$$n_s = 1 - \frac{2}{\left(t^2 - \alpha a_0^2 t^{2\alpha}(\alpha-1)\right)^3}\left(9\left(2\alpha^3 a_0^6 t^{6\alpha-2}\left(\alpha-\frac{1}{3}\right)(\alpha-1)^3 + 4\alpha a_0^2 t^{2\alpha+2}(\alpha-1) -\right.\right.$$

$$\left.\left. -3\alpha^2 a_0^4 t^{4\alpha}\left(\alpha+\frac{1}{3}\right)(\alpha-1)^2 + t^4\left(\alpha-\frac{7}{3}\right)\right)\alpha\right) +$$

$$+\frac{\left(\alpha^2 a_0^2(\alpha-1)^2 t^{6\alpha+2} - \alpha a_0^2(\alpha-1)t^{4\alpha+4} + \frac{1}{3}t^{2\alpha+6} + \left(-\frac{1}{3}\alpha^6 a_0^6 + \alpha^5 a_0^6 - \alpha^4 a_0^6 + \frac{1}{3}\alpha^3 a_0^6\right)t^{8\alpha}\right)}{\left(\frac{3}{2}\alpha^2 a_0^2(\alpha-1)^3\int\frac{t^{1-4\alpha}}{\left(t^{2-2\alpha}+\alpha a_0^2-\alpha^2 a_0^2\right)^3}dt + V_{10}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{18\alpha^3 a_0^2(\alpha-1)^3}{\left(t^2-\alpha a_0^2(\alpha-1)t^{2\alpha}\right)^6},$$

$$r = -\frac{\left(\alpha^2 a_0^2(\alpha-1)^2 t^{6\alpha+2} - \alpha a_0^2(\alpha-1)t^{4\alpha+4} + \frac{1}{3}t^{2\alpha+6} + \left(-\frac{1}{3}\alpha^6 a_0^6 + \alpha^5 a_0^6 - \alpha^4 a_0^6 + \frac{1}{3}\alpha^3 a_0^6\right)t^{8\alpha}\right)}{\left(\frac{3}{2}\alpha^2 a_0^2(\alpha-1)^3\int\frac{t^{1-4\alpha}}{\left(t^{2-2\alpha}+\alpha a_0^2-\alpha^2 a_0^2\right)^3}dt + V_{10}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{48\alpha^3 a_0^2(\alpha-1)^3}{\left(t^2-\alpha a_0^2(\alpha-1)t^{2\alpha}\right)^6}.$$

Мы исследовали модель гравитационной теории с полем Эйнштейна-Янга-Миллса с -эссенцией. Для рассматриваемой модели нашли уравнения движения, решения для масштабного фактора. Построили скалярный потенциал, зная давление и плотность темной энергии, нашли параметр уравнения состояния, значение которой соответствует ускоренному расширению Вселенной. А также изучили параметры медленного скатывания. Для этой модели параметры медленного скатывания удовлетворяют условию необходимости возникновения инфляции. Полученные решения подтверждают реалистичность исследуемой модели гравитации Эйнштейна – Янга – Миллса с k-эссенцией и подтверждают, что скалярное поле может претендовать на одного из кандидатов на роль темной энергии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант № 0118RK00935 и грант AP08051910.

Список использованных источников

1. Блинников С. И. , Долгов А. Д. Космологическое ускорение // Успехи физических наук. - 2019. - Vol. 189,6 - С. 561-602

2. Болотин Ю. Л. , Ерохин Д. А. , Лемец О. А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 18,№9 - С. 941-986

3. Razina O, Tsyba P, Meirbekov B, Myrzakulov R Cosmological Einstein–Maxwell model with g-essence // International Journal of Modern Physics D. – 2019. - Vol.28, N10. – P. 1950126.

