ӘОК 524.834

МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН *f(Q)* ГРАВИТАЦИЯСЫ ЖӘНЕ ЕКІ СКАЛЯРЛЫҚ ӨРІС ҮШІН КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬ

Тлепбаева Меруерт Маратовна[1], **Мусатаева Асем Болатбековна**[2]
t.meruert@inbox.ru
[1] Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Жалпы және теориялық физика кафедрасының магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
[2] Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Жалпы және теориялық физика кафедрасының докторанты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Н.А. Мырзакулов

Ғалымдар Эйнштейннің жалпы салыстырмалы теориясының қарапайым геометриялық тұжырымдамасы ретінде модификацияланған гравитацияны зерттеудің жаңа түрін ұсынды. Бұл гравитация симметриялы телепараллел гравитациясы деп аталатын метрикалық емес Q шамаға тәуелді болады [1,2]. Бұл гравитация үшін әсерді келесі түрде жазылады.

$$S=\int \frac{1}{2} f(Q)\sqrt{-g}\, d^4x + \int L_m \sqrt{-g}\, d^4x, \tag{1}$$

мұндағы Q метрикалық емес скаляр болып табылады.

Бұл мақалада жазық, изотропты Фридман-Робертсон-Уокер (ФРУ) метрикасы келесідей жазылады

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \tag{2}$$

Мұндағы $a(t)$ әлемнің масштабты факторы. Осы метрика үшін метрикалық емес скаляры мынаған тең

$$Q = 6H^2.$$

Жалпы жағдайда идеал сұйықтық үшін энергия-импульс тензорын былай жазамыз

$$T_{\mu\nu} = (p+\rho)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}, \tag{3}$$

мұндағы p қысымды және ρ энергия тығыздығын білдіреді. Сонымен, ФРУ метрикасы үшін келесі өрнекті ала аламыз

$$3H^2 = \frac{1}{2f_Q}\left(-\rho + \frac{f}{2}\right), \tag{4}$$

$$\dot{H} + 3H^2 + \frac{\dot{f}_Q}{f_Q}H = \frac{1}{2f_Q}\left(p + \frac{f}{2}\right), \tag{5}$$

Мұндағы нүкте уақыт бойынша туындыны білдіреді. Фридманның модификацияланған теңдеулері Ғаламның тығыздығы мен қысымын жазуға мүмкіндік береді

$$\rho = \frac{f}{2} - 6H^2 f_Q, \tag{6}$$

$$p = \left(\dot{H} + 3H^2 + \frac{\dot{f}_Q}{f_Q}H\right)2f_Q - \frac{f}{2}. \tag{7}$$

Жалпы салыстырмалы теориясына ұқсас, біз (4) және (5) теңдеулерін келесі түрде қайта жаза аламыз.

$$3H^2 = -\frac{1}{2}\widetilde{\rho}, \tag{8}$$

$$\dot{H} + 3H^2 = \frac{\widetilde{p}}{2}. \tag{9}$$

мұндағы

$$\widetilde{\rho} = \frac{1}{f_Q}\left(\rho - \frac{f}{2}\right), \tag{10}$$

$$\widetilde{p} = -2\frac{\dot{f}_Q}{f_Q}H + \frac{1}{f_Q}\left(p + \frac{f}{2}\right). \tag{11}$$

Енді біз осы $f(Q)$ гравитациясымен минималды емес байланысқан канондық және канондық емес (тахиондық) скалярлық өрісті қарастырамыз [2,3]. Бұл модель үшін әсер келесідей жазылады

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\,\{[F(\varphi)+G(\phi)]f(Q) - V(\varphi)\sqrt{1-\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - W(\varphi,\phi)\} + S_m, \tag{12}$$

ФРУ үшін Лагранжанды төмендегідей анықтаймыз

$$\begin{aligned} L = {} & a^3 f_Q Q(F+G) - a^3 f(F+G) + 6f_{QQ}Qa^2\dot{a}(F+G) + 6f_Q\dot{a}^2a(F+G) + \\ & 6f_Q\dot{a}a^2\left(\frac{dF}{d\varphi} + \frac{dG}{d\phi}\dot{\phi}\right) - \frac{1}{2}a^3\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + a^3V\sqrt{1-\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi} + a^3W + \rho_m^0 \end{aligned} \tag{13}$$

Эйлер-Лагранж теңдеуін қолдана отырып, келесідей модификацияланған Фридман теңдеуін анықтаймыз

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\frac{p + (f - f_QQ + 2f_{QQQ}\dot{Q}^2 + 2f_{QQ}\ddot{Q} + 4f_{QQ}\dot{Q}H)(F+G) + 4f_{QQ}\dot{Q}\left(\frac{dF}{d\varphi}\dot{\varphi} + \frac{dG}{d\phi}\dot{\phi}\right)}{2f_Q(F+G)}, \tag{14}$$

