшін зерттеу көздерінің бірі ретінде қарастырылып келеді [6,7]. Көптеген мақалаларда фермиондық өрістерді гравитациямен минималды байланысы зерттелген. Бірақ соңғы зерттеулерде фермиондық өрістердің гравитациямен минималды емес байланыс эффектісі бар зерттеулер пайда бола бастады. Фермиондық өрістерді зерттеуде нақты шешімдері бар нәтижелер, сандық шешімдер, циклдік космология және анизотроптық-изотроптық сценарий, ұйытқулар, күңгірт спинорлар атты бірнеше тәсілдер арқылы зерттелді. Жалпы салыстырмалы теория мен фермиондық өрістің арасындағы байланыс тетрадық формализм арқылы жүзеге асырылады.

Нетер теоремасындағы симметриялық әдіс - скалярлық өрісінде [8,9], фермиондық өрісінде [10], тахионтық өрісінде [11,12], векторлық өрісінде [13], минималды емес байланысқан космологияда [14,15], скалярлы-тензорлы теориясында [16], $F(T)$ гравитациясында [17,18], $F(R)$ гравитациясында [19], $F(G)$ гравитациясында [20,21], Дирак-Борн-Инфелд

космологиясында [22], жоғары дәрежелі гравитация теорияларында [23], телепараллел-қисықтық космологиясында [24], жазық емес космологияда [25], Биянки Әлемінде [26], Бранс-Дикке гравитациясында [27], гравитацияның индуцирленген теориясында [28], кванттық гравитациясында [29-32], G және Λ айнымалысы бар гравитациясында [33] және т.б. кеңінен зерттелді. Сондай-ақ, осы симметрияның бар болуы (2+1) өлшемді жағдайда фермиондық өрістің Эйнштейн-Гилберт гравитациясы және телепараллел гравитациясымен минималды емес байланыс жағдайына да қолданылды [34,35].

Бұл мақаланың мақсаты - жазық, біртекті және изотропты Фридман-Робертсон-Уокер (ФРУ) кеңістік-уақытында Нетер симметриясын қолдана отырып, гравитацияның $F(T)$ теориясының фермиондық өріспен минималды емес байланыстағы космологиялық шешім анықтау болып табылады.

Мақаланың құрылымы келесідей ұйымдастырылған: екінші бөлімде $F(T)$ гравитацияның фермиондық өріспен минималды емес байланысқан модель үшін гравитациялық өріс теңдеулері қорытылып шығарылды, үшінші бөлімде Нетер симметриялық әдісін қолданып $F(T)$ гравитацияның түрі, байланыс функциясы және потенциал анықталды. Космологиялық шешімдер төртінші бөлімде қарастырылды. Метрика сигнатурасы $(+, -, -, -)$ деп, және өлшем бірліктерін $8\pi G = c = \hbar = 1$ деп таңдаймыз.

$F(T)$ гравитациясы. Бұл бөлімде телепараллель және $F(T)$ гравитациясына шолу жасаймыз. Телепараллель гравитациясының әсері келесідей жазамыз:

$$\mathcal{S} = \int d^4x |e| T + \mathcal{S}_m, \quad (1)$$

мұнда T - ширату скаляры, $|e| = \det(e^i_\mu) = \sqrt{-g}$ - метрикалық тензордың анықтаушы және \mathcal{S}_m - материя үшін әсер.

Ширату скаляры T келесідей жалпы түрде анықталады:

$$T = S^{\mu\nu} T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

мұндағы $T^{\rho}_{\mu\nu}$ ширату тензоры:

$$T^{\rho}_{\mu\nu} = -e^{\rho}_i (\partial_\mu e^i_\nu - \partial_\nu e^i_\mu) \quad (3)$$

және $S_{\rho}^{\mu\nu}$ суперпотенциал тензоры:

$$S_{\rho}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \left(K^{\mu\nu}_{\rho} + \delta^{\mu}_{\rho} T^{\theta\nu}_{\theta} - \delta^{\nu}_{\rho} T^{\theta\mu}_{\theta} \right). \quad (4)$$

Сондай-ақ, $K^{\mu\nu}_{\rho}$ конторсион тензоры:

$$K^{\mu\nu}_{\rho} = -\frac{1}{2} (T^{\mu\nu}_{\rho} - T^{\nu\mu}_{\rho} - T_{\rho}^{\mu\nu}) \quad (5)$$

Жазық, біртекті және изотропты ФРУ кеңістік уақытындағы метрика:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dx^2 + dy^2 + dz^2], \quad (6)$$

Кеңістік уақыттағы метрикалық тензор $g_{\mu\nu}$ келесідей формуламен анықталады:

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{ij} e^i_\mu(x) e^j_\nu(x), \quad (7)$$

мұндағы:

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \eta_{ij}, \quad \eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1). \quad (8)$$

ФРУ метрикасына сәйкес телепараллель гравитациясындағы ширату скаляры:

$$T \equiv -6 \frac{\dot{a}^2}{a^2} \equiv -6H^2 \quad (9)$$

мұндағы H - Хаббл параметрі. Сондай-ақ, $a(t)$ - уақытқа тәуелді масштабты фактор. Егер біз телепараллель гравитациясындағы T ширату скалярын кез келген ширату скалярына тәуелді функцияға ауыстыратын болсақ, онда:

$$\mathcal{S} = \int d^4x |e| F(T) + \mathcal{S}_m, \quad (10)$$

Жоғарыдағы $F(T)$ гравитациясының қозғалыс теңдеуі:

$$[e^{-1}\partial_\mu(eS_i^{\mu\nu} - e_i^\lambda T_{\mu\lambda}^\rho S_\rho^{\nu\mu})F_T + S_i^{\mu\nu}\partial_\mu T F_{TT} + \frac{1}{4}e_i^\nu F = \frac{1}{2}k^2 e_i^\rho T_\mu^\nu, \quad (11)$$

ФРУ кеңістік уақытын ескере отырып, модификацияланған Фридман теңдеулерін келесідей түрде анықтаймыз:

$$-2TF_T + F = 0, \quad (12)$$

$$-8\dot{H}TF_{TT} + (2T - 4\dot{H})F_T - F = 0. \quad (13)$$

Біз білетініміздей, жалпы салыстырмалы теориясында $F(R)$ гравитацияның теңдеулері төртінші ретті болса, $F(T)$ гравитацияның теңдеулері екінші ретті болып табылады.

Енді біз келесі бөлімде Дирак өрісін $F(T)$ гравитациямен минималды емес байланысқан жағдайын қарастырамыз.

Дирак өрісінің $F(T)$ гравитациямен минималды емес байланысқан моделі. Дирак өрісінің $F(T)$ гравитациямен минималды емес байланысқан модель үшін әсер келесідей жазамыз:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ h(u)F(T) + \frac{i}{2} [\bar{\psi}\Gamma^\mu D_\mu \psi - (\bar{D}_\mu \bar{\psi})\Gamma^\mu \psi] - V(u) \right\}, \quad (14)$$

мұндағы ψ және $\bar{\psi} = \psi^+ \gamma^0$ фермиондық өріс және оның түйіндесі. Жалпы айтқанда, Паули матрицасы $\Gamma^\mu = e_a^\mu \gamma^a$ арқылы ауыстырылады, мұнда $\mu = e_a^\mu$ тетрадртық өріс. Жалпыланған Паули матрицасы Клиффорд алгебрасына $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ бағынады. Сондай-ақ, $h(u)$ және $V(u)$ шамалары $u = \bar{\psi}\psi$ функциясына тәуелді фермиондық өріс үшін байланыс және потенциал функциясы болып табылады.

Коварианттық туындылар келесі формула арқылы анықталады:

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \Omega_\mu \psi, \quad D_\mu \bar{\psi} = \partial_\mu \bar{\psi} + \bar{\psi} \Omega_\mu, \quad (15)$$

мұндағы спиндік байланыстық Ω_μ :

$$\Omega_\mu = -\frac{1}{4}g_{\rho\sigma} \left[\Gamma_{\mu\delta}^\rho - e_b^\rho (\partial_\mu e_\delta^b) \right] \Gamma^\delta \Gamma^\sigma. \quad (16)$$

және $\Gamma_{\sigma\lambda}^\nu$ - Кристоффель символы.

Кеңістік уақыттағы Дирак матрицалары Γ^μ :

$$\Gamma^0 = \gamma^0, \quad \Gamma^j = a^{-1}\gamma^j, \quad \Gamma^5 = -i\sqrt{-g}\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3 = \gamma^5, \quad \Gamma_0 = \gamma^0, \quad \Gamma_j = a\gamma^j (i = 1, 2, 3). \quad (17)$$

ФРУ метрикасы үшін алатынымыз:

$$\Gamma^0 = \gamma^0, \quad \Gamma^i = \frac{1}{a(t)}\gamma^i, \quad \Omega_0 = 0, \quad \Omega_i = \frac{1}{2}\dot{a}(t)\gamma^i\gamma^0, \quad (18)$$

Айта кететін жайт, "нүкте" уақыт бойынша туындыны білдіреді.