ӘОЖ 530.182

КЕЙБІР ИНТЕГРАЛДАНАТЫН ЛАНДАУ-ЛИФШИЦ ТӘРІЗДІ МОДЕЛЬДЕРДІҢ ЛАКС ЖҰПТАРЫ

Г. М.Оразбаева
gm.orazbaeva@gmail.com
7M05304-физика мамандығының 1 курс магистранты, жалпы және теориялық физика кафедрасы, Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші - Н. С. Серикбаев

Соңғы жылдары көп құрылымды, оның ішінде (2+1) және (3+1)-өлшемді сызықты емес эволюциялық теңдеулер қарқынды зерттелуде. Шашыраудың кері есеп әдісі - сызықты емес теңдеулердің солитонды дербес шешімдердің болуы [1]. Осы әдіспен дербес туынды арқылы сипатталған сызықты емес теңдеулер қатарының нақты аналитикалық шешімі алынды.

Сызықты емес Шредингер теңдеуі тәрізді интегралданатын сызықты емес теңдеулер интегралданатын теңдеулер теориясының шешуші модельдері болып табылады. Олардың көп компонентті жалпылануы белсенді зерттелді. ДС-I теңдеуінің екі компонентті жалпылануы көрсетілді[2].ДС теңдеуі үшін шешімдер бұрын әртүрлі аспектілерде зерттелген. Стандартты және компьютерлендірілген кеңейтілген tanh әдісі (3 + 1) - өлшемдіДС теңдеулерінің үш өлшемді теңдеулерін шешуде сәтті қолданылды[3].

Бұл жұмыста интегралданатын жүйелердің ішіндегі бірегейі– ДС теңдеуі қарастырылады [4].Бұл теңдеу су толқындарының қозғалысын сипаттайтын (2+1)-өлшемді танымал интегралданатын теңдеу болып табылады [5].

(2+1)-өлшемді ДС теңдеуінің жалпы түрін келтірейік:

$$\begin{aligned} &iU_t + U_{xx} + \frac{1}{\alpha^2}U_{yy} + VU - \frac{2\chi}{\alpha^2}\left|U^2\right|U = 0, \\ &\alpha^2 V_{xx} - V_{yy} = 4\chi\left(|U|^2\right)_{xx}, \end{aligned} \tag{1}$$

мұндағы, U_t, U_x - комплексті функциялар, x,t -ға тәуелді, $V(x,y,t)$ - белгісіз потенциал. χ, α -нақты тұрақтылар, $\chi = \pm 1$, $\alpha = 1$болғанда (1а)-(1б) теңдеулер жүйесі ДС I-ші типті (ДС-I), ал $\alpha = i$ болғанда ДС II-ші типті (ДС-II) теңдеуі деп аталады [6].

Одан әрі, (2+1)-өлшемді ДС-I теңдеуін қарастырамыз, яғни $\alpha = i$:

$$iU_t + U_{xx} + U_{yy} + VU - 2\chi\left|U^2\right|U = 0, \tag{1а}$$

$$V_{xx} - V_{yy} - 4\chi\left(|U|^2\right)_{xx} = 0, \tag{1б}$$

Бұл теңдеу [7] жұмыста жалпы түрде алғаш енгізілді, одан әрі ғалымдар жан-жақты зерттеулер жүргізді. (1а)-(1б) ұқсас теңдіктердің солитондық шешімдерінен басқа барлық бағытта экспоненциалды кемитін солитон тәріздес шешімдері алынған [8]жұмыста Погребков, Поливанов және Аркадьев ДС теңдеуі мен Лиувилл теңдігі арасында байланыс орнатып, гамильтондық түрді құрды.

Лакс жұбының матрицалық формасы

Жалпы интегралданатын сызықты емес теңдеулер екі сызықты теңдеулердің сәйкестік шарты түрінде беріледі, сосын шашыраудың кері есебі әдісі арқылы интегралданады. Осы екі сызықты теңдеулер Лакс жұбы деп аталады [9]. Сызықты емес интегралданған теңдеулердің бірі біркомпонентті ДС-I сәйкес келетін Лакс жұбы таңдалған [10].

