моделей значения плотности энергии и давления получились одинаковыми. Получившиеся решения подтверждают, что фермионное поле может быть ответственно за ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант № 0118RK00935 и грант AP08051910.

Список использованных источников

1. Кувшинова Е.В., Сандакова О.В. Космология с расширением и вращением. Под науч. ред. Панова В.Ф.; Перм. гос. нац. исслед.ун-т. -2019. -129с.
2 .Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Лемец О.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. -2012. -Том 182 №9.
3. Бронников К.А, Рубин С.Г. Лекции по гравитации и космологии. Учебное пособие. М.:МИФИ. -2008. -460 с.
4. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория поля // Серия: «Теоретическая физика» том II. -М., 1998. -504с.

ӘОЖ 29.05.41

ЕКІ СКАЛЯРЛЫҚ ӨРІСІ БАР ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИЯДАҒЫ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕР

[1]Ермұрат Бұлбұл, [2]Бекова Гүлдана Танбайкызы
bulbul_02@mail.ru, bekovaguldana@gmail.com
[1]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, физика-техникалық факультетінің магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
[2]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ,Еуразия халықаралық теориялық физика орталығының ғылыми қызметкері, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Н.А.Мырзакулов

Әдеттегі материя Әлемдегі бақыланатын кисықтарын түсіндіре алмайтыны белгілі.Сондықтан бізге материяның басқа түрі қажет болады. Бұл әлі күнге дейін шешілмей келе жатқан мәселе [1], және оны қара материя деп аталатын материямен ғана гравитациялыөзара әрекеттесетінбіртүрліматерияөрісібардегенболжамтүсіндиреалады[2]. Линзалаудың гравитациялық әсері туралы соңғы деректер күңгірт материяның бар екендігін растайды [3,4].

Жақында астрономиялық бақылаулардан соңғы кезде Әлем үдетіліп кеңейетінін байқады [5,6]. Бірақ стандартты космология бұл бақыланған құбылысты түсіндіре алмайды. Соңғы уақыттакүңгірт энергия деп аталатын Әлемнің үдемелі кеңеюін тудыратын теріс қысымды экзотикалық компонент бар деген ойкөп айтылған. Бұл әдетте скалярлық өрісте сипатталады және қазіргі уақытта Әлемнің энергия өрісінің көп бөлігінқұрайды.

Бұл мақалада екі канондық скаляр өрісімен телепараллел гравитациясы арасындағы минималды емес әсерлескен жалпы моделі зерттеледі. Фридманның екі қозғалыс теңдеуі және екі скаляр өріс үшін қозғалыс теңдеулері қорытылып шығарылды. Сондай-ақ, Нетер теоремасы арқылы қолданылып Лагранжиандағы барлық белгісіз шамалардың түрлері алынды. Нетер теоремасындағы симметриялық шартын қанағаттандыратын потенциалдар мен байланыстардың әр жинағына белгілі бір модель сәйкес келеді. Симметриядан туындайтын кейбір жеке модельдер үшін өріс теңдеулері шешіледі және олар сәйкес келетін ғарыштық сценарийлер арқылы талданылады.

Канондық скаляр өрістің әсерлесуі.

Телепараллел гравитациямен минималды емес байланысқан екі әсерлесетін скаляр өріс үшін жалпы әсерді келесідей аламыз

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\{[F(\phi)+G(\chi)]T + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - W(\phi,\chi)\} + S_m, \quad (1)$$

мұндағы $S_m = \int d^4x\sqrt{-g}L_m$ материяның жалпы өрісін беретін әсер болып табылады. Мұнда R - Риччи скаляры , ал $F(\phi)$, $G(\chi)$ скаляр өріс пен гравитациялық өрістің байланысын сипаттайтын жалпы функцияларын білдіреді. Сонымен қатар $V(\phi)$ - ϕ өрістің өзіндік әсер ету потенциалы, ал $W(\phi,\chi)$ - ϕ және χ өрістері арасындағы өзара әсерлесуі, χ. өрісінің өзіндік әсер етуін қоса сипаттайды. Бұл қозғалыста $F(\phi)+G(\chi)\to 1/2$ болғанда Эйнштейн байланысына орнатылады.