Лагранж көбейткішін қолдана отырып жоғарыдағы (14) әсерді қайта жазамыз:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ hF - \lambda \left[T + 6 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] + \frac{i}{2} (\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi) - V \right\}, \quad (19)$$

мұндағы λ - Лагранж көбейткіші. Егер әсерді ширату скаляры T арқылы вариациалайтын болсақ, алатынымыз:

$$\lambda = hF_T \quad (20)$$

Онда (20) ескеріп, (19) әсерімізді қайта жазамыз:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ hF - hF_T \left[T + 6 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] + \frac{i}{2} (\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi) - V \right\}, \quad (21)$$

ФРУ метрикасын қарастыра отырып, (21) әсерден нүктелік Лагранжианды анықтаймыз:

$$L = a^3 hF - hF_T a^3 \left[T + 6 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] + \frac{ia^3}{2} (\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi) - a^3 V, \quad (22)$$

мұнда спинорлық өріс уақытқа ғана тәуелді, басқаша айтқанда $\psi = \psi(t)$.

Масштабты фактор a , ширату скаляры T , фермиондық өрістер ψ және $\bar{\psi}$ үшін қозғалыс теңдеулерін анықтауға Эйлер-Лагранж теңдеуін қолданамыз:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (23)$$

мұндағы q_i - айнымалылар.

Фермиондық өріс ψ және оның түйіндесі $\bar{\psi}$ үшін қозғалыс теңдеулері келесідей болады:

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2}H\psi - i(Fh' - F_TTh' + 6F_TH^2h' - V')\gamma^0\psi = 0 \quad (24)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2}H\bar{\psi} + i(Fh' - F_TTh' + 6F_TH^2h' - V')\bar{\psi}\gamma^0 = 0 \quad (25)$$

Ширату скаляры T үшін қозғалыс теңдеу:

$$F_{TT} \left(T + 6\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) = 0 \quad (26)$$

Егер $F_{TT} \neq 0$ болса, онда (9) өрнегін қайта аламыз.

Басқаша, (23) Эйлер-Лагранж теңдеуіне (22) нүктелік Лагранжианды қойып және (24) және (25) Дирак теңдеулерін қолданып, масштабты фактор a үшін қозғалыс теңдеулерін (Фридманның бірінші теңдеуі) анықтаймыз:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho_f + 3p_f}{12hF_T}. \quad (27)$$

және Гамильтон теңдеуінің (энергияның нөлдік шарты) жалпы түрі:

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}}\dot{\psi} + \dot{\bar{\psi}}\frac{\partial L}{\partial \dot{\bar{\psi}}} - L, \quad (28)$$

Егер нүктелік Лагранжиан (22) жоғарыдағы теңдеуге (28) қойсақ, алатынымыз (Фридманның екінші теңдеуі):

$$H^2 = \frac{\rho_f}{6hF_T}. \quad (29)$$

Фридманның бірінші және екінші теңдеуіндегі ρ_f және p_f фермиондық өрістер тығыздық пен қысым келесідей түрге енеді:

$$\rho_f = hF_T T - hF + V, \quad (30)$$

$$p_f = 4h'\dot{u}HF_T - 48hF_{TT}H^2\dot{H} - (Fh' - F_TTh' + 6F_TH^2h' - V')u + hF - hF_T T - V. \quad (31)$$

Осы қозғалыс теңдеулерді шешу үшін моделіміздің байланыс және потенциал функциясының түрін анықтауымыз қажет. Сондықтан, келесі бөлімімізде Нетер теоремасындағы симметриялық әдісті қолданамыз.

Нетер теоремасындағы симметриялық әдіс. Бұл бөлімде $F(T)$ гравитациясының фермиондық өріспен минималды емес байланысқан моделіне Нетер атты симметриялық әдісті қолданамыз. Бұл үшін фермиондық өрісті компоненттері $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T$ және оның түйіндесі $\bar{\psi} = (\psi_1^\dagger, \psi_2^\dagger, -\psi_3^\dagger, -\psi_4^\dagger)$ арқылы жазсақ, онда (22) нүктелік Лагранжианымызды қайта жаза аламыз:

$$L = a^3hF - hF_T a^3 \left[T + 6 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] + \frac{ia^3}{2} \sum_{i=1}^4 (\psi_i^\dagger \dot{\psi}_i - \dot{\psi}_i^\dagger \psi_i) - a^3V, \quad (32)$$

Бізге Нетер симметриялық әдісі Лагранжианнан векторлық өріс \mathbf{X} арқылы Ли туындысын алатын болсақ нөлге тең болатынын түсіндіреді, басқаша айтқанда:

$$L_{\mathbf{X}}L = 0. \quad (33)$$

Векторлық өріс болып табылатын Нетер симметриясының генераторын келесідей жазамыз:

$$\mathbf{X} = \alpha \frac{\partial}{\partial a} + \beta \frac{\partial}{\partial T} + \dot{\alpha} \frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta} \frac{\partial}{\partial \dot{T}} + \sum_{j=1}^4 \left(\nu_j \frac{\partial}{\partial \psi_j} + \dot{\nu}_j \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j} + \delta_j \frac{\partial}{\partial \psi_j^\dagger} + \dot{\delta}_j \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}_j^\dagger} \right) \quad (34)$$

Бұны (32) Лагранжианмен қоса жазсақ:

$$L_{\mathbf{x}}L = \alpha \frac{\partial L}{\partial a} + \beta \frac{\partial L}{\partial T} + \dot{\alpha} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta} \frac{\partial L}{\partial \dot{T}} + \sum_{j=1}^4 \left(\nu_j \frac{\partial L}{\partial \psi_j} + \dot{\nu}_j \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_j} + \delta_j \frac{\partial L}{\partial \psi_j^\dagger} + \dot{\delta}_j \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}_j^\dagger} \right) \quad (35)$$

мұндағы:

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \alpha}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \quad (36)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \beta}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \beta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \beta}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \beta}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \quad (37)$$

$$\dot{\nu} = \frac{\partial \nu}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \nu}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \nu}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \nu}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \quad (38)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\partial \delta}{\partial a} \dot{a} + \frac{\partial \delta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \delta}{\partial \psi_j} \dot{\psi}_j + \frac{\partial \delta}{\partial \psi_j^\dagger} \dot{\psi}_j^\dagger \quad (39)$$

Егер нүктелік Лагранжианымыз (32) алып, Нетер симметриясы (35) шартына қойып және (36)-(39) қатынастарын қоятын болсақ, және де келесі коэффициенттерді $\dot{a}^2, \dot{a}\dot{T}, \dot{a}\dot{\psi}_j, \dot{a}\dot{\psi}_j^\dagger, \dot{a}, \dot{T}, \dot{\psi}_j$ және $\dot{\psi}_j^\dagger$ нөлге теңестірсек, келесі теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\dot{a}^2 : \quad \alpha F_T + 2aF_T \frac{\partial \alpha}{\partial a} + \beta aF_{TT} + \frac{h'}{h} aF_T \sum_{i=1}^4 (\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i) = 0, \quad (40)$$

$$\dot{a}\dot{T} : \quad hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial T} = 0, \quad (41)$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_j : \quad hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j} = 0, \quad (42)$$

$$\dot{a}\dot{\psi}_j^\dagger : \quad hF_T \frac{\partial \alpha}{\partial \psi_j^\dagger} = 0, \quad (43)$$

$$\dot{a} : \quad \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial a} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial a} \psi_i \right) = 0, \quad (44)$$

$$\dot{T} : \quad \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial T} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial T} \psi_i \right) = 0, \quad (45)$$

$$\dot{\psi}_j : \quad 3\alpha \psi_j^\dagger + a\delta_j + a \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial \psi_j} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial \psi_j} \psi_i \right) = 0, \quad (46)$$

$$\dot{\psi}_j^\dagger : \quad 3\alpha \psi_j + a\nu_j - a \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial \nu_i}{\partial \psi_j^\dagger} \psi_i^\dagger - \frac{\partial \delta_i}{\partial \psi_j^\dagger} \psi_i \right) = 0, \quad (47)$$

$$3\alpha V + aV' \sum_{i=1}^4 (\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i) = 0, \quad (48)$$

$$3\alpha F - 3\alpha F_T T - \beta a F_{TT} T + aF \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^4 (\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i) - aF_T T \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^4 (\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i) = 0 \quad (49)$$

мұндағы $\epsilon_i = \begin{cases} 1 & \text{егер } i = 1, 2 \\ -1 & \text{егер } i = 3, 4. \end{cases}$

Нетер теоремасындағы сақталатын шама немесе бірінші интеграл жалпы түрде келесідей анықталады:

$$Q = \xi^j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}^j} = \alpha \frac{\partial L}{\partial \dot{a}} + \beta \frac{\partial L}{\partial \dot{T}} + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial L}{\partial \psi_i} \nu_j + \delta_j \frac{\partial L}{\partial \psi_i^\dagger} \right) = const \quad (50)$$

мұнда ξ^j кейбір симметрия генераторлары, q^j - айнымалылар.