Енді канондық, канондық емес және $f(Q)$ гравитациясы үшін қозғалыс теңдеулерін қорытып жаза аламыз

$$\frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2} + 3H\dot{\varphi} + \left[f_QQ\frac{dF}{d\varphi} - f\frac{dF}{d\varphi} + \frac{\partial W}{\partial\varphi} - 6f_Q(\dot{H}+2H^2)\frac{dF}{d\varphi}\right]\frac{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}}{V} + \frac{1}{V}\frac{dV}{d\varphi} = 0, \tag{15}$$

$$f_QQ\frac{dG}{d\phi} - f\frac{dG}{d\phi} + \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - 6f_Q(\dot{H}+2H^2)\frac{dG}{d\phi} + \frac{\partial W}{\partial\phi} = 0, \tag{16}$$

$$(f_{QQ} - 12f_{QQ}H^2 - 6\dot{H}f_{QQ})(F+G) = 0, \tag{17}$$

Сондай-ақ, нөлдік энергия шартын пайдаланып, Фридманның екінші теңдеуін аламыз

$$H^2 = -\frac{-\rho - f_QQ(F+G) + f(F+G) + 6f_{QQ}\dot{Q}H(F+G) + \rho_m^0}{6(F+G)f_Q}. \tag{18}$$

Фридманның бірінші және екінші теңдеулеріндегі $\rho = \rho_m + \rho_\varphi + \rho_\phi$ және $p = p_\varphi + p_\phi$ - ге тең. Сәйкесінше,

$$\rho_\varphi = \frac{V}{\sqrt{1-\dot\varphi^2}} - 6 f_Q H \frac{dF}{d\varphi}\dot\varphi, \tag{19}$$

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot\phi^2 + W - 6 f_Q H \frac{dG}{d\phi}\dot\phi, \tag{20}$$

Қысымды есептейік:

$$p_\varphi = -V\sqrt{1-\dot\varphi^2} + 2 f_Q\left(\frac{dF}{d\varphi}\ddot\varphi + 2H\frac{dF}{d\varphi}\dot\varphi + \frac{d^2F}{d\varphi^2}\dot\varphi^2\right), \tag{21}$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot\phi^2 - W + 2 f_Q\left(\frac{dG}{d\phi}\ddot\phi + 2H\frac{dG}{d\phi}\dot\phi + \frac{d^2G}{d\phi^2}\dot\phi^2\right), \tag{22}$$

Және осы модель үшін сақталу заңына сәйкес келесідей өрнекті аламыз

$$\dot\rho_\varphi + 3H(\rho_\varphi + p_\varphi) = -\frac{\partial W}{\partial\varphi}\dot\varphi + f_Q\frac{(dF/d\varphi)\dot\varphi}{F+G}\rho - 6H\frac{dF}{d\varphi}\dot\varphi f_{QQ}\dot Q - f_Q Q\frac{dF}{d\varphi}\dot\varphi + f\frac{dF}{d\varphi}\dot\varphi, \tag{23}$$

$$\dot\rho_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = f_Q\frac{dG/d\phi}{F+G}\dot\phi\rho - f_Q Q\frac{dG}{d\phi}\dot\phi + f\frac{dG}{d\phi}\dot\phi - 6H\frac{dG}{d\phi}f_{QQ}\dot Q\dot\phi, \tag{24}$$

Енді Лагранжиандағы белгісіз шамаларды анықтау үшін Нетер симметриясы әдісін қолданамыз. Нетер симметриясы $L_x L = XL = 0$ шартын қанағаттандыруы керек. Мұндағы X симметрия кенераторы

$$X = \alpha\frac{\partial L}{\partial a} + \beta\frac{\partial L}{\partial Q} + \gamma\frac{\partial L}{\partial\phi} + \varepsilon\frac{\partial L}{\partial\varphi} + \frac{\partial\alpha}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial\dot a} + \frac{\partial\beta}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial\dot Q} + \frac{\partial\gamma}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial\dot\phi} + \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial\dot\varphi} = 0 \tag{25}$$

Нетер симметрия шартынан келесідей теңдеулер жүйесін аламыз

$$f_Q(F+G)\left(\alpha + 2a\frac{\partial\alpha}{\partial a}\right) + af_Q\frac{dF}{d\varphi}\left(\beta + a\frac{\partial\beta}{\partial a}\right) + af_Q\frac{dG}{d\phi}\left(\gamma + a\frac{\partial\gamma}{\partial a}\right) + af_{QQ}(F+G)\left(\varepsilon + a\frac{\partial\delta}{\partial a}\right) = 0, \tag{26}$$

