

МРНТИ: 29.05.41

Ш.А. Мырзакулова<sup>1,2</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>, М.Ш. Темирбаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup> Евразийский международный центр теоретической физики им. Ратбая Мырзакулова, Нур-Султан, Казахстан

(E-mail: <sup>1,2</sup> [shamyrzakulova@gmail.com](mailto:shamyrzakulova@gmail.com), <sup>1</sup> [olvikraz@mail.ru](mailto:olvikraz@mail.ru), <sup>1</sup> [mtimir89@gmail.com](mailto:mtimir89@gmail.com))

### Точное аналитическое решение динамических уравнений модели скалярного поля<sup>1</sup>

**Аннотация:** в данной работе для исследования роли скалярного поля как источника ускоренного расширения Вселенной на раннем этапе ее развития рассмотрена скалярная космологическая модель, удовлетворяющая полевым уравнениям ОТО. Введен точечный Лагранжиан и получена система уравнения движения. Для исследования модели и поиска решения выбрано скалярное поле в виде степенной функции. Посредством использования вида функции скалярного поля вычислены параметр Хаббла, масштабный фактор, плотность и давление темной энергии. Для верификации полученных решений построены их графики. Для описания процесса инфляции исследованы параметры медленного скатывания. Для объяснения эволюции Вселенной использованы энергетические условия в терминах масштабного фактора и параметра замедления. Эти условия накладывают независимые от модели ограничения на поведение плотности энергии и давления.

**Ключевые слова:** скалярное поле, масштабный фактор, космологические решения, энергетические условия, параметры медленного скатывания.

DOI: <https://doi.org/10.32523/2616-6836-2021-137-4-15-23>

Поступила: 13.09.2021/ Допущена к опубликованию: 20.11.2021

**Введение.** Общая теория относительности Эйнштейна - самая успешная из имеющихся теорий гравитации, предсказывающая и объясняющая множество наблюдений. В то же время есть весомые концептуальные (например, квантование гравитации) и наблюдательные (например, проблемы в современной космологии) причины ожидать, что она должна быть изменена, и это мотивирует к изучению модифицированных теорий гравитации [1, 2, 3, 4, 5].

Рассмотрение альтернативной теории столь же успешной как общая теория относительности может рассматриваться как очень радикальный шаг. С другой стороны, это вполне возможно, хотя будет являться очень скромным подходом к проблемам, с которыми сегодня сталкивается гравитация. Разработка фундаментальной теории квантовой гравитации из первых принципов и этап достижений, на котором эта теория может делать проверяемые предсказания, оказались очень длительным процессом. В то же время трудно представить, что в ближайшее время ученые получат доступ к экспериментальным данным в масштабах, имеющих непосредственное отношение к квантовой гравитации. Альтернативные теории гравитации, рассматриваемые как эффективные теории поля, представляют собой феноменологические инструменты, которые обеспечивают столь необходимый контакт между квантовой гравитацией и наблюдением в средних и больших масштабах.

В моделях, индуцированных гравитацией, мы обычно предполагаем наличие геометрического фона, на котором приступают к построению квантовой теории поля. В этом случае геометрия считается классической, а поля материи квантованными. Эта

<sup>1</sup> Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (АР09058240)

конструкция автоматически генерирует общую теорию относительности Эйнштейна (ОТО) и модели с более высоким значением кривизны.

Вселенная претерпевала замедляющееся расширение на протяжении самой продолжительной части своего существования. Есть две фазы ускорения в истории Вселенной, в которых преобладает сначала излучение, а затем материя. Первая фаза ускорения соответствует инфляции, которая широко принята как стандартная парадигма ранней Вселенной [6, 7, 8, 9, 10]. Первый довод за существование инфляционных моделей - это то, что несколько давних проблем модели горячего Большого взрыва, такие как проблемы горизонта, плоскостности и монополя, находят естественное объяснение в рамках инфляционной Вселенной. Самый простой сценарий, объясняющий физику инфляции, основан на каноническом скалярном поле, инфлатоне, минимально связанном с гравитацией со скалярным потенциалом  $V(\varphi)$  [11, 12, 13, 14, 15]. Кроме того, наиболее интригующей особенностью инфляции является то, что она дает нам причинную интерпретацию происхождения анизотропии, температуры космического микроволнового фона, и в то же время она предоставляет механизм для объяснения крупномасштабной структуры Вселенной, поскольку квантовые флуктуации во время инфляционной эры могут вызвать первичные возмущения плотности.