Алдағы уақытта біз (40) бастап (49) дейінгі теңдеулер жүйесін зертейтін боламыз. Байқайтынымыздай, (41), (42) және (43) теңдеулерінен α тек ғана масштабты факторға тәуелді екені көрінеді:

$$\alpha = \alpha(a) \quad (51)$$

Енді (48) теңдеуін қайта жазамыз:

$$\frac{3\alpha V}{aV'} = - \sum_{i=1}^4 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) \quad (52)$$

Басқа жағынан (49) теңдеуден алатынымыз:

$$\beta a F_{TT} T = 3\alpha F - 3\alpha F_T T + a F \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^4 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) - a F_T T \frac{h'}{h} \sum_{i=1}^4 \left(\epsilon_i \nu_i \psi_i^\dagger + \epsilon_i \delta_i \psi_i \right) \quad (53)$$

Егер (40) теңдеуінің екі жағында ширату скалярына T көбейтсек және (53) теңдігін (52) қоса қойсақ, алатынымыз:

$$\frac{a}{\alpha} \frac{d\alpha}{da} - 1 + \frac{3F}{2F_T T} - \frac{3F}{2F_T T} \left(\frac{h'}{h} \frac{V}{V'} \right) = 0 \quad (54)$$

және де (54) теңдеуде кейбір белгілеулер жасау арқылы:

$$\frac{h'}{h} \frac{V}{V'} = m \quad (55)$$

Нәтижесінде (55) өрнекті ескере отырып, (54) теңдеу келесідей түрге келеді:

$$\frac{a}{\alpha} \frac{d\alpha}{da} - 1 + \frac{3F}{2F_T T} - \frac{3Fm}{2F_T T} = n \quad (56)$$

Есепті шығару ыңғайлы болуы үшін жоғарыдағы (56) теңдеуді қайта жазамыз:

$$\frac{2a}{3\alpha} \frac{d\alpha}{da} - \frac{2}{3} = \frac{F}{F_T T} - \frac{Fm}{F_T T} = n \quad (57)$$

Енді айнымалыларды бөліп алу әдісін қолданып, дифференциалдық теңдеудің екі шешімін анықтаймыз:

$$\alpha(a) = \alpha_0 a^{\frac{3}{2}n+1} \quad (58)$$

және:

$$F(T) = F_0 T^{\frac{m-1}{n}} \quad (59)$$

мұндағы α_0 және F_0 интегралдау тұрақтылары.

Айта кететін жайт, $\alpha(a)$ және $F(T)$ дәрежелік түрінде анықталғаны көрінеді. Сондай-ақ, (52), (58) және (59) теңдеулерін (53) теңдеуіне қойсақ, алатынымыз:

$$\beta(a, T) = \frac{3\alpha_0 n(m-n-1)}{m-1} a^{\frac{3}{2}n} T \quad (60)$$

Енді (44), (45), (46) және (47) теңдеулерінен ν_i және δ_i симметрия генераторларын анықтай аламыз:

$$\nu_j = -\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{\frac{3}{2}n} + \epsilon_j \nu_0\right) \psi_j, \quad (61)$$

$$\delta_j = -\left(\frac{3}{2}\alpha_0 a^{\frac{3}{2}n} - \epsilon_j \nu_0\right) \psi_j^\dagger. \quad (62)$$

Сондай-ақ, (52) және (55) теңдеулерінен байланыс және потенциал функцияларын анықтаймыз:

$$V(u) = V_0 u, \tag{63}$$

$$h(u) = h_0 u^m \tag{64}$$

мұндағы V_0 және h_0 - интегралдау тұрақтылары.

Біздің модель үшін сақталатын шаманы анықтау үшін (32), (58), (60), (61) және (62) теңдеулерін (50) теңдеуіне қойып келесідей өрнекті аламыз:

$$Q = -12\alpha h F_T \dot{a} a \tag{65}$$

Келесі бөлімде теңдеулер жүйесінен анықталған мәндерді қолдана отырып космологиялық шешімді анықтаймыз.

Космологиялық шешімдер. Бұл бөлімде фермиондық өрістер (24) және (25) теңдеулерін қолданып, динамикалық жүйені интегралдаймыз. Мұнда u билиниялық функциясы теңдеуін анықтап, оның шешімін табамыз:

$$\dot{u} + 3Hu = 0, \quad \text{шешімі ретінде} \quad u = \frac{u_0}{a^3}, \tag{66}$$

мұндағы u_0 - тұрақты.

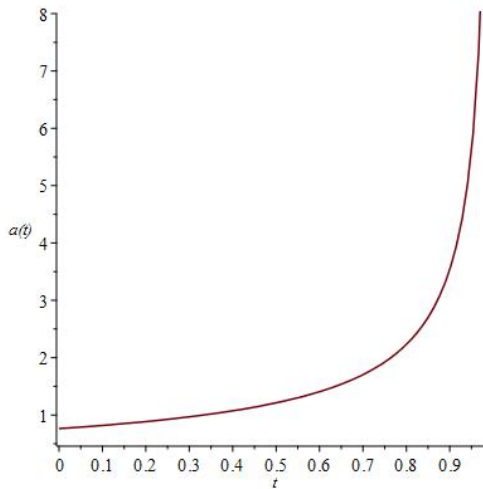
Жалпы жағдайды қарастыру үшін (58), (59), (63) және (64) өрнектерін (30) қоса (29) теңдеуіне қоятын болсақ, алатынымыз:

$$\dot{a} = a_0 a^{\frac{3n+2}{2}}, \quad \text{мұндағы} \quad a_0 = \left(\frac{F_0 h_0 (n - 2m + 2)}{6^{\frac{1-m}{n}} u_0^{1-m} V_0 n} \right)^{\frac{n}{2-2m}} \tag{67}$$

Жоғарыдағы дифференциалдық теңдеудің шешімі:

$$a(t) = \left(\frac{2}{3c_1 - 3a_0 n t} \right)^{\frac{2}{3n}} \tag{68}$$

мұндағы c_1 интегралдау тұрақтысы.



СУРЕТ 1 – Масштабты фактор $a(t)$ уақытқа тәуелділік графигі. $a_0 = 1, c_1 = 1, n = 1$

Мұндағы 1-суретте Әлеміміздің ұлғаю көрсеткіші болып саналатын масштабты фактордың уақытқа тәуелділік графигі көрсетілген.

Графикте көрсетілгендей, уақыттың соңғы кезеңдерінде масштабты факторымыз кенет түрде өзгерісін байқаймыз. Бақылау мәліметтеріне сәйкес әлеміміз үдемелі ұлғайып жатқанын көрсетеді. Сәйкесінше, алынған нәтижелеріміз сол бақылау мәліметтеріне тура келеді.

Сонымен қатар, Хаббл параметрі $H = \dot{a}/a$ келесі түрге енеді:

$$H = \frac{2a_0}{3c_1 - 3a_0nt} \quad (69)$$

Космологияда үдемелі ұлғаюды зерттеуде $q = -\ddot{a}/\dot{a}^2$ тежегіш параметрі атты өлшемсіз шамамен анықтайды. Біздің жағдайымыз үшін алатынымыз:

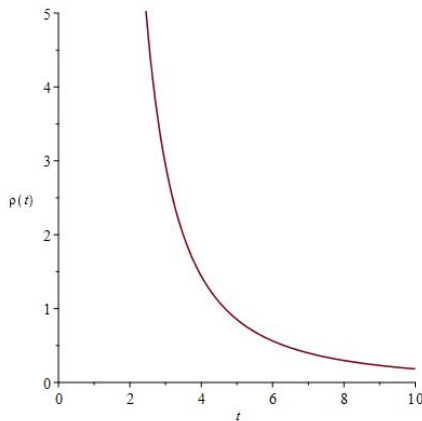
$$q = -\frac{3}{2}n - 1 \quad (70)$$

Егер n теріс мән қабылдаса Әлеміміз сығылады және егер n оң мән қабылдаса Әлеміміз ұлғаяды. Сонымен, біздің моделіміз үшін $n = -\frac{2}{3}$ қабылдаса, тежелу параметрі ұлғаю жылдамдығы тұрақты болатынын көрсетеді.

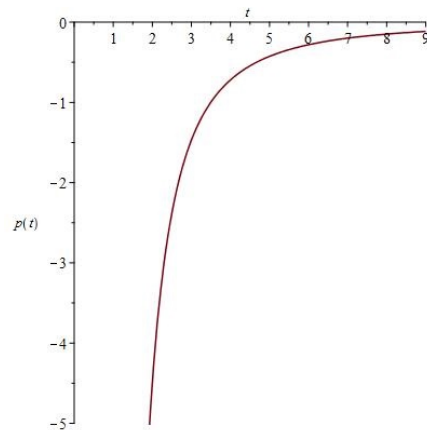
Сондай-ақ, (30) және (31) теңдеулерден фермиондық өріс үшін тығыздық және қысымды анықтай аламыз:

$$\rho_f = \left(\frac{12a_0}{2c_1 - 3a_0nt} \right)^2 = -(n+1)p_f \quad (71)$$

Мұндағы 2 және 3 - суреттерде энергия тығыздығы мен қысымның уақытқа тәуелділік



Сурет 2 - Энергия тығыздығы $\rho(t)$ уақытқа тәуелділік графигі. $a_0=1, c_1=1, n=1$



Сурет 3 - Қысымның $p(t)$ уақытқа тәуелділік графигі. $a_0=1, c_1=1, n=1$

графиктері сипатталған. Бұл суреттерден көретініміз энергия тығыздығы мен қысым уақыттың соңғы кезеңдерінде нөлге ұмтылады. Нәтижесінде, ұсынылып отырған теориялық моделіміз астрофизикалық бақылауларға сәйкес Әлеміміздің үдемелі ұлғайып бара жатқанын сипаттайды.

