

ЦИЛИНДРЛІК ГИДРОЦИКЛОНДАРДАҒЫ СҰЙЫҚ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ
МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

Өскен Дініслам Өскенұлы

dinshik_99@mail.ru

Жусупов Даурен Саятович

dauren099@bk.ru

5В060300-«Механика» мамандығының 4-курс студенті,

Л.Н.Гумилева ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ҚасабековМ.И.

Гидроциклондардың өнеркәсіптің және ауыл шаруашылығының әр түрлі салаларында көбірек таралуына байланысты гидроциклондардағы және қимасы айнымалы құбырлардағы сұйықтың қозғалысын зерттеу күн сайын өзекті бола түсуде.

Көптеген осыған ұқсас зерттеулердің авторлары өз еңбектерінде /1,2,3,4,5/ сұйықтың біртекті бұрандалы қозғалысының дифференциалдық теңдеулерін ортогональды қисықсызықты координат жүйесінде келесі түрде қарастырды /6,7,8/:

$$H_2 H_3 U_1 = \frac{\partial \psi}{\partial q_2}, \quad H_3 H_1 U_2 = -\frac{\partial \psi}{\partial q_1}, \quad H_3 U_3 = k\psi + C, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{H_2}{H_3 H_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{H_1}{H_2 H_3} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} \right) + \frac{H_1 H_3}{H_3} (k\psi + C) = 0, \quad (2)$$

мұндағы

H_i - Ляме коэффициенттері;

q_i - сұйық бөлшектің ортогональды координаттары;

v_i - сұйық бөлшектерінің жылдамдық компоненттері;

ψ - ағын функциясы;

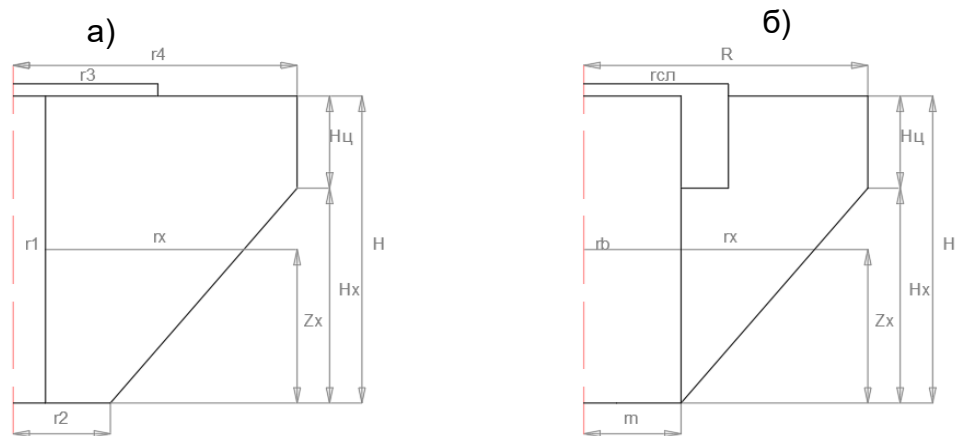
k, C - тұрақты коэффициенттер.

Жоғарыда аталған теңдеулердің жеке шешімдерін С.А. Бостандыжиян /5/ , В. К. Рожнева және В. В. Бояршинов /6/, В. В. Найденко /9/ қарастырды.

Бұл мақалада сұйық қозғалысының екі жағдайы үшін (1) және (2) теңдеулерді шешу қарастырылды: ағызу келте құбыры жоқ цилиндрлік гидроциклонда шекаралық шарттары (3) (1а-сурет) және ағызу келте құбыры бар осындай гидроциклон үшін шекаралық шарттары (4) (1б-сурет).