Лакс жұбының жалпы формасы келесі түрде жазылады:

$$\begin{aligned} D_y\psi &= U\psi, \\ D_t\psi &= V\psi, \end{aligned}$$

Лакс жұбының үйлесімдік шартынан:

$$U_t - V_y + [U,V] = 0.$$

Сызықты емес теңдеуінің нольдік қисықтық шарты алынды.

ДС-I үшін Лакс жұбы келесідей түрде беріледі:

$$D_y\psi = U\psi = (KD_x + M)\psi, \tag{2a}$$

$$D_t\psi = V\psi = \left(\frac{2i}{\alpha}KD_{xx} + \frac{2i}{\alpha}MD_x + F\right)\psi, \tag{2б}$$

$$K = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha \end{pmatrix}, \qquad M = \begin{pmatrix} 0 & U \\ V & 0 \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{2} + i\frac{G}{2} & i(U_x - U_y) \\ i\frac{V_x}{\alpha} - i\frac{V_y}{\alpha^2} & \frac{\omega}{2} - i\frac{G}{2} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

мұндағы G – алмастыру функциясы.

(2а) және (2б) теңдеулерінің үйлесімдік шартынан $(D_y)_t = (D_t)_y$ келесі теңдеулер жүйесі анықталады:

$$\frac{2i}{\alpha}(MK - K_y) = 0, \tag{4а}$$

$$K_t + \frac{2i}{\alpha}\left(M^2 - M_y\right) = 0, \tag{4б}$$

$$M_t - F_y + [M, F] = 0, \tag{4с}$$

мұндағы (4с) теңдеу ДС-І теңдеуінің матрицалық формасы үшін алынған нөлдік қисықтық шарты болып табылады. Бұл (4а) - (4с) теңдеулер жүйесінен (2+1)-өлшемді сызықты емес ДС-І теңдіеуі шығады.

Нәтижесіндегі нақты шешімдер:

$$iU_t + U_{xx} - \frac{1}{\alpha^2}U_{yy} - UG = 0, \tag{5а}$$

$$iV_t + V_{xx} - \frac{1}{\alpha^2}V_{yy} - VG = 0, \tag{5б}$$

$$\omega_y + \frac{2i}{\alpha}(UV)_x + i\alpha G_x = 0, \tag{5с}$$

$$\omega_x - \frac{2i}{\alpha^3}(UV)_y - \frac{i}{\alpha}G_y = 0. \tag{5д}$$

(5с) – (5д) теңдеулерінен

$$\alpha^2 G_{xx} - G_{yy} - 2\left((UV)_{xx} + \frac{1}{\alpha^2}(UV)_{yy}\right) = 0, \tag{6}$$

G функциясына мынадай алмастыру орындаймыз:

$$G = -2\frac{\chi}{\alpha^2}|U|^2 + V, V = \chi U^* \tag{7}$$

(5с) – (5д), (6) теңдеулері (1а) – (1б) теңдіктерді берді.

Лакс жұбының операторлық формасы

Операторлық форманы алу үшін (ДС-І) теңдеуінің Лакс жұбы осылай алынды:

$$D_y = (\delta_3 \partial_x + G)\psi, \tag{8а}$$

$$D_t = \left(2i\delta_3 \partial_x^2 + 2iG\partial_x + iH\right)\psi = 0. \tag{8б}$$

Операторлық форманы таңдау кезінде Лакс жұбы біріккен A және L операторларынан тұратын жартылай дифференциалдық теңдеу ретінде қарастырылады. A және L операторлары скаляр немесе матрицалық түрде бола алады. $U(x,t)$ функциясына және x координаталарына тәуелді A сызықтық операторы үшін (9а), L операторы үшін (9б):

$$A\psi = \lambda\psi, \qquad \psi = \psi(x,t), \tag{9а}$$

$$\psi_t = L\psi, \tag{9б}$$

(9а) теңдеуден уақыт бойынша дифференциалдау арқылы келесі теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned} &(A_t + AL - LA)\psi = \lambda_t\psi, \\ &A_t + [A, L] = 0, \end{aligned} \tag{10}$$

λ - спектралдық параметр. (10) теңдеу ДС-І теңдеуінің операторлық формасы үшін алынған нөлдік қисықтық шарты болып табылады.