Күй теңдеуі параметрі $\omega = p/\rho$ деп қысымның p тығыздыққа ρ қатынасына тең өлшемсіз параметрді айтамыз. Нәтижесінде, біздің жағдайымыз үшін анықтайтынымыз:

$$\omega = -1 - n \quad (72)$$

Астрофизикалық бақылаулар $\omega = -1$ -ге ұмтылатынын көрсетеді. Бұл космологиялық тұрақтыға сәйкес келеді. Егер күй теңдеуі параметрі -1 -ден кіші болса, фантомдық фазаға сәйкес келеді. Егер күй теңдеуі параметрі $-1 < \omega < -1/3$ болса, квинтэссенциялық фазаға сәйкес келеді. Сәйкесінше, фермиондық өрістер n -нің кейбір мәндерінде күңгірт энергия, фантомдық және квинтэссенциялық фазаны сипаттай алады.

Қорытынды. Әлемнің үдемелі ұлғаюын сипаттау үшін құрылған гравитацияның модификациялық гравитациясы маңызды роль атқарады. Осы теориялардың бірі болып Вейтзенбок байланыстылығындағы ширату скалярының негізінде құрылған $F(T)$ гравитациясы болып табылады. Бұл жұмыста осы $F(T)$ гравитацияның фермиондық өріспен минималды емес байланысқан моделді зерттелді. Динамикалық теңдеулерді шешу үшін Нетер теоремасындағы симметриялық әдіс - танымал болып табылады. Нетер симметриясының бар болуы деп сақталатын шамасын анықтау. Нетер теоремасындағы симметриялық шартын қолданып, u билиниялық функциясына тәуелді байланыс және

потенциалдық функцияның түрін анықтадық. Сондай-ақ, симметрия генераторларын, $F(T)$ гравитациясының түрін және бірінші интеграл немесе сақталатын шама табылды. Фермиондық өріс үшін қысым және тығыздық, Хаббл параметрі және күй теңдеуі параметрі табылды. Біздің нәтижелерді фермиондық өрістер $F(T)$ гравитацияның аясында күңгірт энергия көзі ретінде қарастыра аламыз.

Жұмыс ҚР БҒМ (Ф.0811, №0118РК00935) ғылыми техникалық бағдарламасы бойынша қаржыландыру аясында орындалды.

Әдебиеттер тізімі

- 1 Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // The Astrophysical Journal. – 1999. – V.517. – N.2. – P.565-586. doi.org/10.1086/307221.
- 2 Riess et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. – 1998. – V.116. – N.3. – P.1009-1038. doi.org/10.1086/300499.
- 3 Hayashi K., Shirafuji T. New general relativity // Physical Review D. – 1981. – V.24. – P.3312. doi.org/10.1103/PhysRevD.19.3524.
- 4 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. $f(T)$ teleparallel gravity and cosmology // Reports on Progress in Physics. – 2016. – V.79. – P.106901. doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 5 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in $f(T)$ gravity with a cosmological constant // Astrophysics and Space Science. – 2015. – V.357. – P.45. doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 6 Grams G., de Souza R.C., Kremer G.M. Fermion field as inflaton, dark energy and dark matter // Classical and quantum gravity. – 2014. – V.31. – P.48. doi.org/10.1088/0264-9381/31/18/185008.
- 7 Ribas M.O., Devecchi F.P., Kremer G.M. Fermions as sources of accelerated regimes in cosmology // Physical Review D. – 2005. – V.72. – P.123502. doi.org/10.1103/PhysRevD.72.123502.
- 8 de Ritis R. et al. New approach to find exact solutions for cosmological models with a scalar field // Physical Review D. – 1990. – V.42. – P.1091. doi.org/10.1103/PhysRevD.42.1091.
- 9 Capozziello S., Piedipalumbo E., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in phantom quintessence cosmology // Physical Review D. – 2009. – V.80. – P.104030. doi.org/10.1103/PhysRevD.80.104030.
- 10 De Souza R.C., Kremer G.M. Noether symmetry for non-minimally coupled fermion fields // Classical and Quantum Gravity. – 2008. – V.25, №22, – P.225006. doi.org/10.1088/0264-9381/25/22/225006.
- 11 de Souza R.C., Kremer G.M. Constraining non-minimally coupled tachyon fields by the Noether symmetry // Classical and Quantum Gravity. – 2009. – V.26. – P.135008. doi.org/10.1088/0264-9381/26/13/135008.
- 12 Jamil M., Mahomed F.M., Momeni D. Noether symmetry approach in $f(R)$ -tachyon model // Physics Letters B. – 2011. – V.702. – P.315. doi.org/10.1016/j.physletb.2011.07.028.
- 13 Zhang Y., Gong Y.G., Zhu Z.H. The Noether symmetry approach in a 'cosmic triad' vector field scenario // Classical and Quantum Gravity. – 2010. – V.27. – P.135019. doi.org/10.1088/0264-9381/27/13/135019.
- 14 Capozziello S., de Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in $(n+1)$ -dimensional nonminimally coupled cosmologies // International Journal of Modern Physics D. – 1993. – V.2. – P.463. doi.org/10.1142/S0218271893000337.
- 15 Capozziello S. de Ritis R. Noether's symmetries and exact solutions in flat nonminimally coupled cosmological models // Classical and Quantum Gravity. – 1994. – V.11. – P.107. doi.org/10.1088/0264-9381/11/1/013.
- 16 Modak B., Kamilya S. Gravitational coupling function in scalar tensor theories // International Journal of Modern Physics A. – 1998. – V.13. – P.3915. doi.org/10.1142/S0217751X98001839.
- 17 Wei H., Guo X.-J., Wang L.F. Noether Symmetry in $F(T)$ Theory // Physics Letters B. – 2012. – V.707, №2, – P.298. doi.org/10.1016/j.physletb.2011.12.039.
- 18 Atazadeh K., Darabi F. $f(T)$ cosmology via Noether symmetry // The European Physical Journal C. – 2012. – V.72, №5. – P.2016. doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-2016-z.
- 19 Capozziello S., Stabile A., Troisi A. Spherically symmetric solutions in $f(R)$ gravity via the Noether symmetry approach // Classical and Quantum Gravity. – 2007. – V.24. – P.2153. doi.org/10.1088/0264-9381/24/8/013.
- 20 Sanyal A.K., Rubano C., Piedipalumbo E. Noether symmetry for Gauss-Bonnet dilatonic gravity // General Relativity and Gravitation. – 2011. – V.43. – P.2807. doi.org/10.1007/s10714-011-1207-5.
- 21 Capozziello S., De Laurentis M., Odintsov S.D. Noether symmetry approach in Gauss-Bonnet cosmology // Modern Physics Letters A. – 2014. – V.29. – P.1450164. doi.org/10.1142/S0217732314501648.
- 22 Capozziello S., De Laurentis M., Myrzakulov R. Noether symmetry approach for Dirac-Born-Infeld cosmology // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. – 2015. – V.12. – P.1550065. doi.org/10.1142/S0219887815500656.
- 23 Capozziello S., De Ritis R. Noether's symmetries in fourth order cosmologies // Nuovo Cimento B. – 1994. – V.109. – P.795. doi.org/10.1007/BF02722535.
- 24 Capozziello S., De Laurentis M., Myrzakulov R. Noether symmetry approach for teleparallel-curvature cosmology // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. – 2015. – V.12. – P.1550095. doi.org/10.1142/S0219887815500954.

- 25 Capozziello S., De Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in nonflat cosmologies // *Nuovo Cimento B*. – 1994. – V.109. –P.159. doi.org/10.1007/BF02727426.
- 26 Capozziello S., Marmo G., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetries in Bianchi universes // *International Journal of Modern Physics D*. – 1997. – V.6. – P.491. doi.org/10.1142/S0218271897000297.
- 27 Capozziello S., De Ritis R., Rubano C., Scudellaro P. Exact solutions in Brans-Dicke matter cosmologies // *International Journal of Modern Physics D*. – 1996. – V.5. – P.85. doi.org/10.1142/S0218271896000096.
- 28 Kamilya S., Modak B., Biswas S. Induced gravity theory from Noether symmetry // *General Relativity and Gravitation*. – 2004. – V.36. – P.661. doi.org/10.1023/B:GERG.0000016917.16859.04.
- 29 Capozziello S., De Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in quantum cosmology // *International Journal of Modern Physics D*. – 1994. – V.3. – P.609. doi.org/10.1142/S0218271894000745.
- 30 Capozziello S., Man'ko V.I., Marmo G. Stornaiolo C., Tomographic Representation of Minisuperspace Quantum Cosmology and Noether Symmetries // *General Relativity and Gravitation*. – 2008. – V.40. – P.2627. doi.org/10.1007/s10714-008-0643-3.
- 31 Vakili B. Khazaie F. Noether symmetric classical and quantum scalar field cosmology // *Classical and Quantum gravity*. – 2012. – V.29, №3. doi.org/10.1088/0264-9381/29/3/035015.
- 32 Vakili B. Noether symmetric $f(R)$ quantum cosmology and its classical correlations // *Physics Letters B*. – 2008. – V.669. – P.206-2011. doi.org/10.1016/j.physletb.2008.09.058.
- 33 Bonanno A., Esposito G., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in pure gravity with variable G and Λ // *Classical and Quantum Gravity*. – 2007. – V.24. – P.1443. doi.org/10.1088/0264-9381/24/6/005.
- 34 Gecim G., Kucukakca Y., Sucu Y. Noether Gauge Symmetry of Dirac Field in (2+1)-Dimensional Gravity // *Advances in High Energy Physics*. – 2015. – V.2015. – P.567395. doi.org/10.1155/2015/567395.
- 35 Gecim G., Sucu Y. Dirac Field as a Source of the Inflation in 2+1 Dimensional Teleparallel Gravity. – 2017. – V.2017. – P.2056131. doi.org/10.1155/2017/2056131.