$$\left. \begin{aligned} \psi(r, H) = q_1 \text{ кезінде } r_3 \leq r \leq r_4; \psi(r_4, z) = -q_5 \text{ кезінде } H_k \leq z \leq H; \\ \psi(r_5, H) = -q_5 \text{ кезінде } r_5 = r_2 + z \cdot \tan \alpha, 0 \leq z \leq H_k; \psi(r, z) = q_4 \text{ кезінде } 0 \leq z \leq H; \\ \psi(r, H) = q_2 \text{ кезінде } r_1 \leq r \leq r_3; \psi(r, 0) = -q_3 \text{ кезінде } r_1 \leq r \leq r_2; \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \psi(R_{ц}, z) = -0,7q_1 \text{ кезінде } H_k \leq z \leq H_{ц}; \psi(r_1, H_{ц}) = 0,3q_1 \text{ кезінде } r_{сл} \leq r \leq R_{ц}; \\ \psi(r_{сл}, Z) = 0,3q_1 \text{ кезінде } H_k \leq Z \leq H_{ц}; \psi(r, z) = -q_5 \text{ кезінде } r = r_n + z \tan \alpha, a \leq Z \leq H_k; \\ \psi(r_B, z) = q_4 \text{ кезінде } a \leq Z \leq H_k; \psi(r, H_k) = q_2 \text{ кезінде } r_B \leq r \leq r_{сл}; \\ \psi(r, 0) = -q_3 \text{ кезінде } r_B \leq r \leq r_n; \end{aligned} \right\} (4)$$



Сурет 1. Гидроциклондардың сұлбалары

мұндағы

$$q_1 = \frac{Q_{\text{вх}}}{2\pi} - \text{гидроциклонның кіреберістегі меншікті өтімі};$$

$$q_2 = \frac{Q_{\text{сл}}}{2\pi} - \text{гидроциклонның меншікті ағып шығу өтімі};$$

$$q_3 = \frac{Q_{\text{п}}}{2\pi} - \text{гидроциклонның меншікті құмтасымал өтімі};$$

$$q_4 = \frac{Q_{\text{вос}}}{2\pi} - \text{гидроциклонның меншікті жоғарышығу өтімі};$$

$$Q_5 = Q_3 + Q_4 - \text{гидроциклонның меншікті төменкету өтімі};$$

a - құм саңылауынан нөлдік өстік жылдамдықтың бетіне дейінгі арақашықтық (яғни, жоғарышығу ағынға дейінгі);

H_b - жоғарышығу ағынының биіктігі.

Теңдеулерді шешу сандық интеграция әдісімен жүзеге асырылды.

Сұйық қозғалысының дифференциалдық теңдеуімен ұсынылған математикалық модельден компьютерде орындалатын сандық алгоритмге ауысу тор әдісімен жүзеге асырылды.

Тор теңдеулерін құру үшін ақырлы айырмашылық әдісі қолданылды, одағы дербес туындылар шекті- айырмашылық өрнектерімен ауыстырылды.

Осы операцияларды жүзеге асыру мақсатында жоғарыда аталған теңдеу $u = \frac{\Psi}{r}$ жаңа айнымалыны енгізу арқылы келесі түрге келтірілді:

$$\text{divgrad } u + \left(k^2 - \frac{1}{r^2} \right) \cdot u = \frac{kC}{r}. \quad (5)$$

Жаңа u айнымалысын енгізу нәтижесінде сұйық ағынының жылдамдығын құрайтын формулалар (9) да өзгерді.

$$v_r = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad v_z = -\left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \quad v_\varepsilon = \left(ku + \frac{C}{r} \right) \quad (6)$$

тандалған екі сұлба үшін шекаралық шарттар:

$$\left. \begin{aligned} u(r, H) &= \frac{q_1}{r} \text{ кезінде } r_3 \leq r \leq r_4; u(r_4, Z) = -\frac{q_5}{r_4} \text{ кезінде } H_k \leq Z \leq H; \\ u(r_5, Z) &= \frac{-q_5}{(r_2+z \tan \alpha)} \text{ кезінде } 0 \leq Z \leq H_k; u(r, Z) = \frac{q_4}{r_1} \text{ кезінде } 0 \leq Z \leq H; \\ u(r, H) &= \frac{q_2}{r} \text{ кезінде } r_1 \leq r \leq r_3; u(r, 0) = -\frac{q_3}{r} \text{ кезінде } r_1 \leq r \leq r_2; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