Біздің жағдайда, (8а) - (8б) теңдеулеріне сәйкес:

$$A = \delta_3\partial_x - \partial_y + G, \qquad L = \partial_t - A. \tag{11}$$

(11) теңдеулерін қолдансақ, (1) теңдеулер мынадай түрге өзгеретіндігі шығады:

$$-iU_t - U_{xx} - U_{yy} - 2|U|^2 U - 2U(V_1 + V_2) = 0, \tag{12а}$$

$$-\left(|U|^2\right)_x = V_{1x} - V_{1y} = V_{2x} - V_{2y}. \tag{12б}$$

Бұл жұмыста физика саласына өте маңызды және екі өлшемді сызықты емес Шредингер теңдеуінің жалпыланған түрі болып табылатын (2+1)- өлшемді ДС теңдеуі үшін нақты шешімдерді алуға мүмкіндік беретін жаңа матрицалық және операторлық форманы қарастырдық. Алынған шешімдер бірқатар жаңа дискретті мәселелерді зерттеуге және пайдалы қатынастарды алуға мүмкіндік береді. Нақтылай кететін болсақ, басқа да Ландау-Лифшиц тәріздес кейбір интегралданатын теңдеулер арасында байланыс орнатуда қолданылатын болады.Сол алынған нәтижелерге сәйкес дискреттік беттерді алу жоспарда бар.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. С.А. Бутерин, М.Ю. Игнатьев, С.Н. Кабанов, Ю.В. Курышова, Д.С. Лукомский, С. И. Поликарпов Метод обратной задачи в теории нелинейных волн М54 /С.Н. Кабанов и др. – Учеб. пособие для студ. мех-матем. -2013. – С. 17-26.

2. NurzhanSerikbayev, GulgassylNugmanova, RatbayMyrzakulov2019On the two-component generalization of the (2+1)-dimensional Davey-Stewartson I equation // J. Phys.: Conf. Ser. 1391 012160.

3. N.S. Serikbayev, G.N. Shaikhova, K.R. Yesmakhanova, R.Myrzakulov 2019 Traveling wave solutions for the (3+1)-dimensional Davey-Stewartson equations // J. Phys.: Conf. Ser. 1391 012166.

4. Davey A. and Stewartson K., 1974 On three-dimensional packets of surface waves Proc. Roy. Soc. London A338, 101.

5. Филлиппов А.Т., Многоликий солитон /А.Т.Филлипов. М.: Наука (б-чка«Квант»), 1990

6. Ablowitz M. A., Clarkson P. A. Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering / London MathematicalSociety Lecture Note Series Book, 149, 2003. -516 p.

7. Davey A., Stewartson K. / / Proc.R.Soc. London Ser.A. 1974. V.338. P.Ю1.

8. Boiti M., Leon J.Jp., Martina L., Pampinelli P. / / Solitons in two dimensions, Preprint PM/88-59, Montpelier, 1988.

9. Lax P., (1968). Integrals of nonlinear equations of evolution and solitary waves, Comm. Pure Applied Math., 21 (5), 467-490.

10. Н. С. Серикбаев, Г. Н. Нугманова, Р. О двухкомпанентном обобщении (2+1)-мерного уравнения Дэви-СтюартсонаI// Вестник Евразийского национального университета имени Л. Н. Гумилева, Серия Физика. Астрономия. №4 (129) / 2019.