

ӘОЖ-514.01

ШТЕЙНЕР КОНСТРУКЦИЯСЫНА БАЙЛАНЫСТЫ САЛУ ЕСЕПТЕРІ

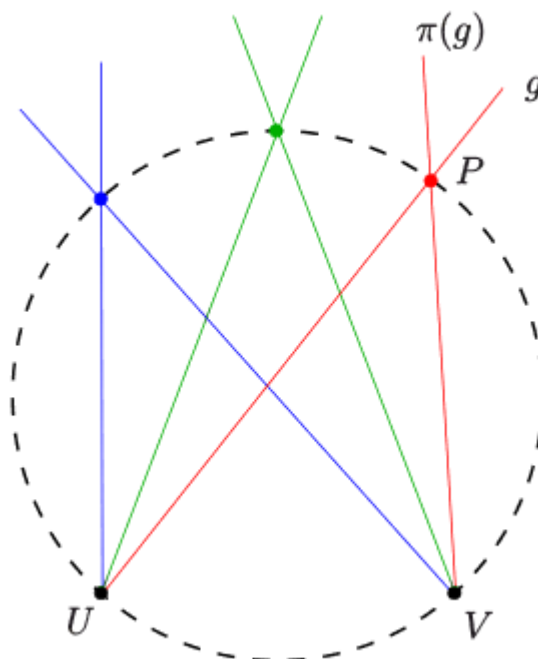
Серікбаева Ләззат Меңлібекқызы

mlmenlybek@mail.ru

Л.Н.Гумилев атырндағы Еуразия ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекші – Н.Ж.Наурызбаев

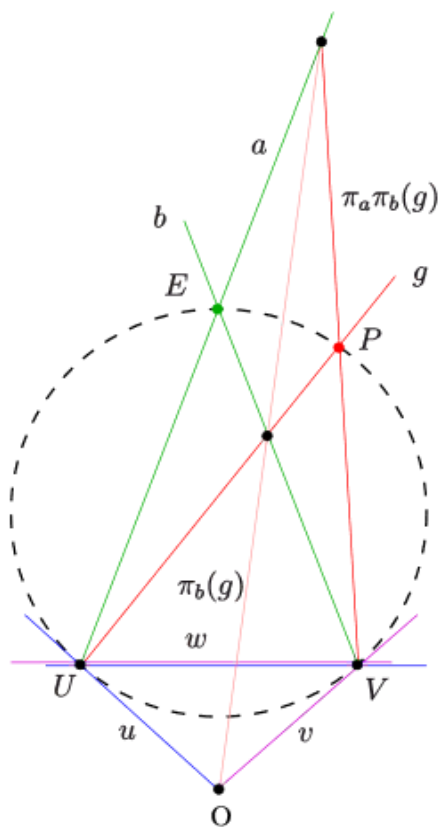
Штейнер конструкциясы- өрістегі проективті жазықтықта конустық қиманы анықтау әдісі. Бұл әдістің атауы швейцар математигі Якоб Штейнердің құрметіне берілген.



1-сурет

U және V нүктелерінде $B(U), B(V)$ түзулерінің екі шоғыры берілсін. Проективті жазықтыққа арналған негізгі теоремада өрістегі проективті жазықтықтың проективті бейнелеуі үш түзудің бейнесімен анықталады. Ал түзулердің бейнесі қиылысу нүктелерінің бейнесімен анықталады, демек коника бес нүктемен айқындалады.[3]

a, u, w түзулерінің бейнесі ретінде $\pi(a) = b, \pi(u) = w, \pi(w) = u$ алайық. π проективті бейнелеуі π_b, π_a перспективті бейнелеулердің композициясы болып табылады: 1) $\pi_b - U$ нүктесіндегі шоғырдың b осі бойынша O нүктесіндегі шоғырға перспективті бейнелеуі. 2) $\pi_a - O$ нүктесіндегі шоғырдың a осі бойынша V нүктесіндегі шоғырға перспективті бейнелеуі. $\pi = \pi_a, \pi_b$ бейнелеуі келесідей қасиеттерге ие: $\pi(a) = b, \pi(u) = w, \pi(w) = u$. Осылайша, кез келген g түзуі үшін оның бейнесін салуымызға болады: $\pi(g) = \pi_a \pi_b(g)$. u және v түзулері кониканың сәйкесінше U және V нүктелеріне инцидентті. Демек, u және v түзулері коникаға жанама түзулер болады.



2-сурет

Бұл әдісте кониканы аффиндік картаға ауыстыру жолымен салуға болады, яғни w түзуі меншіксіз түзу болатын, ал O нүктесі координата бас нүктесі, U және V нүктелері меншіксіз түзуге тиісті нүктелер және $E = (1,1)$. Кониканың аффинді бөлігі гипербола болып саналады: $y = 1/x$. [1]