Н.А. Мырзакулов, Ш.А. Мырзакулова

Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Космологические решения в модифицированной $F(T)$ гравитации с полем Дирака

Аннотация. В этой статье исследуем модифицированную $F(T)$ гравитацию, неминимально связанную с полем Дирака в пространстве времени Фридмана-Робертсона-Уокера. Выведен точечный Лагранжиан и получены модифицированные уравнения Фридмана и уравнения Дирака для фермионного поля с использованием множителя Лагранжа. Метод симметрии Нетер, связанный с дифференциальными уравнениями, является полезным инструментом для исследования сохраняющихся величин. Кроме того, этот метод очень полезен для определения неизвестных функций, которые существуют в точечном Ларанжиане. Посредством применения данного метода определили форму связи между гравитацией и материей, самосогласованный потенциал, генераторы симметрии, вид $F(T)$ гравитации и первый интеграл (заряд Нетера) или сохраняющуюся величину для данной модели. Получены космологические решения, имеющие степенной вид и описывающие позднее ускоренное расширение Вселенной. Найдены параметр Хаббла, давление и плотность энергии для поля Дирака и параметр уравнения состояния.

Ключевые слова: $F(T)$ гравитация, поле Дирака, теорема Нетера, заряд Нетера, плотность, давление, космологические решения.

N.A. Myrzakulov, Sh.A. Myrzakulova

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

Cosmological solutions of modified $F(T)$ gravity with Dirac field

Abstract: In this article, we investigate the modified $F(T)$ gravity, which is non-minimally coupled with the Dirac field in Friedman-Robertson-Walker space-time. Point-like Lagrangian is derived and modified Friedmann equations and Dirac equations for the fermion field are obtained using the Lagrange multiplier. The Noether symmetry method related to differential equations is a useful tool for studying conserved quantities. In addition, this method is very useful for determining the unknown functions that exist in the point-like Lagrangian. Using this method, the form of the coupling between gravity and matter, the self-consistent potential, the symmetry generators, the form of $F(T)$ gravity and the first integral (Noether charge) or a conserved value for this model are determined. Cosmological solutions that have a power form and describe the late time accelerated expansion of the Universe are obtained. The Hubble parameter, pressure and energy density for the Dirac field and the equation of state parameter are found.

Keywords: $F(T)$ gravity, Dirac field, Noether theorem, Noether charge, pressure, density, cosmological solutions.

References

- 1 Perlmutter S. et al. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae, *The Astrophysical Journal*.517(2), 565-586 (1999). doi.org/10.1086/307221.
- 2 Riess A et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *The Astronomical Journal*. 116(3), 1009-1038 (1998). doi.org/10.1086/300499.

- 3 Hayashi K., Shirafuji T. New general relativity, *Physical Review D.* 24, 3312 (1981). doi.org/10.1103/PhysRevD.19.3524.
- 4 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N. $f(T)$ teleparallel gravity and cosmology, *Reports on Progress in Physics.* 79, 106901 (2016). doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 5 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in $f(T)$ gravity with a cosmological constant, *Astrophysics and Space Science.* 357, 452015 (2015). doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 6 Grams G., de Souza R.C., Kremer G.M. Fermion field as inflaton, dark energy and dark matter, *Classical and quantum gravity.* 31, 48 (2014). doi.org/10.1088/0264-9381/31/18/185008.
- 7 Ribas M.O., Devecchi F.P., Kremer G.M. Fermions as sources of accelerated regimes in cosmology, *Physical Review D.* 72, 123502 (2005). doi.org/10.1103/PhysRevD.72.123502.
- 8 de Ritis R. et al. New approach to find exact solutions for cosmological models with a scalar field, *Physical Review D.* 42, 1091 (1990). doi.org/10.1103/PhysRevD.42.1091.
- 9 Capozziello S., Piedipalumbo E., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in phantom quintessence cosmology // *Physical Review D.* 80, 104030 (2009). doi.org/10.1103/PhysRevD.80.104030.
- 10 De Souza R.C., Kremer G.M. Noether symmetry for non-minimally coupled fermion fields, *Classical and Quantum Gravity.* 25(22), 225006 (2008) doi.org/10.1088/0264-9381/25/22/225006.
- 11 de Souza R.C., Kremer G.M. Constraining non-minimally coupled tachyon fields by the Noether symmetry, *Classical and Quantum Gravity.* 26, 135008 (2009) doi.org/10.1088/0264-9381/26/13/135008.
- 12 Jamil M., Mahomed F.M., Momeni D. Noether symmetry approach in $f(R)$ -tachyon model, *Physics Letters B.* 702, 315 (2011). doi.org/10.1016/j.physletb.2011.07.028.
- 13 Zhang Y., Gong Y.G., Zhu Z.H. The Noether symmetry approach in a 'cosmic triad' vector field scenario, *Classical and Quantum Gravity.* 27, 135019 (2010). doi.org/10.1088/0264-9381/27/13/135019.
- 14 Capozziello S., de Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in (n+1)-dimensional nonminimally coupled cosmologies, *International Journal of Modern Physics D.* 2, 463 (1993). doi.org/10.1142/S0218271893000337.
- 15 Capozziello S. de Ritis R. Noether's symmetries and exact solutions in flat nonminimally coupled cosmological models, *Classical and Quantum Gravity.* 11, 107 (1994). doi.org/10.1088/0264-9381/11/1/013.
- 16 Modak B., Kamilya S. Gravitational coupling function in scalar tensor theories, *International Journal of Modern Physics A.* 13, 3915 (1998). doi.org/10.1142/S0217751X98001839.
- 17 Wei H., Guo X.-J., Wang L.F. Noether Symmetry in $F(T)$ Theory, *Physics Letters B.* 707(2), 298 (2012) doi.org/10.1016/j.physletb.2011.12.039.
- 18 Atazadeh K., Darabi F. $f(T)$ cosmology via Noether symmetry, *The European Physical Journal C.* 72(5), 2016 (2012). doi.org/10.1140/epjc/s10052-012-2016-z.
- 19 Capozziello S., Stabile A., Troisi A. Spherically symmetric solutions in $f(R)$ gravity via the Noether symmetry approach, *Classical and Quantum Gravity.* 24, 2153 (2007) doi.org/10.1088/0264-9381/24/8/013.
- 20 Sanyal A.K., Rubano C., Piedipalumbo E. Noether symmetry for Gauss–Bonnet dilatonic gravity, *General Relativity and Gravitation.* 43, 2807 (2011). doi.org/10.1007/s10714-011-1207-5.
- 21 Capozziello S, De Laurentis M., Odintsov S.D. Noether symmetry approach in Gauss–Bonnet cosmology, *Modern Physics Letters A.* 29,1450164 (2014). doi.org/10.1142/S0217732314501648.
- 22 Capozziello S., De Laurentis M., Myrzakulov R. Noether symmetry approach for Dirac–Born–Infeld cosmology, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics.* 12, 1550065 (2015). doi.org/10.1142/S0219887815500656.
- 23 Capozziello S., De Ritis R. Noether's symmetries in fourth order cosmologies, *Nuovo Cimento B.* 109, 795 (1994) doi.org/10.1007/BF02722535.
- 24 Capozziello S., De Laurentis M., Myrzakulov R. Noether symmetry approach for teleparallel-curvature cosmology, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics.* 12, 1550095 (2015). doi.org/10.1142/S0219887815500954.
- 25 Capozziello S., De Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in nonflat cosmologies, *Nuovo Cimento B.* 109, 159 (1994), doi.org/10.1007/BF02727426.
- 26 Capozziello S., Marmo G., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetries in Bianchi universes, *International Journal of Modern Physics D.* 6, 491 (1997) doi.org/10.1142/S0218271897000297.
- 27 Capozziello S., De Ritis R., Rubano C., Scudellaro P. Exact solutions in Brans-Dicke matter cosmologies, *International Journal of Modern Physics D.* 5, 85 (1996). doi.org/10.1142/S0218271896000096.
- 28 Kamilya S., Modak B., Biswas S. Induced gravity theory from Noether symmetry, *General Relativity and Gravitation.* 36, 661 (2004). doi.org/10.1023/B:GERG.0000016917.16859.04.
- 29 Capozziello S., De Ritis R., Scudellaro P. Noether's symmetries in quantum cosmology, *International Journal of Modern Physics D.* 3, 609 (1994) doi.org/10.1142/S0218271894000745.
- 30 Capozziello S., Man'ko V.I., Marmo G. Stornaiolo C., Tomographic Representation of Minisuperspace Quantum Cosmology and Noether Symmetries, *General Relativity and Gravitation.* 40, 2627 (2008). doi.org/10.1007/s10714-008-0643-3.
- 31 Vakili B. Khazaie F. Noether symmetric classical and scalar field cosmology, *Classical and Quantum gravity.* 29(3) (2012). doi.org/10.1088/0264-9381/29/3/035015.
- 32 Vakili B. Noether symmetric $f(R)$ quantum cosmology and its classical correlations, *Physics Letters B.* 669, 206-2011 (2008). doi.org/10.1016/j.physletb.2008.09.058.