**Методы исследования.** Уравнения движения для полной теории в присутствии вещества можно получить из следующего действия:

$$\mathcal{S} = \int \left( \frac{R}{2k} + L_m \right) d^4x, \quad (1)$$

$$\frac{\delta \mathcal{S}}{\delta g^{\mu\nu}} = 0, \quad (2)$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = T_{\mu\nu}(\varphi), \quad (3)$$

где левая сторона зависит только от метрики, а правая - только от скалярного поля.

Интервал, в настоящее время известный как метрика Фридмана–Лемэтра–Робертсона–Уокера (ФЛРУ), в сферических координатах имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\varphi^2) \right), \quad (4)$$

где  $k$  определяет кривизну и равен

$$k = \begin{cases} > 0, & \text{закрытая Вселенная} \\ < 0, & \text{открытая Вселенная} \\ = 0, & \text{плоская Вселенная.} \end{cases} \quad (5)$$

Для этой метрики скалярная кривизна, вычисленная с помощью метрического тензора и символов Кристоффеля, равна

$$R = 6\frac{\ddot{a}}{a} + 6\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 6\frac{k}{a^2}. \quad (6)$$

Лагранжиан будет выглядеть следующим образом:

$$L = r^2 \sin^2\theta \sqrt{\frac{1}{1 - kr^2}} \left( -3a\dot{a}^2 + 3ka + \frac{1}{2}a^3\dot{\varphi}^2 - a^3V \right). \quad (7)$$

Воспользуясь уравнением Эйлера–Лагранжа и условием нулевой энергии, мы получим систему уравнений движения:

$$3H^2 + \frac{3k}{a^2} = \rho, \quad (8)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} + \frac{k}{a^2} = -p, \quad (9)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_{\varphi} = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (11)$$

где  $\rho = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V$ ,  $p = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V$ .

**Обсуждение и результаты.** Для исследования модели и поиска решения выберем скалярное поле в виде степенной функции. В дальнейшем будем считать, что  $k = 0$

$$\varphi = \varphi_0 t^{\beta}, \quad (12)$$

где  $\varphi_0$  и  $\beta$  - некие постоянные и  $\beta < 0$ .

На рисунке 1 показана зависимость функции скалярного поля  $\varphi(t)$  (12) от времени  $t$ . Для того чтобы скалярное поле медленно скатывалась вниз, необходимо, чтобы  $\beta < 0$ . Зная вид функции скалярного поля (12) и используя уравнения Фридмана (8) и (9), вычислим параметр Хаббла

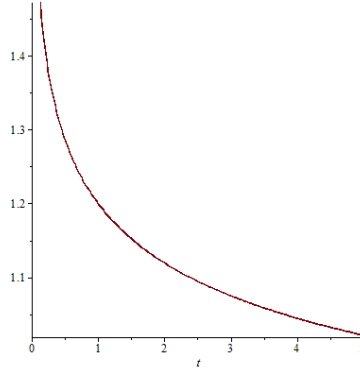


Рисунок 1 – Зависимость скалярного поля  $\varphi$  от времени  $t$ , при  $\varphi_0 = 1.2, \beta = -0.2$

$$H = -\frac{\varphi_0^2 \beta^2}{2} \frac{t^{2\beta-1}}{2\beta-1} + H_0. \quad (13)$$

Для дальнейших вычислений нам также понадобится значение первой производной от параметра Хаббла по времени  $t$

$$\dot{H} = -\frac{\varphi_0^2 \beta^2}{2} t^{2(\beta-1)}. \quad (14)$$

Используя определение параметра Хаббла  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  и зная его явный вид (13), найдем масштабный фактор  $a(t)$ , который имеет смысл радиуса Вселенной

$$a = e^{\frac{\varphi_0^2 \beta}{4(1-2\beta)} t^{2\beta} + H_0 t + a_0}, \quad (15)$$

где  $a_0$  константа интегрирования.