$$\begin{aligned} &a\beta f_Q\frac{d^2F}{d\varphi^2} + f_Q\left(2\alpha + a\frac{\partial\alpha}{\partial a} + a\frac{\partial\beta}{\partial\varphi}\right)\frac{dF}{d\varphi} + af_Q\frac{\partial\gamma}{\partial\varphi}\frac{dG}{d\phi} \\ &+ 2f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}(F+G) - \frac{a^2}{6}\frac{\partial\beta}{\partial a} + f_{QQ}a\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}(F+G) + a\varepsilon f_{QQ}\frac{dF}{d\varphi} = 0, \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} &a\gamma\frac{d^2G}{d\phi^2} + f_Q\left(2\alpha + a\frac{\partial\alpha}{\partial a} + a\frac{\partial\gamma}{\partial\phi}\right)\frac{dG}{d\phi} + af_Q\frac{\partial\beta}{\partial\phi}\frac{dF}{d\varphi} \\ &+ 2f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}(F+G) - \frac{a^2}{6}\frac{\partial\gamma}{\partial a} + \varepsilon f_{QQ}a\frac{dG}{d\phi} + af_{QQ}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi}(F+G) = 0, \end{aligned} \tag{28}$$

$$f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}\frac{dG}{d\phi} + f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\phi}\frac{dF}{d\varphi} - \frac{a}{6}\left(\frac{\partial\beta}{\partial\phi} + \frac{\partial\gamma}{\partial\varphi}\right) = 0, \tag{29}$$

$$f_{QQ}\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}(F+G)+f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\frac{dF}{d\varphi}-\frac{a}{6}\frac{\partial\beta}{\partial Q}=0, \tag{30}$$

$$f_{QQ}\frac{\partial\alpha}{\partial\phi}(F+G)+f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\frac{dG}{d\phi}-\frac{a}{6}\frac{\partial\gamma}{\partial Q}=0, \tag{31}$$

$$\begin{aligned}&2\alpha f_{QQ}(F+G)+2f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial Q}(F+G)+\varepsilon f_{QQQ}a(F+G)+f_Qa\frac{\partial\gamma}{\partial Q}\frac{dG}{d\phi}-f_Q\frac{dF}{d\varphi}\frac{\partial\beta}{\partial Q}+\\&f_{QQ}a\frac{\partial\varepsilon}{\partial Q}(F+G)+\beta f_{QQ}a\frac{dF}{d\varphi}+f_{QQ}a\frac{\partial\alpha}{\partial a}(F+G)+\gamma af_{QQ}\frac{dG}{d\phi}=0,\end{aligned} \tag{32}$$

$$-\alpha\frac{1}{4}+f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\phi}\frac{dG}{d\phi}-\frac{a}{6}\frac{\partial\gamma}{\partial\phi}=0, \tag{33}$$

$$f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}\frac{dF}{d\varphi}-\frac{a}{6}\frac{\partial\beta}{\partial\varphi}=0, \tag{34}$$

$$3\alpha V+\beta a\frac{dV}{d\varphi}=0, \tag{35}$$

$$3\alpha W+a\beta\frac{\partial W}{\partial\varphi}+\gamma a\frac{\partial W}{\partial\phi}=0, \tag{36}$$

$$f_{QQ}\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}(F+G)+f_Q\frac{\partial\alpha}{\partial Q}\frac{dF}{d\varphi}-\frac{a}{6}\frac{\partial\beta}{\partial Q}=0, \tag{37}$$

$$f_{QQ}a^2\frac{\partial\alpha}{\partial Q}(F+G)=0, \tag{38}$$

Осы теңдеулер жүйесін шеше отырып, келесідей шешімдер аламыз

$$\begin{aligned}&\alpha=\alpha_0a,\\&\beta=\beta_0aQ^n,\\&\gamma=-3\alpha_0\phi/2,\\&F=F_0e^{-\mu\varphi},\\&G=G_0e^{-\nu\phi},\\&V=V_0e^{-\mu\varphi},\\&W=f(\phi e^{\frac{\mu\varphi}{2}})e^{-\mu\phi}\end{aligned} \tag{39}$$

Бұл мақалада аффиндік геометриясында симметриялы телепараллел гравитациясының екі скалярлық өріспен минималды емес байланысқан космологиялық моделін зерттедік. Осы модель үшін қозғалыс теңдеулерін қорытып шығардық. Сондай-ақ, Нетер симметриясы әдісін қолдана отырып, кейбір белгісіз шамалардың шешімдерін анықтадық.

Бұл жұмыс ҚР БҒМ AP09058240 гранттық жобасы қаржыландыру аясында орындалды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. J.B. Jiménez, L.Heisenberg, T. Koivisto. Coincident General Relativity // Physical Review D. 2018. Vol.98. №4. P. 044048.
2. S.Mandal, P. K. Sahoo, J. R. L. Santos. Energy Conditions in f(Q) gravity // Physical Review D. 2020. Vol.102. №2. P. 024057.
3. R.C. de Souza, G.M. Kremer. Dark Sector from Interacting Canonical and Non-Canonical Scalar Fields // Classical and Quantum Gravity. 2010. Vol.27. №17. P. 175006.