

УДК 517.946

**КОЭФФИЦИЕНТТЕРІ КОМПЛЕКСМӘНДІ БЕСІНШІ РЕТТІ
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІҢ ШЕШІЛІМДІЛІК ШАРТТАРЫ**

**Ратхан Аяулым Жасұланқызы,
Жұмабек Таңшолпан Суннатиллақызы**
ayaulym9469@gmail.com, zhumabek_ts_1@enu.kz

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 7М05401-Математика мамандығының 2-курс
магистранттары, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшілері – Ахметкалиева Р.Д.

Жұмыста шенелмеген облыста берілген сингулярлы бесінші ретті жоғары коэффициенті айнымалы, ал кіші коэффициенті комплексмәнді бір дифференциалдық теңдеудің бірімәнді шешілуі және сол шешім үшін коэрцитивті теңсіздіктің орындалуының шарттары алынады.

Тақ ретті дифференциалдық операторлар жартылай шенелмеген операторларға, яғни энергетикалық кеңістігі Соболев класына енбейтін операторларға жатады. Мұндай операторларды зерттеудің өз қиындықтары бар. Тақ ретті, соның ішінде үшінші ретті дифференциалдық теңдеулерге қатты денелер физикасының, атмосфералық физиканың және электрогидродинамиканың [1] бірқатар есептері келеді. Мұндай теңдеулер сәулелік импульстік толқындардың таралуын, сол сияқты, есте сақтауға қабілетті ортада өтетін процестерді сипаттайды және кейбір спектрлік есептерді шешу үшін маңызы бар.

Сызықты емес 3-ші ретті дифференциалдық теңдеудің маңызды өкілдері қатарына біз толқындардың таралуын сипаттайтын Кортевег–де Фриз теңдеуі мен оның модификацияларын, сол сияқты гиродинамикада қолданылатын композит типті теңдеулерді жатқыза аламыз. Үшінші ретті сызықты дифференциалдық теңдеулер белгілі проекциялық әдістерді, соның ішінде Фурьенің айнымалыларды ажырату әдісін математикалық физиканың дербес туындылардағы теңдеулеріне қолдану нәтижесінде пайда болады. Тақ ретті сызықты, сызықты емес, жоғары коэффициенттері айнымалы және тұрақты болған жағдайлары М. Өтелбаев, К.Н. Оспанов, М.Б. Муратбеков, Ж.Ж. Айтқожа, А. Біргебаев, Т.Т. Аманова, А.Ж. Тоғучуев, Б. Алиев, т.б. және соңғы уақыттарда олардың шәкірттерінің еңбектерінде зерттеліп жүр.

Айталық $1 < p < +\infty$ болсын. $L_p \equiv L_p(R)$, $R = (-\infty, +\infty)$ арқылы

$$\|\varphi\|_p = \left(\int_R |\varphi(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$$

нормасы ақырлы болатын функциялар кеңістігі белгіленеді.

Жұмыста келесі түрдегі дифференциалдық теңдеу қарастырылады

$$l_\lambda y \equiv -a(x) \left(a(x) \left(a(x) \left(a(x) (y')' \right)' \right)' \right)' + (b(x) + ic(x) + \lambda)y = f(x), \quad (1)$$

мұндағы $f \in L_p(-\infty, +\infty)$, $1 < p < +\infty$ және $\lambda \geq 0$. Бұл теңдеудің бірімәнді шешілу шарттары алынып, және сол ешім үшін келесі түрдегі коэрцитивті бағалаудың орындалу шарттары алынады:

$$\left\| -a(x) \left(a(x) \left(a(x) \left(a(x) (y')' \right)' \right)' \right)' \right\|_p^p + \|(b(x) + ic(x) + \lambda)y\|_p^p \leq K_0 \|f\|_p^p. \quad (2)$$

Бұл коэрцитивті баға шешімнің мүмкін болған тегістігін білдіреді және оның шексіз алыс нүкте аймағында өзгеруінің кейбір заңдылықтарын береді. Одан бөлек, ол (1) теңдеуін құрайтын l операторының анықталу облысын салмақты Соболев кеңістігі ретінде толық сипаттайды да, осы теңдеуді жуықтап шешуге тікелей қатысы бар кейбір мәселелерді функционалдық анализдің заманауи әдістерін қолдана отырып зерттеуге жол ашады.