Фридман – Робертсон –Уокердің (ФРУ) жазық метрикасын $ds^2 = dt^2 - a(t)^2(dx^2+dy^2+dz^2)$ қарастырамыз. Сондай-ақ, $a(t)$-масштабты фактор болып табылады және $\phi = \phi(t)$ және $\chi = \chi(t)$ жалпы қысымсыз сұйықтық зат деп есептейміз. Демек, біз (1) қозғалыстан нүктелік Лагранжианды ала аламыз:

$$L = 6a\dot{a}^2(F+G) + a^3\{\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V + \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 - W\} + \rho_m^0, \quad (2)$$

мұнда ρ_m^0 жалпы материяның бастапқы уақыт кезеңіндегі энергия өрісінің тығыздығы, ал нүкте уақыт бойынша туындысын көрсетеді.

Сондықтан a, ϕ және χ үшін (3) Лагранжианға қойылған Эйлер-Лагранж теңдеулері мынаған тең:

$$2\dot{H} + 3H^2 = -\frac{p}{2(F+G)}, \quad (3)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + 6H^2\frac{dF}{d\phi} + \frac{dV}{d\phi} + \frac{\partial W}{\partial\phi} = 0, \quad (4)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + 6H^2\frac{dG}{d\chi} + \frac{\partial W}{\partial\chi} = 0 \quad (5)$$

Сондай-ақ (3) Лагранжианмен байланысқан энергиялық функция жоғалады да, Фридманның модификацияланған теңдеуін алуға болады:

$$E_L = \frac{\partial L}{\partial\dot{a}}\dot{a} + \frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}}\dot{\varphi} + \frac{\partial L}{\partial\dot{\chi}}\dot{\chi} - L \equiv 0, \Rightarrow H^2 = \frac{\rho}{6(F+G)}. \quad (6)$$

Жоғарыда келтірілген теңдеулерде $H = \dot{a}/a$ Хаббл параметрлерін білдіреді. Мұнда $\rho = \rho_m + \rho_\phi + \rho_\chi$ және $p = p_\phi + p_\chi$ мына түрде беріледі:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V, \quad (7)$$

$$\rho_\chi = \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 + W \quad (8)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V + 4H\frac{dF}{d\phi}\dot{\phi}, \quad (9)$$

$$p_\chi = \frac{1}{2}\dot{\chi}^2 - W + 4H\frac{dG}{d\chi}\dot{\chi}. \quad (10)$$

Енді (7), (8) , (9) және (10) энергия тығыздығы мен тиісті қысым үшін $\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0$ шамасын есептеу бізге мыналарды береді:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = -\frac{\partial W}{\partial \phi}\dot{\phi} + \frac{(dF/d\phi)\dot{\phi}}{F+G}\rho, \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_\chi + 3H(\rho_\chi + p_\chi) = \frac{\partial W}{\partial \phi}\dot{\phi} + \frac{(dG/d\chi)\dot{\chi}}{F+G}\rho, \quad (12)$$

Нетер симметриясындағы потенциалдар мен байланыстар.

Енді Нетер теоремасының симметриялық шарты $L_x\mathrm{L} = X\mathrm{L} = 0$ орындалса, $L=L(q_i,\dot{q}_i)$ түрдегі Лагранжиан үшін Нетер симметриясы бар болады.

Сондай-ақ, X векторлық өрісі бар (2) нүктелі Лагранжиан қолданылады. Біздің есебімізде мына формула беріледі:

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \beta\frac{\partial}{\partial \phi} + \gamma\frac{\partial}{\partial \chi} + \frac{\partial \alpha}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \frac{\partial \beta}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \dot{\phi}} + \frac{\partial \gamma}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \dot{\chi}}, \quad (13)$$

мұндағы α , β және γ шамалары (a , ϕ , χ) тәуелді функциялар.