На рисунке 2 показана зависимость масштабного фактора  $a$  от времени  $t$  (15).

Полученный масштабный фактор имеет вид экспоненциальной функции и хорошо описывает ускоренное расширение Вселенной. Из уравнения (8) и (9) найдем плотность темной энергии, давление и потенциал скалярного поля

$$\rho = 3\left(\frac{-\varphi_0^2 \beta^2}{2} \frac{t^{2\beta-1}}{(2\beta-1)} + H_0\right)^2, \quad (16)$$

$$p = \frac{-3\varphi_0^4 \beta^4 t^{4\beta-2}}{4(\beta-1)^2} + \frac{3\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1} H_0}{2\beta-1} - 3H_0^2 + \varphi_0^2 \beta^2 t^{2(\beta-1)}. \quad (17)$$

На рисунках 3 и 4 показана зависимость плотности темной энергии и давления в зависимости от времени  $t$ .

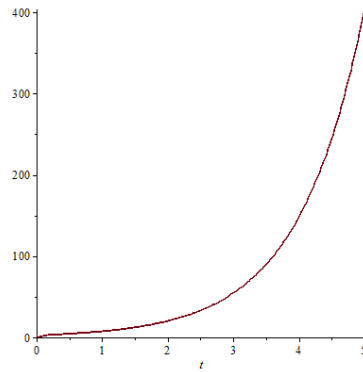


Рисунок 2 – Зависимость масштабного фактора  $a$  от времени  $t$ , при  $H_0 = 1, a_0 = 1, \varphi_0 = 0.4, \beta = -0.8$

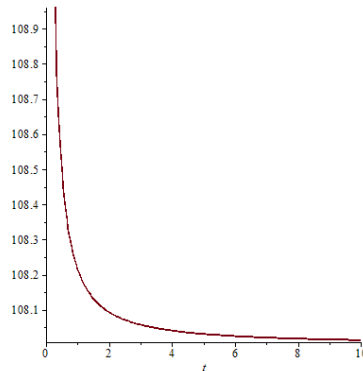


Рисунок 3 – Зависимость плотности темной энергии  $\rho$  от времени  $t$

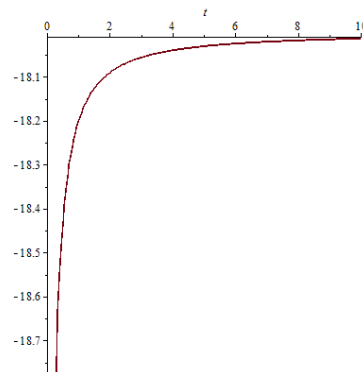


Рисунок 4 – Зависимость давления  $p$  от времени  $t$

$$V = \frac{3\varphi_0^4 \beta^4 t^{2(2\beta-1)}}{4(\beta-1)^2} - \frac{3\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1} H_0}{2\beta-1} - \frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2(\beta-1)}}{2} + 3H_0^2. \quad (18)$$

Для описания процесса инфляции введем параметр медленного скатывания в терминах параметра Хаббла

$$\eta_H = -\frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}} = -\frac{1}{2} \frac{\ddot{H}}{H\dot{H}}. \quad (19)$$

Таким образом, требование пренебречь слагаемым  $\ddot{\varphi}$  по сравнению с  $3H\dot{\varphi}$  просто требование, чтобы  $\eta \ll 1$ .

В терминах потенциала пара параметров медленного скатывания  $\epsilon_V$  и  $\eta_V$  определяется как

$$\epsilon_V \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial_\phi V}{V} \right)^2, \quad (20)$$

$$\eta_V \equiv \frac{\partial_\phi^2 V}{V}. \quad (21)$$

Они равны только параметрам медленного скатывания Хаббла, если они маленькие

$$\eta_V \approx \epsilon_H, \quad (22)$$

$$\eta_V \approx \epsilon_H + \eta_H. \quad (23)$$

Параметры медленного скатывания более высокого порядка определяются либо как высшие производные от потенциала, либо Хаббла. Обратим внимание, что для успешного существования инфляции единственным критерием является условие  $0 < \epsilon < 1$ . Величина  $\eta$  не имеет прямого значения. Косвенным значением является то, что большие значения  $\eta$  могут заставить расти  $\epsilon$

$$\frac{d\epsilon}{dN} = 2\epsilon(\eta - \epsilon). \quad (24)$$

Из уравнения (20) и (21), находим параметры медленного скатывания для нашей модели со скалярным полем (12) и потенциалом (18):

$$\epsilon(t) = \frac{2}{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta}} \left[ \frac{3\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta} - 2(\beta - 1)^3}{3\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta} - 4(\beta - 1)^2} \right]^2, \quad (25)$$