- 33 Bonanno A., Esposito G., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in pure gravity with variable G and Λ , *Classical and Quantum Gravity*. 24, 1443 (2007). doi.org/10.1088/0264-9381/24/6/005.
- 34 Gecim G., Kucukakca Y., Sucu Y. Noether Gauge Symmetry of Dirac Field in (2+1)-Dimensional Gravity, *Advances in High Energy Physics*. 2015, 567395 (2015). doi.org/10.1155/2015/567395.
- 35 Gecim G., Sucu Y. Dirac Field as a Source of the Inflation in 2+1 Dimensional Teleparallel Gravity. 2017, 2056131 (2017). doi.org/10.1155/2017/2056131.

Авторлар жайлы мәліметтер:

Н.А. Мырзакулов – PhD, и.о. доцента кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

Ш.А. Мырзакулова – преподаватель кафедры общей и теоретической физики, Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева, Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

N.A. Myrzakulov – PhD, Associate Professor of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Sh.A. Myrzakulova – Teacher of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 14.03.2019

«Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы» журналында мақала жариялау ережесі

Журнал редакциясы авторларға осы нұсқаулықпен толық танысып, журналға мақала әзірлеу мен дайын мақаланы журналға жіберу кезінде басшылыққа алуды ұсынады. Бұл нұсқаулық талаптарының орындалмауы сіздің мақалаңыздың жариялануын кідіртеді.

1. Журнал мақсаты. Физика мен астрономия салаларының теориялық және эксперименталды зерттелулері бойынша мұқият тексеруден өткен ғылыми құндылығы бар мақалалар жариялау.

2. Баспаға (барлық жариялаушы авторлардың қол қойылған қағаз нұсқасы және электронды нұсқа) журналдың түпнұсқалы стильдік файлының міндетті қолданысымен LaTeX баспа жүйесінде дайындалған Tex- пен Pdf-файлындағы жұмыстар ұсынылады. Стильдік файлды *bulphysast.enu.kz* журнал сайтынан жүктеп алуға болады. Сонымен қатар, автор(лар) ілеспе хат ұсынуы керек.

3. Автордың қолжазбаны редакцияға жіберуі мақаланың Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысында басуға келісін, шетел тіліне аударылып қайта басылуына келісін білдіреді. Автор мақаланы редакцияға жіберу арқылы автор туралы мәліметтің дұрыстығына, мақала көшірілмегендігіне (плагиаттың жоқтығына) және басқа да заңсыз көшірмелердің жоқтығына кепілдеме береді.

4. Мақаланың көлемі 18 беттен аспауға тиіс (6 беттен бастап).

FTAMPK <http://grnti.ru/>

Автор(лар)дың аты-жөні

Мекеменің толық атауы, қаласы, мемлекеті (егер авторлар әртүрлі мекемеде жұмыс жасайтын болса, онда әр автор мен оның жұмыс мекемесі қасында бірдей белгі қойылу керек)

Автор(лар)дың E-mail-ы

Мақала атауы

Аңдатпа (100-200 сөз; күрделі формулаларсүзсыз, мақаланың атауын мейлінше қайталамауы қажет; әдебиеттерге сілтемелер болмауы қажет; мақаланың құрылысын (кіріспе мақаланың мақсаты/ міндеттері /қарастырылып отырған сұрақтың тарихы /зерттеу /әдістері нәтижелер/талқылау, қорытынды) сақтай отырып, мақаланың қысқаша мазмұны берілуі қажет).

Түйін сөздер (6-8 сөз не сөз тіркесі. Түйін сөздер мақала мазмұнын көрсетіп, мейлінше мақала атауы мен аннотациядағы сөздерді қайталамай, мақала мазмұнындағы сөздерді қолдану қажет. Сонымен қатар, ақпараттық-ізвестіру жүйелерінде мақаланы жеңіл табуға мүмкіндік беретін ғылым салаларының терминдерін қолдану қажет).

Негізгі мәтін мақаланың мақсаты/ міндеттері/ қарастырылып отырған сұрақтың тарихы, зерттеу әдістері, нәтижелер/талқылау, қорытынды бөлімдерін қамтуы қажет.

5. Таблица, суреттер – Жұмыстың мәтнінде кездесетін таблицалар мәтіннің ішінде жеке нөмірленіп, мәтін көлемінде сілтемелер түрінде көрсетілуі керек. Суреттер мен графиктер PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX форматындағы стандарттарға сай болуы керек. Нүктелік суреттер кеңейтілімі 600 dpi кем болмауы қажет. Суреттердің барлығы да айқын әрі нақты болуы керек.

Мақаладағы **формулалар** тек мәтінде оларға сілтеме берілсе ғана нөмірленеді.

Жалпы қолданыста бар **аббревиатуралар** мен **қысқартулардан** басқалары міндетті түрде алғаш қолданғанда жетілдірілуі берілуі қажет. **Қаржылай көмек туралы** ақпарат бірінші бетке көрсетіледі.

6. Жұмыста қолданылған әдебиеттер тек жұмыста сілтеме жасалған түпнұсқалық көрсеткішке сай (сілтеме беру тәртібінде немесе ағылшын әліпбиі тәртібі негізінде толтырылады) болуы керек. Баспадан шықпаған жұмыстарға сілтеме жасауға тұйым салынады.

Сілтемені беруде автор қолданған әдебиеттің бетінің нөмірін көрсетпей, келесі нұсқаға сүйеніңіз дұрыс: тараудың номері, бөлімнің номері, тармақтың номері, тарамааның (лемма, ескерту, формуланың және т.б.) номері көрсетіледі. Мысалы: қараңыз [3; § 7, лемма 6]», «...қараңыз [2; 5 тарамадағы ескерту]». Бұл талап орындалмаған жағдайда мақаланы ағылшын тіліне аударғанда сілтемелерде қателіктер туындауы мүмкін.

Әдебиеттер тізімін рәсімдеу мысалдары

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. –М: Физматлит, –1994, –376 стр. – **кітап**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики –2014. –Т.54. № 7. –С. 1059-1077. – **мақала**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. – **конференция еңбектері**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. –Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. –С.7. – **газеттік мақала**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semj.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). – **электронды журнал**

7. Әдебиеттер тізімінен соң автор өзінің библиографиялық мәліметтерін орыс және ағылшын тілінде (егер мақала қазақ тілінде орындалса), қазақ және ағылшын тілінде (егер мақала орыс тілінде орындалса), орыс және қазақ тілінде (егер мақала ағылшын тілінде орындалса) жазу қажет. Соңынан транслиттік аударма мен ағылшын тілінде берілген әдебиеттер тізімінен соң әр автордың жеке мәліметтері (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде – ғылыми атағы, қызметтік мекенжайы, телефоны, e-mail-ы) беріледі.

8. Редакцияға түскен мақала жабық (анонимді) тексеруге жіберіледі. Барлық рецензиялар авторларға жіберіледі. Автор (рецензент мақаланы түзетуге ұсыныс берген жағдайда) үш күн аралығында қайта қарап, қолжазбаның түзетілген нұсқасын редакцияға қайта жіберуі керек. Рецензент жарамсыз деп таныған мақала қайтара қарастырылмайды. Мақаланың түзетілген нұсқасы мен автордың рецензентке жауабы редакцияға жіберіледі.

9. Төлемақы. Басылымға рұқсат етілген мақала авторларына төлем жасау туралы ескертіледі. Төлем көлемі 2018 жылы 4500 тенге – ЕҰҰ қызметкерлері үшін және 5500 тенге басқа ұйым қызметкерлеріне.

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпн 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпн 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк
Казахстан"

БИК Банка: HSBKKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпн 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Provision on articles submitted to the journal "Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University. Physics. Astronomy series"

The journal editorial board asks the authors to read the rules and adhere to them when preparing the articles, sent to the journal. Deviation from the established rules delays the publication of the article.

1. Purpose of the journal. Publication of carefully selected original scientific.

2. The scientific publication office accepts the article (in electronic and printed, signed by the author) in Tex- and Pdf-files, prepared in the LaTeX publishing system with mandatory use of the original style log file. The style log file can be downloaded from the journal website *bulphysast.enu.kz*. And you also need to provide the cover letter of the author(s). Language of publications: Kazakh, Russian, English.

