УДК 519.101

МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНДАҒЫ КОМБИНАТОРИКА ЕСЕПТЕРІН ШЫҒАРУ ӘДІСТЕРІ

Сағынова Ардақ Әділбекқызы
ardak.sagynova@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университетінің 1-курс магистранты
Ғылыми жетекші: Бургумбаева С.К.

Қазіргі уақытта ықтималдық теориясы ғылым мен қолданбалы қызметте өте маңызды орынға ие болды. Оның идеялары, әдістері мен нәтижелері тек қана пайдаланылмайды, сонымен қатар барлық жаратылыстану және техникалық ғылымдарға енеді. Біздің өмірімізге сайлау мен референдумдар, банктік несиелер мен сақтандыру полистері, жұмыспен қамту кестелері мен әлеуметтік сауалнамалардың кестелері кірді.

Қоғам өзін тереңірек зерттей бастады және өзі туралы , ықтималдық туралы идеяларды қажет ететін табиғат құбылыстары туралы болжам жасауға тырысады.

Мемлекеттік білім беру стандартына және математикадан негізгі (орта) мектеп курсына арналған бағдарламаға сәйкес комбинаторика, статистика және ықтималдық теориясының элементтері енгізілген. Соңғы жылдары математика пәні бойынша ҰБТ тапсырмаларында ықтималдықтар теориясы және комбинаторика есептері кезедеседі. Сондықтан математиканы оқыту кезінде оқушыларды осындай мәселелерді шешуге үйрету үшін арнайы дайындық қажет.

Қазіргі уақытта ықтималдықтар теориясы бойынша барлық дерлік оқу құралдарында комбинаторлық тапсырмаларды шешудің келесі негізгі әдістері ерекшеленеді: барлық мүмкін нұсқаларды санау (жүйелі санау, шектеулі санау), толық граф, нұсқалар ағашы (граф-ағаш), нұсқалар кестесі, қосу және көбейту ережелері. Факториал. Орналастыру. Теру. Ауыстыру. К омбинациялар санын есептеуге арналған формулалар. Паскаль Үшбұрышы. Бином Ньютон. Аралас тапсырмалар.

Ғылыми-әдістемелік әдебиеттерді талдау [1-5] комбинаторлық тапсырмалардың келесі түрлерін ажыратуға мүмкіндік берді:

- барлық шешімдерді тізімдеу талап етілетін тапсырмалар;
- Шартында барлық мүмкін жауаптардың ішінен қосымша берілген шартты қанағаттандыратын шешімді табу тапсырмалары;
- шешімдер санын есептеу қажет тапсырмалар.

Н.Ш. Кремердің [4] пікірі бойынша комбинаторлық объектілерді есептеу дағдысының процесін оқыту уақыты мен есептеу әдістеріне байланысты үш кезеңге бөлуге болады:
- тікелей талдау әдісімен есептеу;
- комбинаторлық принциптерді пайдалана отырып есептеу;
- комбинаторика формулаларын пайдалана отырып есептеу.

Біз төменде осы кезеңдердің әрқайсысын ашатындай мысалдар келтірдік. Іріктеу операциясы комбинация идеясын ашады, комбинаторлық ұғымдарды қалыптастыруға негіз болады, сондықтан бірінші кезекте жүйелі сұрыптау дағдыларын қалыптастыру міндеті болуы керек.

1-мысал.

Самат, Палуан, Ильяс және Шапағат атты төрт адамнан тұратын теннисшілер тобынан жаттықтырушы жарыстарға қатысу үшін жұп бөледі. Мұндай жұпты таңдаудың қанша нұсқасы бар?

Шешімі: Алдымен біз Саматты қамтитын барлық жұптарды құрамыз (қысқаша айтқанда, біз есімдерінің алғашқы әріптерін жазамыз). Біз үш жұп аламыз: СП, СИ, СШ . Енді біз Палуан кіретін, бірақ Самат кірмейтін жұптарды жазамыз. Ондай екі жұп бар: ПИ, ПШ.

Әрі қарай, біз Иильяс кіретін, бірақ Самат пен Палуан кірмейтін жұптарды құрамыз. Мұндай жұп бір ғана: ИШ.

Жұптастырудың басқа нұсқалары жоқ, өйткені Шапағат кіретін барлық жұптар қазірдің өзінде құрастырылған.

Сонымен, біз 6 жұп алдық: СП, СИ, СШ, ПИ, ПШ, ИШ. Сонымен, осы топтағы теннисшілер жұбын жаттықтырушының таңдауының 6 нұсқасы бар. Тапсырманы шешуде біз қолданған сұрыптау әдісі *мүмкін нұсқаларды санау* деп аталады.

2-мысал.

Үш дос – Арай, Көркем және Жаннұр – бірінші қатардағы 1-ші және 2-ші орындардағы сән көрсетіліміне екі билет сатып алды. Залда осы екі орынды иеленудің қанша нұсқасы бар?

Шешімі: Егер Арай мен Көркем сән көрсетіліміне барса, онда олар екі жолмен орын ала алады: 1-ші орын – Арай , 2-ші Көркем немесе керісінше. Аналогиялық тұрғыдан, Арай мен Жаннұр немесе Көркем мен Жаннұр. Осылайша біз 6 нұсқаны алдық: АК, КА, АЖ, ЖА, КЖ, ЖК.