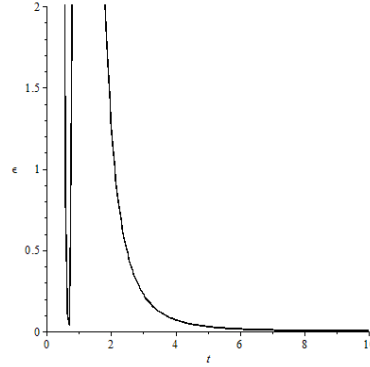


Рисунок 5 – Зависимость наклона потенциала  $\epsilon$  от времени  $t$

$$\eta(t) = \frac{-\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta(2\beta-1)}}{2(\beta - 1)^2} \left[ \frac{2(2\beta - 1)(\beta - 1)^3 + 2\beta}{t^2} + \frac{\beta^2}{t^5} + 2(\beta - 1)^3 \right]. \quad (26)$$

На рисунке 5 показана зависимость наклона потенциала  $\epsilon$  от времени  $t$ . Как видно из рисунка при больших  $t$ ,  $\epsilon \ll 1$  т.е. выполняется условие возникновения инфляции.

В космологии большое значение имеют энергетические условия, которые в нашем случае сводятся к условиям

$$\begin{aligned}
 NEC &\Rightarrow -\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \geq 0, \\
 WEC &\Rightarrow \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \geq 0, \\
 SEC &\Rightarrow -\frac{\ddot{a}}{a} \leq 0, \\
 DEC &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right) \geq 0.
 \end{aligned}$$

NEC, WEC, SEC, DEC отвечают нулевому, слабому, сильному и доминирующему энергетическому условиям соответственно. Найдем энергетические условия используя решение для масштабного фактора (15) и его производную

$$\begin{aligned}
 NEC &\Rightarrow 2\left(\frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2(1-2\beta)} + H_0\right)^2 - \frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2} \geq 0, \\
 WEC &\Rightarrow \left(\frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2(1-2\beta)} + H_0\right)^2 \geq 0, \\
 SEC &\Rightarrow \left(\frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2(1-2\beta)} + H_0\right)^2 - \frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2} \leq 0, \\
 DEC &\Rightarrow 3\left(\frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2(1-2\beta)} + H_0\right)^2 - \frac{\varphi_0^2 \beta^2 t^{2\beta-1}}{2} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Энергетические условия в терминах масштабного фактора и его производных (27) могут быть преобразованы в условия в терминах параметр замедления  $q$

$$\begin{aligned}
 NEC &\Rightarrow q \geq -1, \\
 SEC &\Rightarrow q \geq 0, \\
 DEC &\Rightarrow q \leq 2.
 \end{aligned} \tag{28}$$

В условиях (28) отсутствует слабое условие, потому что оно всегда выполняется для произвольных вещественных  $a(t)$ .

$$q = -1 + \frac{\frac{\beta^2 \varphi_0^2}{2} t^{2(\beta-1)}}{\left(\frac{\beta^2 \varphi_0^2}{2(1-2\beta)} t^{2\beta-1} + H_0\right)^2}. \tag{29}$$

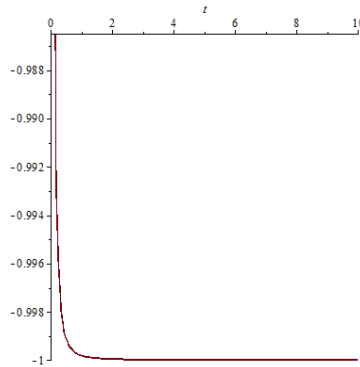


Рисунок 6 – Зависимость параметра замедления  $q$  от времени  $t$

На рисунке 6 показана зависимость параметра замедления  $q$  от времени  $t$  (при  $H_0 = 6, \varphi_0 = 1.2, \beta = -0.1$ ). Из графика хорошо видно, что на всем промежутке времени из энергетических условий (28) выполняются нулевое и доминирующее, и не выполняется сильное энергетическое условие, которое не является обязательным.