(1) теңдеудің жоғары коэффициенті тұрақты болған, n -ші ретті түрі [2] жұмысында, ал бұндай үшінші ретті жоғары коэффициенттері айнымалы болған теңдеулер [3, 4, 5, 6] жұмыстарында қарастырылған. Ортаңғы мүшелері бар үшінші ретті теңдеулердің шешілімділік және коэрцитивтік мәселелері [7,8] жұмыстарында зерттелген.

Анықтама. Егер $y(x) \in L_p(R)$ функциясы үшін $n \rightarrow \infty$ ұмтылғанда $\|y_n - y\|_p \rightarrow 0$, $\|(l + \lambda E)y_n - f\|_p \rightarrow 0$ болатындай бес рет үзіліссіз дифференциалданатын және финитті функциялардың $\{y_n\}_{n=1}^\infty$ тізбегі табылса, онда $y(x)$ функциясы (1) теңдеуінің шешімі деп аталады.

$C^{(k)}(R)$ ($k = 1, 2, \dots$) арқылы $\sum_{i=0}^k \sup |\psi^{(i)}(x)|$ шамасы ақырлы болатын және k рет үзіліссіз дифференциалданатын $\psi(x)$ функциялар жиынын белгілейік.

Жұмыстың негізгі нәтижесі келесі теоремада келтірілген.

Теорема. Айталық, $b(x)$, $c(x)$ функциялары R - де үзіліссіз, $a(x) \in C_{loc}^{(4)}(R)$ болсын және төмендегі шарттар орындалсын

$$a(x) \geq 1, \frac{b(x)}{a^5(x)} \geq 1, c(x) \geq 1,$$

$$K^{-1} \leq \frac{a(x)}{a(\eta)}, \frac{b(x)}{b(\eta)}, \frac{c(x)}{c(\eta)} \leq K, x, \eta \in R, |x - \eta| \leq 1,$$

$$|a^{(i)}(x)| \leq K_i a(x) \quad (i = \overline{1,4}), x \in R$$

$$\sup_{|x-\tau \leq 1} \frac{|V_\lambda(x) - V_\lambda(\tau)|}{|V_\lambda(x)|^v |x-\eta|^\mu} < +\infty, \quad 0 < v < \frac{\mu}{5} + 1, \quad \mu \in (0,1], \quad \lambda \geq 0,$$

мұндағы $V_\lambda(x) := \frac{|b(x) + \lambda + ic(x)|}{a^5(x)}$. Онда барлық $\lambda \geq \lambda_0$ үшін (1) теңдеудің шешімі бар

болатындай $\lambda_0 \geq 0$ саны табылады. Сонымен қатар,

$$|a^{(5)}(x)| \leq Ka(x), \quad x \in R,$$

шарты орындалса, онда (1) теңдеудің шешімі $y(x)$ жалғыз болады және ол үшін (2) бағалауы орындалады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Liu C.H., Weznik A.W., Yeh K.C. Propagation of pulse trains through a random// IEEE Trans. Ant. Prop. – 1974.–Vol.22, Issue 4. –P.184-187.
2. M. B. Muratbekov, M. M. Muratbekov and K. N. Ospanov Coercive Solvability of Odd-Order Differential Equations and Its Applications, Doklady Math. 82 (2010), no. 3, 1-3.
3. R. D. Akhmetkaliyeva, K. N. Ospanov, L.-E. Persson, P.Wall Some new results concerning a class of third order differential equations, Appl. Anal. 94 no.2 (2015), 419–434.
4. R. D. Akhmetkaliyeva About conditions for the solvability of a class of third-order differential equations, Research Report 7, Department of Mathematics, Luleå University of Technology, (18 pages), 2012.
5. Ахметкалиева Р.Д. Сингулярлы дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің коэрцитивті бағалаулары мен олардың қолданулары. //Дис...PhD. Астана, 2013
6. Ахметкалиева Р.Д. Коэрцитивные оценки решения одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка// Вестник Карагандинского университета. – 2013. - №2 (70). – С.28-35
7. Zh.B. Yeskabylova The maximal regularity conditions for a third-order differential equation with fast growing intermediate coefficients //Procced. 12th internat.congress ISAAC.– Aveiro, 2019. – P. 99.
8. Ескабылова Ж.Б. Үшінші ретті сингулярлы дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің коэрцитивті бағалауы // Дис...PhD. Нұр-Сұлтан, 2020