Бұл жағдайда біз келесідей дифференциалдық теңдеулердің байланысқан жүйесін аламыз:

$$\dot{a}^2 : (F+G)(\alpha + 2a\frac{\partial \alpha}{\partial a}) + a(\frac{dF}{d\varphi}\beta + +\frac{dG}{d\phi}\gamma) = 0, \quad (14)$$

$$\dot{\phi}^2 : 3\alpha + 2a\frac{d\beta}{d\phi} = 0, \quad (15)$$

$$\dot{\chi}^2 : 3\alpha + 2a\frac{d\gamma}{d\chi} = 0, \quad (16)$$

$$\dot{a}\dot{\phi} : 2\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi}(F+G) - \frac{\dot{a}^2}{6}\frac{\partial \beta}{\partial a} = 0, \quad (17)$$

$$\dot{a}\dot{\chi} : 2\frac{\partial \alpha}{\partial \chi}(F+G) - \frac{\dot{a}^2}{6}\frac{\partial \gamma}{\partial a} = 0, \quad (18)$$

$$\dot{\phi}\dot{\chi} : \frac{\partial \beta}{\partial \chi} + \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} = 0\,, \tag{19}$$

$$\dot{a}^0 \dot{\phi}^0 \dot{\chi}^0 : 3\alpha(V+W) + a\beta\left(\frac{dV}{d\phi} + \frac{\partial W}{\partial \phi}\right) + a\gamma\frac{\partial W}{\partial \chi} = 0 \tag{20}$$

Ендігі уақытта, жоғарыдағы теңдеулер жүйесін шешіп, келесідей шешімдерге келеміз:

α	β	γ	F	G	V	W
$-\alpha_0 a/3$	$\alpha_0\phi/2$	$\alpha_0\chi/2$	$F_0\phi^2$	$G_0\chi^2$	$V_0\phi^2$	$f(\chi/\phi)\phi^2$

Өріс теңдеулерін шешу

Әрі қарай жалпы жағдай сандық шешімдерін іздейміз. Ол үшін жоғарыдағы қозғалыс теңдеулерді қызыл ығысу арқылы арқылы қайта жазамыз. Біздің қолданатын қатынасымыз

$$z = \frac{1}{a} - 1, \qquad \frac{d}{dt} = -H(1+z)\frac{d}{dz}, \tag{21}$$

Жоғарыдағы теңдеулерді осы қатынас арқылы келесідей түрге келеді

$$4\tilde{H}\tilde{H}'(1+z)(F+G) = \tilde{\rho} + \tilde{p} \tag{22}$$

$$\tilde{H}^2(1+z)^2\phi'' - 3\tilde{H}^2(1+z)\phi' + 6\tilde{H}^2\frac{dF}{d\phi} + \frac{d\tilde{V}}{d\phi} + \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \phi} = 0, \tag{23}$$

$$\tilde{H}^2(1+z)^2\chi'' - 3\tilde{H}^2(1+z)\chi' + 6\tilde{H}^2\frac{dG}{d\chi} + \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \chi} = 0, \tag{24}$$

Сонымен қатар, өлшемсіз энергияның тығыздығымен мен қысымын есептейміз:

$$\tilde{\rho}_m = \tilde{\rho}_m^0(1+z)^3, \tag{28}$$

$$\tilde{\rho}_\phi = \frac{\tilde{H}^2(1+z)^2\phi'^2}{2} + \tilde{V}, \tag{29}$$

$$\tilde{\rho}_\chi = \frac{\tilde{H}^2(1+z)^2\chi'^2}{2} + \tilde{W}, \tag{30}$$

$$\tilde{p}_\phi = \frac{\tilde{H}^2(1+z)^2\phi'^2}{2} - \tilde{V} + 4\tilde{H}^2(1+z)\frac{dF}{d\phi}\phi', \tag{31}$$

$$\tilde{p}_\chi = \frac{\tilde{H}^2(1+z)^2\chi'^2}{2} - \tilde{W} + 4\tilde{H}^2(1+z)\frac{dG}{d\chi}\chi'. \tag{32}$$

Бұл мақалада екі канондық скаляр өрісімен телепараллел гравитациясы арасындағы минималды емес әсерлескен жалпы моделі зерттеледі. Фридманның екі қозғалыс теңдеуі және екі скаляр өріс үшін қозғалыс теңдеулері қорытылып шығарылды. Сонымен қатар, Нетер теоремасы арқылы қолданылып Лагранжиандағы барлық белгісіз шамалардың түрлері алынды. Сондай-ақ, қызыл ығысу арқылы қозғалыс теңдеулерін қайта қорытып шығарылды.

