

УДК 629.76

МЕТОДЫ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ТЕОРИИ БИФУРКАЦИЙ

Төлегенова Махабат Санатқызы

mahabattolegenova@gmail.com

Студент 2-го курса кафедры Космическая техника и технологии,

ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.

Научный руководитель – Жумабаева А.С.

Математические модели управляемого движения космических объектов, как правило, представляют собой нелинейные дифференциальные уравнения, решение которых в квадратурах удается получить лишь в частных случаях. Нахождение решений приближенными и численными методами очень часто не дает ответа на многие вопросы, выдвигаемой практикой: будет ли то или иное движение объектов сохраняться продолжительное время; каким образом будет изменяться характер этого движения при наличии возмущений или изменений параметров системы? Ответ на эти и многие другие аналогичные вопросы может быть получен при использовании методов качественной теории динамических систем и теории бифуркаций. Методы исследования оказываются весьма эффективными для изучения динамики управляемого движения космических объектов.

Постановка задачи качественного исследования динамической системы предполагает определение всей совокупности возможных движений системы при всевозможных начальных условиях; геометрическую интерпретацию движений системы в виде траекторий в фазовом пространстве; рассмотрение преобразований качественной структуры фазовой траекторий при изменении параметров динамической системы.

Возникающие при рассмотрении динамических систем вопросы можно отнести к двум группам.

Первая группа включает вопросы по нахождению аналитических выражений для решений системы (например, в виде элементарных функций или квадратуры, или в виде рядов по тем или иным функциям), а также вопросы по приближенному определению решений с использованием различных методов. Эту группу вопросов можно отнести к количественному интегрированию или количественному исследованию динамических систем [4].

Ко второй группе относят вопросы о числе и характере (в частности, устойчивости или неустойчивости) состояний равновесия (особых точек) динамической системы, о наличии у нее замкнутых траекторий (т.е. о наличии периодических решений), об областях притяжения того или иного устойчивого состояния равновесия. Вопросы второй группы относятся к качественному исследованию динамической системы. При выполнении качественного исследования нас может совершенно не интересовать ни точность формы фазовой траектории, ни размеры замкнутой траектории, ни многие другие количественные

характеристики системы. Качественное исследование (качественная структура) системы, отражает основные существенные черты динамической системы, имеющие как определенный математический интерес, так и большое практическое значение для решения конкретных задач.

В качественной теории динамических систем одним из основных понятий является топологическая структура системы (ТПС). ТПС - это равновесие конечного числа особых траекторий. [1]

Топологическим свойством разбиения на траектории или множество траекторий, или топологическим инвариантом разбиения на траектории называется свойство или величина, остающиеся инвариантными при всевозможных отождествляющих отображениях.

Разбиение топологической структуры на траектории, является основной задачей качественной теории динамических систем. Но для исследования динамической системы необходимо знать поведение не всех траекторий, а только так называемых «особых». Разделение траекторий на особые и неособые проводится не по свойствам самих траекторий, а по свойствам соседних траекторий. Если поведение траекторий в окрестности данной траектории отличается от рассматриваемой, то она называется особой или орбитно-неустойчивой траекторией. На рис.1, а особые траектории (сепаратрисы) пересекаются в точке O . Видно, что поведение этих траекторий существенно отличается от соседних. Неособые траектории (орбитально-устойчивые), изображенные более тонкими линиями, представляют собой множество траекторий с одинаковым поведением.

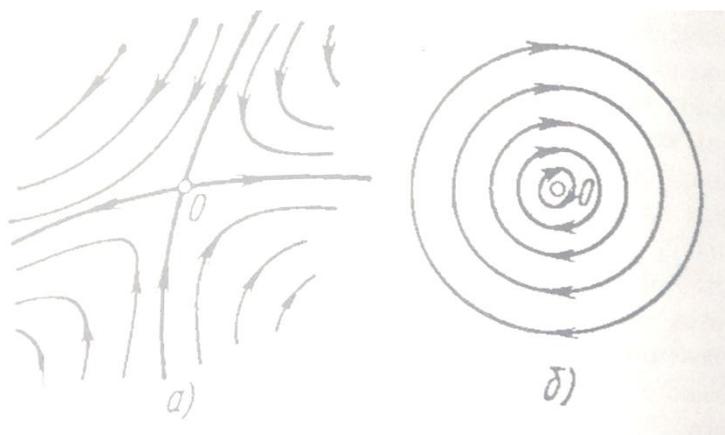


Рисунок 1. Фазовые траектории в окрестности седловой точки (а) и в окрестности состояния равновесия типа центр (б)

Бифуркаций динамических систем — это теория, которая изучает изменения качественной картины разбиения фазового пространства, в зависимости от изменения параметра (или нескольких параметров).

Центральным понятием теории бифуркации является понятие (не)грубой системы. Берётся какая-либо динамическая система и рассматривается такое (много)параметрическое семейство динамических систем, что исходная система получается в качестве частного случая — при каком-либо одном значении параметра (параметров). Если при значении параметров, достаточно близких к данному, сохраняется качественная картина разбиения фазового пространства на траектории, то такая система называется *грубой*. В противном случае, если такой окрестности не существует, то система называется *негрубой*.

Всякая динамическая система, соответствующая реальной физической задаче, содержит один или несколько параметров, границы изменения которых определяется условием задачи. Допустим, системы рассматриваются при некоторых фиксированных значениях этих параметров. Ранее при изучении грубых динамических систем отмечалась, что качественная картина траекторий на фазовой плоскости для данных частных значений

параметров только в том случае отображает реальные свойства физической системы, когда это качественная картина не меняется при малых изменениях параметров, т.е. когда при данных конкретных значениях параметров системы является грубой (или относительно грубой для некоторого сравнительного узкого класса систем, зависящих от указанных параметров). Вместе с тем в случае значительного изменения параметров качественная картина траекторий, а, следовательно, и само поведение может сильно меняться. Поэтому определение характера изменения качественной картины траектории на фазовой плоскости при изменении параметров имеет большое практическое значение.

Качественная теория и теория бифуркации динамических систем являются одними из основных методов исследования и управления движениями в космическом пространстве. Рассматриваемые теории могут применяться для решения так задач как, наведение привязанного объекта трассовой системы, стыковка КА в космическом пространстве и т.д.

Список использованных источников

1. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. М.: Наука, 1966. -568с. Динамические системы в плоской области и на сфере.
2. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. — М.: Наука, 1955
3. Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. М., Майер А. Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. — М.: Наука, 1967.
4. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1990. — 488 с. — (Справочная математическая библиотека).