3. Submission of articles to the scientific publication office means the authors' consent to the right of the Publisher, L.N. Gumilyov Eurasian National University, to publish articles in the journal and the republication of it in any foreign language. Submitting the text of the work for publication in the journal, the author guarantees the correctness of all information about himself, the lack of plagiarism and other forms of improper borrowing in the article, the proper formulation of all borrowings of text, tables, diagrams, illustrations.

4. The volume of the article should not exceed 18 pages (from 6 pages).

5. Structure of the article

GRNTI <http://grnti.ru/>

Initials and Surname of the author (s)

Full name of the organization, city, country (if the authors work in different organizations, you need to put the same icon next to the name of the author and the corresponding organization)

Author's e-mail (s)

Article title

Abstract (100-200 words, it should not contain a big formulas, the article title should not repeat in the content, it should not contain bibliographic references, it should reflect the summary of the article, preserving the structure of the article - introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results /discussion, conclusion).

Key words (6-8 words/word combination. Keywords should reflect the main content of the article, use terms from the article, as well as terms that define the subject area and include other important concepts that make it easier and more convenient to find the article using the information retrieval system).

The main text of the article should contain an introduction/ problem statement/ goals/ history, research methods, results / discussion, conclusion. Tables, figures should be placed after the mention. Each illustration should be followed by an inscription. Figures should be clear, clean, not scanned.

Tables are included directly in the text of the article; it must be numbered and accompanied by a reference to them in the text of the article. Figures, graphics should be presented in one of the standard formats: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Bitmaps should be presented with a resolution of 600 dpi. All details must be clearly shown in the figures.

In the article, only those **formulas** are numbered, to which the text has references.

All **abbreviations**, with the exception of those known to be generally known, must be deciphered when first used in the text.

Information on **the financial** support of the article is indicated on the first page in the form of a footnote.

6. The list of literature should contain only those sources (numbered in the order of quoting or in the order of the English alphabet), which are referenced in the text of the article. References to unpublished issues, the results of which are used in evidence, are not allowed. Authors are recommended to exclude the reference to pages when referring to the links and guided by the following template: chapter number, section number, paragraph number, theorem number (lemmas, statements, remarks to the theorem, etc.), number of the formula. For example, "... see [3, § 7, Lemma 6]"; "... see [2], a remark to Theorem 5". Otherwise, incorrect references may appear when preparing an English version of the article.

Template

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр.-**book**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **journal article**

3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - - **Conferences proceedings**

4 Нуртазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. **newspaper articles**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **Internet resources**

7. At the end of the article, after the list of references, it is necessary to indicate bibliographic data in Russian and English (if the article is in Kazakh), in Kazakh and English (if the article is in Russian) and in Russian and Kazakh languages (if the article is English language). Then a combination of the English-language and transliterated parts of the references list and information about authors (scientific degree, office address, telephone, e-mail - in Kazakh, Russian and English) is given.

8. Work with electronic proofreading. Articles received by the Department of Scientific Publications (editorial office) are sent to anonymous review. All reviews of the article are sent to the author. The authors must send the proof of the article within three days. Articles that receive a negative review for a second review are not accepted. Corrected versions of articles and the author's response to the reviewer are sent to the editorial office. Articles that have positive reviews are submitted to the editorial boards of the journal for discussion and approval for publication.

Periodicity of the journal: 4 times a year.

9. Payment. Authors who have received a positive conclusion for publication should make payment on the following requisites (for ENU employees - 4,500 tenge, for outside organizations - 5,500 tenge):

Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: КСЖВКЗКХ

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпп 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк
Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпп 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Положение о рукописях, представляемых в журнал «Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. Серия: Физика. Астрономия»

Редакция журнала просит авторов ознакомиться с правилами и придерживаться их при подготовке работ, направляемых в журнал. Отклонение от установленных правил задерживает публикацию статьи.

1. Цель журнала. Публикация тщательно отобранных оригинальных научных работ по актуальным проблемам теоретических и экспериментальных исследований в области физики и астрономии.

2. В редакцию (в бумажном виде, подписанном всеми авторами и в электронном виде) представляются Tex- и Pdf-файлы работы, подготовленные в издательской системе LaTeX, с обязательным использованием оригинального стилевого файла журнала. Стилистовый файл можно скачать со сайта журнала *bulphysast.enu.kz*. Автору (авторам) необходимо предоставить сопроводительное письмо.

Язык публикаций: казахский, русский, английский.

3. Отправление статей в редакцию означает согласие авторов на право Издателя, Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева, издания статей в журнале и переиздания их на любом иностранном языке. Представляя текст работы для публикации в журнале, автор гарантирует правильность всех сведений о себе, отсутствие плагиата и других форм неправомерного заимствования в рукописи, надлежащее оформление всех заимствований текста, таблиц, схем, иллюстраций.

4. Объем статьи не должен превышать 18 страниц (от 6 страниц).

5. Схема построения статьи

ГРНТИ <http://grnti.ru/>

Инициалы и фамилия автора(ов)

Полное наименование организации, город, страна (если авторы работают в разных организациях, необходимо поставить одинаковый значок около фамилии автора и соответствующей организации)

E-mail автора(ов)

Название статьи

Аннотация (100-200 слов; не должна содержать громоздкие формулы, по содержанию повторять название статьи; не должна содержать библиографические ссылки; должна отражать краткое содержание статьи, сохраняя структуру статьи – введение/ постановка задачи/ цели/ история, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы).

Ключевые слова (6-8 слов/словосочетаний. Ключевые слова должны отражать основное содержание статьи, использовать термины из текста статьи, а также термины, определяющие предметную область и включающие другие важные понятия, позволяющие облегчить и расширить возможности нахождения статьи средствами информационно-поисковой системы).

Основной текст статьи должен содержать введение/ постановку задачи/ цели/ историю, методы исследования, результаты/обсуждение, заключение/выводы.

Таблицы включаются непосредственно в текст работы, они должны быть пронумерованы и сопровождаться ссылкой на них в тексте работы. Рисунки, графики должны быть представлены в одном из стандартных форматов: PS, PDF, TIFF, GIF, JPEG, BMP, PCX. Точечные рисунки необходимо выполнять с разрешением 600 dpi. На рисунках должны быть ясно переданы все детали.

В статье нумеруются лишь те **формулы**, на которые по тексту есть ссылки.

Все **аббревиатуры и сокращения**, за исключением заведомо общеизвестных, должны быть расшифрованы при первом употреблении в тексте.

Сведения о **финансовой поддержке** работы указываются на первой странице в виде сноски.

6. Список литературы должен содержать только те источники (пронумерованные в порядке цитирования или в порядке английского алфавита), на которые имеются ссылки в тексте работы. Ссылки на неопубликованные работы, результаты которых используются в доказательствах, не допускаются.

Авторам рекомендуется при оформлении ссылок исключить упоминание страниц и руководствоваться следующим шаблоном: номер главы, номер параграфа, номер пункта, номер теоремы (леммы, утверждения, замечания к теореме и т.п.), номер формулы. Например, "... см. [3; § 7, лемма 6]"; "... см. [2; замечание к теореме 5]". В противном случае при подготовке англоязычной версии статьи могут возникнуть неверные ссылки.

Примеры оформления списка литературы

1 Воронин С. М., Карацуба А. А. Дзета-функция Римана. -М: Физматлит, -1994, -376 стр. - **книга**

2 Баилов Е. А., Сихов М. Б., Темиргалиев Н. Об общем алгоритме численного интегрирования функций многих переменных // Журнал вычислительной математики и математической физики -2014. -Т.54. № 7. -С. 1059-1077. - **статья**

3 Жубаньшева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященной 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. - Москва, 2015. -С.141-142. - **труды конференции**

4 Нургазина К. Рыцарь математики и информатики. -Астана: Каз.правда, 2017. 19 апреля. -С.7. - **газетная статья**

5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия -2017. -Т.14. -С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. - URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

7. После списка литературы, необходимо указать библиографические данные на русском и английском языках (если статья оформлена на казахском языке), на казахском и английском языках (если статья оформлена на русском языке) и на русском и казахском языках (если статья оформлена на английском языке). Затем приводится комбинация англоязычной и транслитерированной частей списка литературы и сведения по каждому из авторов (научное звание, служебный адрес, телефон, e-mail - на казахском, русском и английском языках).

8. Работа с электронной корректурой. Статьи, поступившие в Отдел научных изданий (редакция), отправляются на анонимное рецензирование. Все рецензии по статьям отправляются автору. Авторам в течение трех дней необходимо отправить корректуру статьи. Статьи, получившие отрицательную рецензию, к повторному рассмотрению не принимаются. Исправленные варианты статей и ответ автора рецензенту присылаются в редакцию. Статьи, имеющие положительные рецензии, представляются редколлегии журнала для обсуждения и утверждения для публикации.

Периодичность журнала: 4 раза в год.