Жұмыс ҚР БҒМ (Ф.0811, №0118РК00935) ғылыми техникалық бағдарламасы бойынша қаржыландыру аясында орындалды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі
1. Zwicky F 1933 *Helv. Phys. Acta* 6 110
2. Freese K Fields B and Graff D 2000 *arXiv: astro-ph/0007.444*
3. Clowe D. *et al.* 2006 *Astrophys. J.* 648 L109
4. Massey R *et al.* 2007 *Nature* 445 286
5. Riess A G *et al.* 1998 *Astron. J.* 116 1009
6. Perlmutter S *et al.* 1999 *Astrophys. J.* 517 565.

ОӘЖ 530.1

ФОКАС-ЛЭНЕЛЛС ТЕҢДЕУІ ҮШІН ДАРБУ ТҮРЛЕНДІРУІ ЖӘНЕ СОЛИТОНДЫҚ БЕТ

Имашев Данияр Балғынбекұлы
andasidb@gmail.com
6M060400-«Физика» мамандығы, 4-курс студенті, Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші – М.Б. Жасыбаева

Бұл жұмыс солитондар теориясын дифференциалдық геометрияда қолдануға арналған. Осы мақсатпен жақында ұсынылған Фокас-Ленэллс теңдеуі деп аталатын солитон теңдеуі зерттелді, ол Шредингердің сызықсыз теңдеуінің жалпыламасы болып табылады. Сонымен қатар, Дарбу түрлендіруі мен Сим-Тафель (СТ) формуласын қолдану арқылы зерттелетін теңдеудің солитондық беті арасындағы байланыс орнатылды. Сим-Тафель формуласы оның фундаментальды формаларының көмегімен, бетті қайта жаңартуды жеңілдетеді, әртүрлі интегралданатын сызықты еместерді біріктіреді және геометриялық есептерге солитондар теориясының өте тиімді әдістерін қолдануға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, алынған нәтижелердің көмегімен Фокас-Ленэллс теңдеуінің екі өлшемді солитонды бетін үш-өлшемді Евклид кеңістігінде ($R^2 \to R^3$) құрғаннан кейін, оның бірінші, екінші квадраттық формаларын, беттің ауданын және Гаусс қисығын табуға мүмкіндік пайда болады. Үш-өлшемді Евклид кеңістігіндегі беттердің теориясы ғылымның әр түрлі салаларында, атап айтқанда математикада, теориялық физикада және т.б. кеңінен қолданылады [1]. Фокас-Ленэллстің (ФЛ) интегралданатын теңдеуі, ол оптикалық талшықтарда ультра-қысқа төзімді сызықты емес жарық импульстерінің таралуын сипаттайды және келесі түрде беріледі [2]-[3]:

$$iq_{xt} - iq_{xx} + 2q_x - \delta|q|^2 q_x + iq = 0, \tag{1}$$

мұндағы $q(x,t)$ өрістің жүйелі қабықшасын білдіреді, x – таралу қашықтығы, t – x, t аргументтері бойынша ішінара дифференциалдауды білдіретін кешігуші уақыт және *i*-жалған бірлік. Дәл солай, δ $(\delta = \pm 1)$ – $\delta = 1$ мәнінде өз-өзін назарға шығаруды (самофокусировка), немесе $\delta = -1$ мәнінде болғанда өзін-өзі назардан шығаруды (самодефокусировка) $\delta = -1$.

Қарастырылып отырған теңдеуді интегралданатын болғандықтан, онда интегралданған жүйелер теориясында маңызды рөл атқаратын Лакс жұбы (ЛЖ) бар. Ол нақты шешімдерді құру және бастапқы шарттардың көмегімен асимптотиканы зерттеу үшін шашыраудың кері есептік әдісін қолдануға мүмкіндік береді. Біздің зерттеп отырған теңдеуіміз (1) үшін ЛЖ мына түрде болады:

$$\Phi_x = U\Phi = (-i\lambda^2\sigma_3 + \lambda Q)\Phi, \tag{2}$$

$$\Phi_t = V\Phi = (-i\lambda^2\sigma_3 + \lambda Q + V_0 + \frac{1}{\lambda}V_{-1} - \frac{i}{4\lambda^2}\sigma_3)\Phi, \tag{3}$$