және

$$\left. \begin{aligned} u(R_{II}, Z) &= \frac{-0,7q_1}{R_{II}} \text{ кезінде } H \leq Z \leq H_k; u(r, H_{III}) = \frac{0,3q_1}{r} \text{ кезінде } r_{cл} \leq r \leq R_{II}; \\ u(r_{cл}, Z) &= \frac{-0,3q_1}{r_{cл}} \text{ кезінде } H_k \leq Z \leq H_{III}; u(r,) = \frac{-q_5}{(r_n+z)} \text{ кезінде } a \leq Z \leq H_k; \\ u(r_B, Z) &= \frac{q_4}{r_B} \text{ кезінде } a \leq Z \leq H_k; u(r, H_k) = \frac{q_2}{r} \text{ кезінде } r_B \leq r \leq r_{cл}; \\ u(r, 0) &= \frac{-q_3}{r} \text{ кезінде } r_B \leq r \leq r_{cл}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

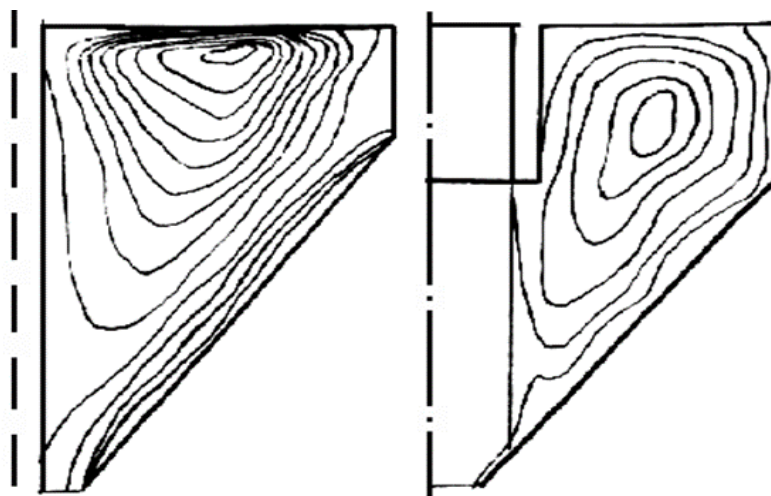
Теңдеудің шешімі (2) жаңа (7) және (8) шекаралық шарттарда теңдік болып табылады

$$\iint_{\Delta S_{ij}} \frac{\partial u}{\partial n} ds + \iiint_{\Delta V_{ij}} \left(k^2 - \frac{1}{r^2} \right) u dv + \iiint_{\Delta V_{ij}} \frac{kC}{r} dv = 0 \quad (9)$$

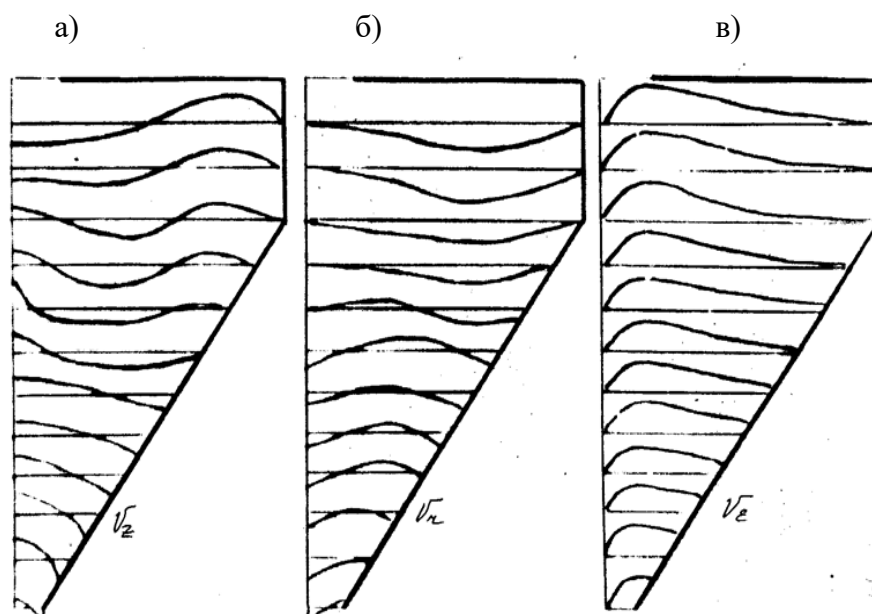
Шешімді табу үшін Зейделдің итерациялық әдісі қолданылды, бұл әдіс бойынша жеткілігінше аз қадам жасап нақты шешімге жақындайтын шамалардың тізбегін алуға болады.