9. Оплата. Авторам, получившим положительное заключение к опубликованию, необходимо произвести оплату по следующим реквизитам (для сотрудников ЕНУ – 4500 тенге, для сторонних организаций – 5500 тенге): Реквизиты:

1) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК

АО "Банк ЦентрКредит"

БИК банка: KСJBKZKX

ИИК: KZ978562203105747338

Кбе 16

Кпп 859- за статью

2) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Bank RBK"

Бик банка: KINCKZKA

ИИК: KZ498210439858161073

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

3) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "ForteBank"

БИК Банка: IRTYKZKA

ИИК: KZ599650000040502847

Кбе 16

Кпп 859 - за статью

4) РГП ПХВ "Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева МОН РК АО "Народный Банк Казахстан"

БИК Банка: HSBKZKX

ИИК: KZ946010111000382181

Кбе 16

Кпп 859.

"За публикацию в Вестнике ЕНУ ФИО автора"

Мақаланы рәсімдеу үлгісі

МРНТИ 27.25.19

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темиргалиев², А.Б. Утесов³

¹ *Институт теоретической математики и научных вычислений Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан*

² *Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, Актюбе, Казахстан*

(Email: ¹ *axaulezh@mail.ru*, ² *ntmath10@mail.ru*, ³ *adilzhan_71@mail.ru*)

Численное дифференцирование функций в контексте Компьютерного (вычислительного) перечника

Введение

Текст введения...

Авторам не следует использовать нестандартные пакеты LaTeX (используйте их лишь в случае крайней необходимости)

Заголовок секции

1.1 Заголовок подсекции

Окружения.

Теорема 1. ...

Лемма 1. ...

Предложение 1. ...

Определение 1. ...

Следствие 1. ...

Замечание 1. ...

Теорема 2 (Темиргалиев Н. [2]). *Текст теоремы.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Текст доказательства.

2. Формулы, таблицы, рисунки

$$\delta_N(\varepsilon_N; D_N)_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; D_N)_Y \equiv \inf_{(l^{(N)}, \varphi_N) \in D_N} \delta_N \left(\varepsilon_N; \left(l^{(N)}, \varphi_N \right) \right)_Y, \quad (1)$$

где $\delta_N(\varepsilon_N; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv \delta_N(\varepsilon_N; T; F; (l^{(N)}, \varphi_N))_Y \equiv$

$$\equiv \sup_{f \in F} \left\| Tf(\cdot) - \varphi_N \left(l_N^{(1)}(f) + \gamma_N^{(1)} \varepsilon_N^{(1)}, \dots, l_N^{(N)}(f) + \gamma_N^{(N)} \varepsilon_N^{(N)}; \cdot \right) \right\|_Y.$$

$$\left| \gamma_N^{(\tau)} \right| \leq 1 (\tau=1, \dots, N)$$

Таблицы, рисунки необходимо располагать после упоминания. С каждой иллюстрацией должна следовать надпись.

Таблица 1 – Название таблицы

Простые	Не простые
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29	4, 6, 8, 9, 10, 12, 14

3. Ссылки и библиография

Для ссылок на утверждения, формулы и т. п. можно использовать метки. Например, теорема 2, Формула (1)

Для руководства по ЛАТЭХ и в качестве примера оформления ссылок, см., например, *Львовский С.М.* Набор и верстка в пакете ЛАТЭХ. Москва: Космосинформ, 1994.

Список литературы оформляется следующим образом.



FIGURE 1 – Название рисунка

Список литературы

- 1 Локуциевский О.М., Гавриков М.Б. Начала численного анализа. –М.: ТОО "Янус", 1995. –581 с. - **книга**
- 2 Темирғалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник как синтез известного и нового в численном анализе // Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева –2014. –Т.4. №101. –С. 16-33. doi: ... (при наличии) - **статья**
- 3 Жубанышева А.Ж., Абикенова Ш. О нормах производных функций с нулевыми значениями заданного набора линейных функционалов и их применения к поперечниковым задачам // Функциональные пространства и теория приближения функций: Тезисы докладов Международной конференции, посвященная 110-летию со дня рождения академика С.М.Никольского, Москва, Россия, 2015. – Москва, 2015. –С.141-142. - **труды конференций**
- 4 Курмуков А.А. Ангиопротекторная и гиполипидемическая активность леукомизина. –Алматы: Бастау, 2007. –С. 3-5 - **газетные статьи**
- 5 Кыров В.А., Михайличенко Г.Г. Аналитический метод вложения симплектической геометрии // Сибирские электронные математические известия –2017. –Т.14. –С.657-672. doi: 10.17377/semi.2017.14.057. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. (дата обращения: 08.01.2017). - **электронный журнал**

А.Ж. Жубанышева¹, Н. Темірғалиев¹, А.Б. Утесов²

¹ Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің теориялық математика және ғылыми есептеулер институты, Астана, Қазақстан

² Қ.Жұбанов атындағы. Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе, Қазақстан

Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде функцияларды сандық дифференциалдау

Аннотация: Компьютерлік (есептеуіш) диаметр мәнмәтінінде Соболев класында жататын функцияларды олардың тригонометриялық Фурье-Лебега коэффициенттерінің ақырлы жиынынан алынған дәл емес ақпарат бойынша жуықтау есебі толығымен шешілді [100-200 сөздер].

Түйін сөздер: жуықтап дифференциалдау, дәл емес ақпарат бойынша жуықтау, шектік қателік, Компьютерлік (есептеуіш) диаметр [6-8 сөз/сөз тіркестері].

A.Zh.Zhubanysheva¹, N. Temirgaliyev¹, A.B. Utesov²

¹ Institute of theoretical mathematics and scientific computations of L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

² K.Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, Kazakhstan

Numerical differentiation of functions in the context of Computational (numerical) diameter

Abstract: The computational (numerical) diameter is used to completely solve the problem of approximate differentiation of a function given inexact information in the form of an arbitrary finite set of trigonometric Fourier coefficients. [100-200 words]

Keywords: approximate differentiation, recovery from inexact information, limiting error, computational (numerical) diameter, massive limiting error. [6-8 words/word combinations]

References

- 1 Lokucievskij O.M., Gavrikov M.B. Nachala chislenogo analiza [Elements of numerical analysis] (Yanus, Moscow, 1995). [in Russian]
- 2 Temirgaliyev N. Komp'juternyj (vychislitel'nyj) poperechnik kak sintez izvestnogo i novogo v chislenom analize [Computational (numerical) diameter as a synthesis of the known and the new in numerical analysis], Vestnik Evrazijskogo nacional'nogo universiteta imeni L.N. Gumileva [Bulletin of L.N. Gumilyov Eurasian National University], 4 (101), 16-33 (2014). [in Russian]
- 3 Zhubanysheva A.Zh., AbikenovaSh.K. O normah proizvodnyh funkcij s nulevymi znachenijami zadannogo nabora linejnyh funkcionalov i ih primenenija k poperechnikovym zadacham [About the norms of the derivatives of functions with zero values of a given set of linear functionals and their application to the width problems]. Tezisy dokladov Mezhdunarodnoj konferencii, posvjashhennaja 110-letiju so dnja rozhdenija akademika

- S.M.Nikol'skogo "Funkcional'nye prostranstva i teorija priblizhenija funkcij" [International conference on Function Spaces and Approximation Theory dedicated to the 110th anniversary of S. M. Nikol'skii]. Moscow, 2015, pp. 141-142. [in Russian]
- 4 Kurmukov A. A. Angioprotekturnaja i gipolipidemicheskaja aktivnost' leukomizina [Angioprotective and lipid-lowering activity of leukomycin] (Bastau, Almaty, 2007, P. 3-5). [in Russian]
- 5 Kyrov V.A., Mihajlichenko G.G. Analiticheskij metod vložhenija simplekticheskoj geometrii [The analytic method of embedding symplectic geometry], Sibirskie jelektronnye matematicheskie izvestija [Siberian Electronic Mathematical Reports], **14**, 657-672 (2017). doi: 10.17377/semi.2017.14.057. Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v14/p657-672.pdf>. [in Russian]. (accessed 08.01.2017).

Сведения об авторах:

Жубанышева А.Ж. - старший научный сотрудник Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Теміргалиев Н. - директор Института теоретической математики и научных вычислений, Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, ул. Сатпаева, 2, Астана, Казахстан.

Утесов А.Б. - кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, Актюбинский региональный государственный университет имени К. Жубанова, пр. А.Молдагуловой, 34, Актөбе, Казахстан.

Zhubanysheva A.Zh. - Senoir researcher of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Temirgaliyev N. - Head of the Institute of theoretical mathematics and scientific computations, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Satpayev str., Astana, Kazakhstan.

Utesov A.B. - candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, K.Zhubanov Aktobe Regional State University, A.Moldagulova Prospect, 34, Aktobe, Kazakhstan.

Поступила в редакцию 15.05.2017

Редакторы: А.Т. Ақылбеков
Шығарушы редактор, дизайн: А. Нұрболат

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің
Хабаршысы. Физика. Астрономия сериясы.
-2019 - 3(128) - Нұр-Сұлтан: ЕҰУ. 175-б.
Шартты б.т. - 9,375 Таралымы - 25 дана.

Мазмұнына типография жауап бермейді.

Редакция мекен-жайы: 010008, Нұр-Сұлтан: қ.,
Сәтбаев көшесі, 2.
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті
Тел.: +7(7172) 70-95-00(ішкі 31-428)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің баспасында басылды