УДК 530.182.1

МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО (2 + l)-МЕРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Мейрманова Акбота Асылбековна
akbota_meirmanova@mail.ru
Докторант ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Н.С. Серикбаев

В последние годы активно развиваются исследования интегрируемых систем. Как известно,одним из известных, физически значимых интегрируемых уравнений является - Нелинейное уравнение Шредингера. Которое можно решить с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР). Впервые это уравнение было предложено в 1926 году австрийским физиком Шредингером. Для анализа фундаментальных свойств квантовых систем и первоначально с его помощью описывались процессы взаимодействия внутриатомных частиц.

НУШ и его обобщения описывают целую совокупность явлений в физике волновых процессов. НУШ широко распространено при описании волн в различных областях физики, в частности, в волновых явлениях в нелинейной оптике, физике плазмы и.т.д. [1]

Нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) является одной из важных моделей в теории нелинейных волн. Традиционной областью НУШ является нелинейная оптика. Нелинейная оптика характеризирует распространение волновых пучков в диспергирующих нелинейнах средах. НУШ также рассматривается при изучении различных нелинейных волн в гидродинамике и физике плазмы. Также НУШ используется для описания вихрей в проблеме бозе-конденсации, а также как базисная модель низкоразмерной теории поля. [3,5]

Большой интерес к НУШ в (2+1)-мерных системах тесно связано с учетами топологических особенностей многобразия, на котором определено поле в пространственно-двумерных системах. Это может быть сделано с помощью калибровочного поля. Калибровочное поле удовлетворяет своему уравнению движения с током, определяемым решениями НУШ, и, являясь вспомогательной переменной, описывает дополнительный вклад в нелинейность стандартного НУШ.

Модели дискретного (2 + l)-мерного Нелинейного Уравнения Шредингера

В последние годы возник особый интерес к изучению нелинейных процессов. Волны в различных средах. Управляемое нелинейной полудискретной эволюцией системы. Такие интересные нелинейные системы, включающие в себя так называемые дискретные нелинейное уравнение Шредингера. Дискретные уравнения Шредингера сводятся к непрерывному нелинейному уравнению Шредингера, когда параметр дискретизаций исчезает. Учитывая дискретизацию, которая по-видимому, интегрируемая – например, та, для которой численное моделирование предполагает упругое взаимодействие солитонов – не существует алгоритмического метода для построения связанной линейной пары из дискретной системы. Но тем не менее интегрируемое дискретное уравнение Шредингера имеет вид: [7,9]

$$i\frac{d}{dt}q_n = \frac{1}{h^2}(q_{n+1} - 2q_n + q_{n-1}) \pm |q_n|^2(q_{n+1} + q_{n-1}) \tag{1}$$

Уравнение является прямой дискретизацией НУШ, для которых существует такая ассоциированная операторная пара. С помощью этой операторной пары начальная задача для интегрируемой дискретной НУШ может быть решена с помощью обратного преобразования рассеяния. Система большинство употребляется для дважды бесконечной решетке и для несколько более общей системы. Дискретная нелокальная фокусировка НУШ выглядит следующим образом. Смотрим ниже: [7]

$$i\frac{d}{d\tau}Q_n = Q_{n+1} - 2Q_n + Q_{n-1} - Q_n R_n (Q_{n+1} + Q_{n-1}) \quad (2)$$

$$i\frac{d}{d\tau}R_n = R_{n+1} - 2R_n + R_{n-1} - Q_n R_n (R_{n+1} + R_{n-1}) \quad (3)$$

Интегрируемые уравнения допускают представления нулевой кривизны. Понятие представления нулевой кривизны появилось впервые на языке дифференциальных операторов в работе Лакса. Интегрируемые уравнения представляют собой условия совместности переопределенной системы линейных дифференциальных уравнений. [2] Соответственно мы имеем дискретную пару Лакса:

$$E\varphi_n = M_n \varphi_n \quad (4)$$

$$\varphi_{n,\tau} = N_n \varphi_n \quad (5)$$

Из калибровочной эквивалентности мы можем понять, что существуют большие различия между нелокальным дискретным уравнением НУШ и дискретным уравнением НУШ. Таким образом мы находим дискретный вариант этого уравнения. [6,8]

В будущем будем рассматривать, что при калибровочных преобразованиях нелокальная фокусировка НУШ и нелокальная расфокусировка НУШ являются, соответственно, калибровочным эквивалентом уравнения Гейзенберга и модифицированного уравнения Гейзенберга. Их дискретные версии, соответственно, калибровочным эквивалентом дискретного уравнения Гейзенберга и дискретного модифицированного уравнения Гейзенберга. Построив преобразование Дарбу для дискретных нелокальных уравнений НУШ, мы также находим их дискретные солитонные решения, которые отличаются от тех, которые получены с помощью метода преобразования рассеяния. [4,10]

Список использованных источников

1.Абловиц М., Сигур Х. // Солитоны и метод обратной задачи. М.:Мир,1987. 479с.

2. Li-Yuan Ma, Zuo-Nong Zhu //Nonlocal nonlinear Schrodinger equation and its discrete version: soliton solutions and gauge. arXiv:1503.06909v1 [nlin.SI] 24 Mar 2015.

3. Ablowitz M.J. and Musslimani Z.H.,// Phys. Rev. lett. 110, 064105 (2013).

4. Абрамян Л.А., Вербус В.А., Протогенов А.П. //Структура нулевых мод в модели дискретного (2+1)- мерного нелинейного уравнения Шредингера. 1998. Том 114, стр.747-762.

4. Angelopoulos Y., Killip R., Visan M. // Invariant measures for integrable spin chains and integrable discrete NLS.

5. Ablowitz J. and Ladik.F. //Nonlinear differential-difference equations. J. Mathematical Phys. 16 (1975), 598–603.

6. Ablowitz M.J., Prinari B., Trubatch A.D. // Discrete and Continuous Nonlinear Schrodinger Systems. London Mathematical Society Lecture Note Series V.302. p.46-60.

7. Panayotis G. // The discrete nonlinear Schrodinger equation. Springer tracts in modern physics. V.232.p.153-170.

8. Yuri B. Suris. // A note on the integrable discretization of the nonlinear Schrodinger equation. arXiv:solv-int/9701010v2 21 Jan 1997.

9. Бебихов Ю.В. // Дискретное уравнение Шредингера с кубической нелинейностью, допускающее точные решения. Ползуновский Альманах №3 2008. с.76.