Условие (28) выполняется как для замедленного ( $q > 0$ ), так и для ускоренного ( $q < 0$ ) расширения Вселенной. Из второго уравнения Фридмана ускоренное расширение Вселенной возможно только при отрицательном давлении ( $p < -1/3\rho$ ). SEC исключает наличие таких компонентов, в этом случае  $q \geq 0$ . В энергетических условиях NEC и DEC принимает условие  $p < -1/3\rho$ , поэтому  $q < 0$ .

**Выводы.** В данной статье рассмотрена космологическая модель скалярного поля. Для нее выбрали метрику Фридмана-Лемэтра- Робертсона- Уокера. Используя уравнение Эйлера- Лагранжа, получили первое и второе уравнение Фридмана и уравнение скалярного поля. Выбрали функцию скалярного поля в виде степенной функции. Нашли масштабный фактор, имеющий смысл радиуса Вселенной в виде экспоненциальной функции. Построен график масштабного фактора в зависимости от времени. Из уравнения Фридмана вычислили плотность, давление и потенциальную энергию, соответственно, построили их графики, зависящие от времени. Для описания процесса инфляции вычислили параметры медленного скатывания в терминах параметра Хаббла. Полученные результаты  $\epsilon \ll 1$  соответствуют условию возникновения инфляции. Нашли ненулевое, слабое, сильное, доминирующее энергетические условия. Полученные результаты соответствуют теоретическим предсказаниям.

## Список литературы

- 1 Myrzakul S., Myrzakulov R., Sebastiani L.  $f(\varphi)R$  -models for inflation // Modern Physics D. – 2016. – V. 25. – P. 1650041. doi.org/10.1142/S0218271816500413.
- 2 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N.  $f(T)$  teleparallel gravity and cosmology // Reports on Progress in Physics. – 2016. – V. 79. – P. 106901. doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 3 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in  $f(T)$  gravity with a cosmological constant // Astrophysics and Space Science. – 2015. – V. 357. – P. 45. doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 4 Wei H., Guo X.-J., Wang L.F. Noether Symmetry in  $F(T)$  Theory // Physics Letters B. – 2012. – V. 707. - № 2. – P. 298. doi.org/10.1016/j.physletb.2011.12.039.
- 5 Capozziello S., Frusciante N., Vernieri D. New spherically symmetric solutions in  $f(R)$  -gravity by Noether symmetries // General Relativity and Gravitation. – 2012. – V. 44. – P. 1881–1891. doi.org/10.1007/s10714-012-1367-y.
- 6 Guth A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems // Physical Review D. – 1983. – V. 23. – P. 347. doi.org/10.1103/PhysRevD.23.347.
- 7 Linde A. Chaotic Inflation // Physics Letters B. – 1983. – V. 129. – P. 177-181. doi.org/10.1016/0370-2693(83)90837-7
- 8 Gorbunov D.S., Rubakov V.A. Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. – Moscow: World Scientific, 2nd edition, 2011. – 488 p. doi.org/10.1142/7874.
- 9 Berera A. Warm Inflation in the Adiabatic Regime- a Model, an Existence Proof for Inflationary Dynamics in Quantum Field Theory // Nuclear Physics B. – 2000. – V. 4. – P. 666-714. doi.org/10.1016/S0550-3213(00)00411-9.
- 10 Bartrum S., Bastero-Gil M., Berera A., Cerezo R., Ramos R.O., Rosa J.G. The importance of being warm (during inflation) // Physics Letters B. – 2014. – V. 732. – P. 116-121. doi.org/10.1016/j.physletb.2014.03.029.
- 11 de Ritis R. et al. New approach to find exact solutions for cosmological models with a scalar field // Physical Review D. – 1990. – V. 42. – P. 1091. doi.org/10.1103/PhysRevD.42.1091.
- 12 Modak B., Kamilya S. Gravitational coupling function in scalar tensor theories // International Journal of Modern Physics A. – 1998. – V. 13. – P. 3915. doi.org/10.1142/S0217751X98001839.
- 13 Vakili B. Khazaie F. Noether symmetric classical and quantum scalar field cosmology // Classical and Quantum gravity. – 2012. – V. 29. - № 3. doi.org/10.1088/0264-9381/29/3/035015.
- 14 Capozziello S., Piedipalumbo E., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in phantom quintessence cosmology // Physical Review D. – 2009. – V. 80. – P. 104030. doi.org/10.1103/PhysRevD.80.104030.
- 15 Almeida T.S., Pucheu M.L., Romero C., From Brans-Dicke gravity to a geometrical scalar-tensor theory // Physical Review. D. - 2014. – T. 89. – P. 64047. doi.org/10.1103/PhysRevD.89.064047.