3-мысал.
Үлкен сегіздік өкілдерінің кездесуінде олар қол алысты. Қанша қол алысу болғанын табыңыз.
Шешімі: Бұл тапсырманы тікелей талдау арқылы шешуге болады, және ең басында біз барлық мүмкін нұсқаларды сұрыптау кезінде шатастыратын жағдай орын алатынын байқаймыз. Бірақ белгілі бір белгілерді - кодтауды енгізу арқылы шешімді елестету өте оңай болады.
Біз әр өкілге 1-ден 8-ге дейін нөмір береміз, ал қол алысу келесідей кодталған: мысалы, 24 саны 2-ші өкілдің 4-ке қолын созғанын білдіреді. Сонымен қатар, 35 және 53 саны бірдей қол алысуды білдіреді, біз олардың кішісін алайық. Қол алысу кодтарын біз келесі кестемен жасай аламыз:
12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,
23, 24, 25, 26, 27, 28,
34, 35, 36, 37, 38,
45, 46, 47, 48,
56, 57, 58,
67, 68,
78.
Осылайша біз 1+2+3+4+5+6+7=28 қол алысу нәтижелерін алдық.

Комбинаторлық жиынтықтарды санаудың тағы бір тәсілі- қосу ережесін қолдану.
4-мысал.
Сыныптан бір кезекші, қыз немесе ұл бөліп алу керек. Егер сыныпта 20 ұл, 18 қыз болса, кезекшіні таңдаудың қанша әдісі бар?
Шешімі: Біз 20 ұлдан бір ұлды 20 жолмен таңдай аламыз, ал 18 қыздан бір қызды 18 жолмен таңдай аламыз. Содан кейін (18+20) тәсілмен бір кезекші ұл немесе қызды таңдай аламыз.
Нұсқаларды есептеу үшін біз мұнда келесідей тұжырымдалатын қосу ережесін қолдандық: егер екі әрекет бір – бірін жоққа шығарса, олардың біреуін n әдістерімен, ал екіншісін m әдістерімен орындауға болатын болса, онда олардың кез-келгенін $n + m$ әдістерімен орындауға болады. Біздің мысалда әрекеттер бір-бірін жоққа шығарады, бір-бірімен қиылыспайтын жиындар берілген.

5-мысал.
Мұғалім аудиторияны тазарту үшін үш студентті тағайындағысы келеді. Топта жиырма жеті студент бар. Мұны қанша жолмен жасауға болады?
Шешімі: Студенттердің тәртібі маңызды емес болғандықтан, комбинациялар саны үшін формуланы қолданамыз (27-ден кез-келген 3 элементті таңдау):

$$C_{27}^{3} = \frac{27!}{24!\,3!} = \frac{25 \cdot 26 \cdot 27}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2925$$

6-мысал.
25 оқушыдан тұратын сыныпта ғылыми конференция үшін төрт оқушыны таңдау керек. Мұны қанша жолмен жасауға болады?
Шешімі. Таңдалған төрт оқушының реті маңызды емес болғандықтан, бұл есепті шешу үшін теру формуласын қолданамыз:

$$C_{25}^{4} = \frac{25!}{21!\,4!} = \frac{22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 12650$$

7-мысал.
Шипажайға 3 жолдама бар. 5 үміткер үшін бөлудің қанша нұсқасын жасауға болады?
Шешімі. Қажетті опциялар саны 5 элементтен 3 элементтен тұратын орналастыру санына тең, яғни:

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

8 - мысал. Бір күндік сабақ кестесінде 6 сабақ бар. 12 пәннен кесте жасаған кездегі осындай кестелердің санын анықтаңыз.
Шешімі. Мұндай орналастырулар құру кесте құру кезінде сабақ тәртібін (ретін) ескеру қажет екендігімен анықталады.

$$A_{12}^6 = \frac{12!}{6!} = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 665680$$

7, 8- мысалдары орналастыру формуласы бойынша шешілді.

9-мысал.
Сөреге әр түрлі маркалы жеті кәмпитті қанша жолмен бір қатарға қоюға болады?
Шешім: бұл міндет жеті түрлі кәмпиттердің орын ауыстыруларының саны туралы. Формула бойынша біз келесіні аламыз:
$P_7 = 7! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5040$ кәмпиттерді орналастыру тәсілдері.

10-мысал. Кітапхана сөресінде 10 кітап бар. 8 түрлі авторлардың кітабы және тағы 2 автордың кітабы бар. Бұл кітаптарды бір автордың кітаптары бір-бірінің қасында болатындай етіп қанша жолмен орналастыруға болады?
Шешімі: Бір автордың үш кітабын уақытша бір нысанға біріктіреміз, барлығы 9 нысанды - 8 кітапты және екі кітаптан 1 нысанды аламыз. Олар үшін ауыстырулар саны P_9 болады. Енді екі кітаптың орнын ауыстырамыз.Олардың саны P_2. Жұмыс ережесіне сәйкес, біз кітаптарды дұрыс ұйымдастырудың тәсілдерінің саны $P_9 \cdot P_2 = 9! \cdot 2!$ тең екенін аламыз.
Соңғы нәтижені есептеу кезінде орын алмастырулар формуласы қолданылды.
Біз әзірлеген есептер кешені математика мұғалімдеріне де, студенттерге де педагогикалық практикадан өту кезінде пайдалы болады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі:

1. Андронов А.М., Копытов Е.А., Гринглаз Л.Я. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2004. – 461 с.
2. Бунимович Е.А., Булычев В.А. Вероятность и статистика. 5-9 кл.: пособие для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2009. – 159 с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов. Изд. 6-е, доп. – М.: Высш. шк., 2008. – 405 с.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – 2-е изд., - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. – 573 с.
5. Матылыцкий М.А. Теория вероятностей в примерах и задачах: Учеб. пособие. – Гродно: ГрГУ, 2002. – 248 с.