Бағдарламаны іске асыру нәтижесінде гидроциклон ішіндегі ауданды толтыратын тордың барлық тораптары үшін $u(i, j)$ мәндері алынды, содан кейін алынған $u(i, j)$ мәндері тиісті r_i радиустарына көбейтілгеннен кейін функцияның әрбір торабы үшін сұйық ағынының жылдамдықтарының құрамдастары табылды.

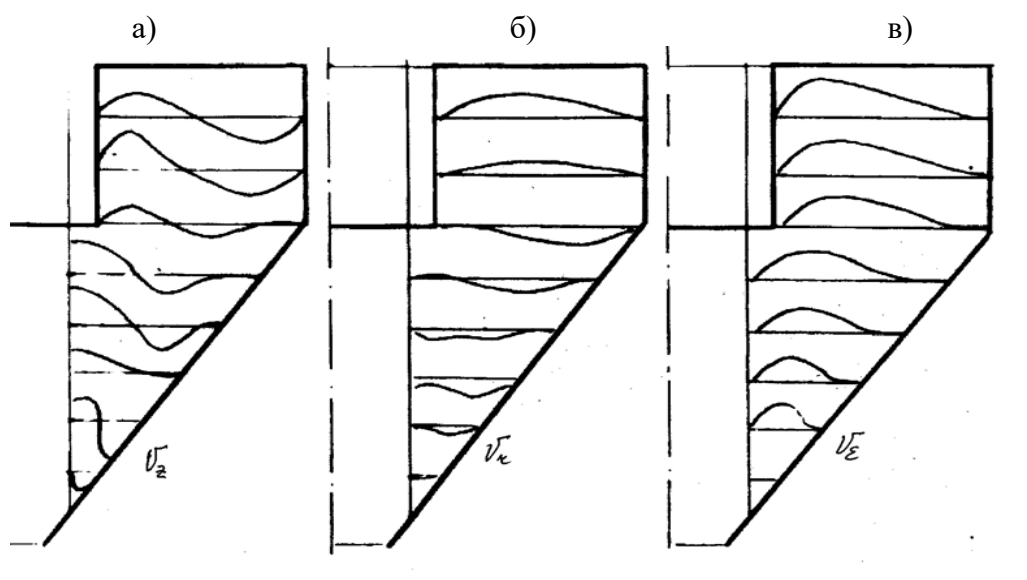
2-суретте есептеу нәтижелері бойынша сызылған ағын сызықтарының сызбалары, ал 3 және 4 - суреттерде жылдамдық компоненттерінің диаграммалары көрсетілген.



Сурет 2. Гидроциклондардағы ағын сызықтары



Сурет 3. Су ағызатын құбыры жоқ гидроциклондағы v_z , v_r және v_e жылдамдықтарының эпюрі



Сурет 4. Су ағызатын құбыры бар гидроциклондағы v_z , v_r және v_e жылдамдықтарының эпюрі

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Бельгибаев Б.А. Прикладные задачи теории закрученного движения тяжелой двухфазной жидкости. – Алматы, 1994 – 115 с.
3. Ахмедов Т.Х., Бельгибаев Б.А. Численный расчет движения гидросмеси в цилиндрическом гидроциклоне. – Алматы, 1987 – 31 с.
4. Бостанджиян С.А. Однородное винтовое движение в конусе. – ПММ, 1961 - С. 140-145.
5. Рожнова В.К., Бояршинов В.В. Теоретические исследования структуры потока в гидроциклоне //Изв. вузов, 1977 – С. 126-130.
6. Громека И.С. Некоторые случаи движения несжимаемой жидкости. – М., 1952 – С.76-148.
7. Васильев О.Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. – М., 1958 – 140 с.

8. Абдураманов А.А. Механика жидкости. Учебное пособие для вузов. - Тараз.: Сенім. – 280 с.
9. Найденко В.В. Применение математических методов и ЭВМ для оптимизации и управления процессами разделения суспензии в гидроциклоне. – Горький, 1976 – 285 с.