Ш.А. Мырзакулова<sup>1,2</sup>, О.В. Разина<sup>1</sup>, М.Ш. Темирбаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup> Ратбай Мырзакулов атындағы Еуразиялық халықаралық теориялық физика орталығы, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Скалярлық өріс моделі динамикалық теңдеулерінің нақты аналитикалық шешімі

**Аннотация.** Бұл жұмыста скалярлық өрістің Ғаламның дамуының бастапқы кезеңінде жедел ұлғаю көзі ретіндегі рөлін зерттеу үшін жалпы салыстырмалылықтың өріс теңдеулерін қанағаттандыратын скалярлық космологиялық модель қарастырылды. Нақты Лагранжиан енгізіліп, қозғалыс теңдеулер жүйесі алынды. Модельді зерттеу және шешімін табу үшін дәрежелік функциясы түріндегі скалярлық өріс таңдалды. Скалярлық өріс функциясының формасын қолдана отырып, Хаббл параметрі, масштабты фактор, күңгірт энергияның тығыздығы мен қысымы есептелді. Алынған шешімдерді тексеру үшін олардың графиктері түрғызылды. Инфляция процесін сипаттау үшін баяу сырғу параметрлері зерттелді. Әлемнің эволюциясын түсіндіру үшін энергия шарттары масштабты фактор мен баяулау параметрі термині түрінде пайдаланылды. Бұл шарттар энергия тығыздығы мен қысымының іс- әрекетіне модельден тәуелсіз шектеулер қояды.

**Түйін сөздер:** скалярлық өріс, масштабты фактор, космологиялық шешімдер, энергия шарттары, баяу сырғу параметрлері.

S.A. Myrzakulova<sup>1,2</sup>, O.V. Razina<sup>1</sup>, M.Sh. Temirbaev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

<sup>2</sup> Ratbay Myrzakulov Eurasian International Centre for Theoretical Physics, Nur-Sultan, Kazakhstan

Exact analytical solution of the dynamic equations of the scalar field model

**Abstract.** The article considers a scalar cosmological model that satisfies the field equations of general relativity to study the role of the scalar field as a source of the accelerated expansion of the Universe at an early stage of its development. The authors have presented a point Lagrangian. There was obtained a system of equations of motion. A scalar field in the form of a power function was chosen to investigate the model and find a solution. There were calculated the Hubble parameter, scale factor, density, and pressure of dark energy using the form of the scalar field function. There were built graphs to verify obtained solutions. There were investigated parameters of a slow roll describing the inflation process. Energy conditions were used in terms of the scale factor and the deceleration parameter to explain the evolution of the Universe. These conditions impose model-independent constraints on the behavior of the energy density and pressure.