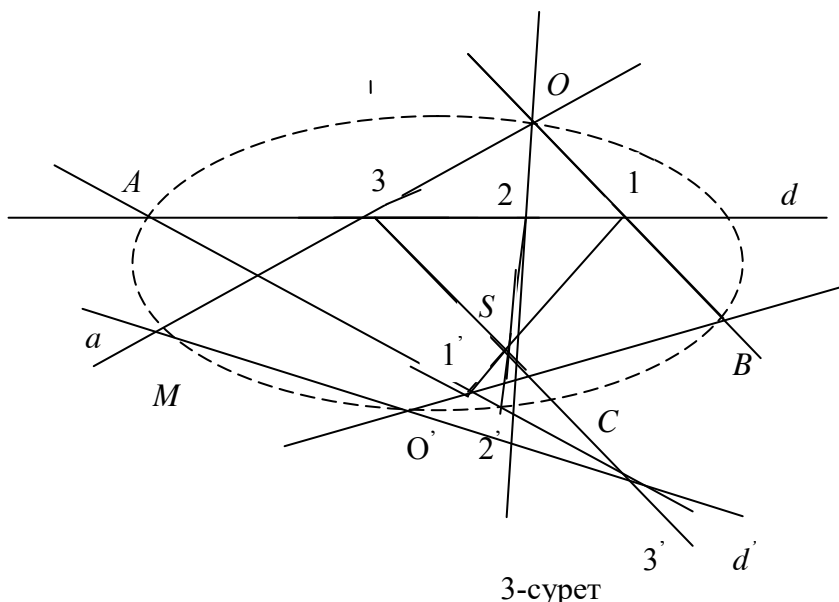
Центрлері әртүрлі O_1 және O_2 болатын екі шоғыр берілсін және бірінші шоғырды екінші шоғырға бейнелейтін перспективті емес, бірақ проективті f бейнелеуі берілсін. Онда осы шоғырларға тиісті түзулердің қиылысу нүктелерінің жиыны $(\gamma)O_1$ және O_2 нүктелері арқылы өтетін екінші ретті доғал сызық болатыны белгілі (Штейнер теоремасы).

Осы теореманың дәлелдемесіндегі Штейнер конструкциясын пайдаланып геометрияның салу есептерін шешуге болады. Соның мысалдарын қарастырайық. [2]

1-есеп. Жалпы жағдайдың бес нүктесі мен осы нүктелердің тек қана біреуі арқылы өтетін түзу берілсін. Берілген түзудің γ доғал қисығымен қиылысатын және бес нүкте арқылы өтетін екінші нүктесін салайық.

Шешуі: O, O', A, B және C нүктелері берілсін, ал a түзуі O нүктесі арқылы өтетін түзу болсын. O және O' шоғырларының сәйкесінше OA, OB, OC түзулерін $O'A, O'B$ және $O'C$ түзулеріне көшіретін f проективті бейнелеуін қарастырайық. Штейнер теоремасы бойынша f проективті бейнелеуі γ қисығын тудырады. Егер $a' = f(a)$ түзуін салатын болсақ, онда ізделінді M нүктесі a және a' түзулерінің қиылысу нүктесі болатыны айқын.

3-суретте M нүктесінің салынуы көрсетілген. Мұндағы d және d' түзулері - A нүктесі арқылы өтетін, бірақ O және O' нүктелері арқылы өтпейтін түзулер. S нүктесі f бейнелеуімен туындалатын перспективті бейнелеудің центрі: $\varphi : d \rightarrow d'$. Ізделінді нүкте- a және $O'3'$ түзулерінің қиылысу нүктесі.



3-сурет

2-есеп. Екінші ретті γ доғал қисығы жалпы жағдайдың бес нүктесі арқылы берілген. Осы қисықтың бірнеше нүктелерін салу қажет.

Шешуі: Берілген нүктелердің тек қана біреуі арқылы бірнеше түзулер алайық. 1-есепті қолдана отырып, жүргізілген түзу мен γ қисығының қиылысу нүктесін салайық. Осы нүктелердің әрқайсысы ізделінді нүкте болып табылады.

3-есеп. Екінші ретті γ доғал қисығы жалпы жағдайдың төрт нүктесі арқылы және берілген нүктелердің біреуіне жанама арқылы берілсін. γ қисығының бірнеше нүктелерін салу керек.

Шешуі: O, O', A, B нүктелері берілсін және $a - O$ нүктесіне жанама болсын. a, OA, OB түзулерін $O'O, O'A, O'B$ түзулеріне көшіретін O және O' шоғырларының f проективті бейнелеуі қарастырайық. Штейнер теоремасы бойынша f бейнелеуі γ қисығын тудырады.

O нүктесі арқылы өтетін, бірақ O', A және B нүктелері арқылы өтпейтін l түзуін қарастырайық және оның бейнесі болатын l' түзуін салайық. l және l' түзулерінің қиылысу нүктесі ізделінді нүкте болып табылады. Аналогилық тұрғыда γ қисығының басқа да нүктелерін салуымызға болады. [4]

Штейнер теоремасы арқылы шығарылатын салу есептеріне есептер шығару арқылы оқушылардың қызуғушылығы мен ой өрісі артады. Сонымен қатар мектептен кейінгі жоғарғы оқу орнындағы математикамен танысу барысында оқушының фундаменті қалыптасады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Владимир А.Кыров, Проективная геометрия и феноменологическая симметрия, 2012г.
2. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина. Геометрия, 7-9 : Учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 13-у изд. – М. : Просвещение, 2003. – 384 с. : ил. – ISBN 5-09-0112055-2.
3. Протасов В. Ю. Максимумы и минимумы в геометрии // В. Ю. Протасов. – М.: МЦНМО, 2005.
4. Штейнер Я. Геометрические построения, выполняемые с помощью прямой линии и неподвижного круга.- М.: Учпедгиз, 1939.

5. Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. Геометрические построения на плоскости. Пособие для студентов педагогических институтов – Москва, 1957. – 5-12 с., 18-20 с