**Keywords:** scalar field, scale factor, cosmological solutions, energy conditions, slow roll parameters.

References

- 1 Myrzakul S., Myrzakulov R., Sebastiani L.  $f(\varphi)R$  -models for inflation, Modern Physics D, 25, 1650041 (2016). doi.org/10.1142/S0218271816500413.
- 2 Cai Y.F., Capozziello S., De Laurentis M., Saridakis E.N.  $f(T)$  teleparallel gravity and cosmology, Reports on Progress in Physics, 79, 106901 (2016). doi.org/10.1088/0034-4885/79/10/106901.
- 3 Gudekli E., Myrzakulov N., Yerzhanov K., Myrzakulov R. Trace-anomaly driven inflation in  $f(T)$  gravity with a cosmological constant, Astrophysics and Space Science, 357, 45 (2015). doi.org/10.1007/s10509-015-2269-8.
- 4 Wei H., Guo X.-J., Wang L.F. Noether Symmetry in  $F(T)$  Theory, Physics Letters B, 2(707), 298 (2012). doi.org/10.1016/j.physletb.2011.12.039.
- 5 Capozziello S., Frusciante N., Vernieri D. New spherically symmetric solutions in  $f(R)$  -gravity by Noether symmetries, General Relativity and Gravitation, 44, 1881–1891 (2012). doi.org/10.1007/s10714-012-1367-y.
- 6 Guth A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, Physical Review D, 23, 347 (1983). doi.org/10.1103/PhysRevD.23.347.
- 7 Linde A. Chaotic Inflation, Physics Letters B, 129, 177-181 (1983). doi.org/10.1016/0370-2693(83)90837-7.
- 8 Gorbunov D.S., Rubakov V.A. Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. 2nd edition (Moscow: World Scientific, 2011, 488 p.). doi.org/10.1142/7874.
- 9 Berera A. Warm Inflation in the Adiabatic Regime- a Model, an Existence Proof for Inflationary Dynamics in Quantum Field Theory, Nuclear Physics B, 4, 666-714 (2000). doi.org/10.1016/S0550-3213(00)00411-9.
- 10 Bartrum S., Bastero-Gil M., Berera A., Cerezo R., Ramos R.O., Rosa J.G. The importance of being warm (during inflation), Physics Letters B, 732, 116-121 (2014). doi.org/10.1016/j.physletb.2014.03.029.
- 11 de Ritis R. et al. New approach to find exact solutions for cosmological models with a scalar field, Physical Review D, 42, 1091 (1990). doi.org/10.1103/PhysRevD.42.1091.
- 12 Modak B., Kamilya S. Gravitational coupling function in scalar tensor theories, International Journal of Modern Physics A, 13, 3915 (1998). doi.org/10.1142/S0217751X98001839.
- 13 Vakili B. Khazaie F. Noether symmetric classical and quantum scalar field cosmology, Classical and Quantum gravity, 2(29), 035015 (2012). doi.org/10.1088/0264-9381/29/3/035015.
- 14 Capozziello S., Piedipalumbo E., Rubano C., Scudellaro P. Noether symmetry approach in phantom quintessence cosmology, Physical Review D, 80, 104030 (2009). doi.org/10.1103/PhysRevD.80.104030.



- 15 Almeida T.S., Pucheu M.L., Romero C., From Brans-Dicke gravity to a geometrical scalar-tensor theory, Physical Review. D., 89, 64047 (2014). doi.org/10.1103/PhysRevD.89.064047.

**Сведения об авторах:**

*Мырзакулова Ш.А.* – **основной автор**, старший преподаватель кафедры «Общая и теоретическая физика», Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, ул. Кажымукана, 13, научный сотрудник Евразийского международного центра теоретической физики им. Ратбая Мырзакулова, Нур-Султан, Казахстан.

*Разина О.В.* – Ph.D., ассоциированный профессор кафедры "Общая и теоретическая физика", Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

*Темирбаев М.Ш.* – магистр ядерной инженерии и науки, старший преподаватель кафедры "Международной кафедры ядерной физики, новых материалов и технологий" Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Кажымукана, 13, Нур-Султан, Казахстан.

*Myrzakulova S.A.* – **The main author**, Senior teacher of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Research Associate of Ratbay Myrzakulov Eurasian International Centre for Theoretical Physics, Nur-Sultan, Kazakhstan.

*Razina O.V.* – Ph.D., Associate Professor of Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.

*Temirbaev M.Sh.* – Master of Nuclear Engineering and Science, Senior Lecturer of the Department of the International Department of Nuclear Physics, New Materials and Technologies, L.N. Gumilyov Eurasian National University, 13 Kazhimukan str., Nur-Sultan, Kazakhstan.