



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS

of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»



14th April 2017, Astana



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»**

**PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»**

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58

Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2017

Акежанов Зангар Нурланович

zaria_94@mail.ru

Магистрант математического и компьютерного моделирования

механико-математического факультета

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – М.М.Букенов

Построена схема расщепления для трехмерной динамической задачи для линейной вязкоупругой среды Максвелла. Показана консервативность предложенной схемы.

Рассмотрим динамическую задачу линейной теории вязкоупругости в цилиндре $Q = \{D \times [0 \leq t \leq t_1]\}$, $D \subset R^3$ с границей γ , следуя [1],

$$\frac{\partial \bar{\mathcal{G}}}{\partial t} + R^* \bar{\sigma} = \bar{f}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t} - R \bar{\mathcal{G}} = 0, \quad (2)$$

$$B \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} + C \bar{\sigma} = \Lambda \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t}, \quad (3)$$

Здесь $\bar{\mathcal{G}} = \{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3\}^T$ - вектор скорости; $\bar{\sigma} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}\}^T$ - вектор напряжений; $\bar{\varepsilon} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{12}, 2\varepsilon_{13}, 2\varepsilon_{23}\}^T$ - вектор деформаций; $B = B^T$ - симметричная, положительно-определенная матрица, зависящая от констант Ламе, λ, μ ; $C = C^T$ - симметричная, неотрицательно-определенная матрица, зависящая от коэффициента вязкости θ ; Λ - диагональная, положительно-определенная матрица. Матрицы B, C, Λ перестановочны. R - линейный матрично-дифференциальный оператор:

$$R = \begin{pmatrix} \nabla_1 & 0 & 0 & \nabla_2 & \nabla_3 & 0 \\ 0 & \nabla_2 & 0 & \nabla_1 & 0 & \nabla_3 \\ 0 & 0 & \nabla_3 & 0 & \nabla_1 & \nabla_2 \end{pmatrix}^T, \quad R^* = -R^T, \quad \nabla_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad i=1,2,3.$$

Уравнения (1) выражает закон сохранения импульса, если объемная плотность $\rho \equiv 1$. Соотношение (2) является следствием соотношения перемещения - деформации:

$$\bar{\varepsilon} = R \bar{u}, \quad (4)$$

где $\bar{u} = \{u_1, u_2, u_3\}^T$ - вектор перемещений. Векторы перемещения $\bar{u}$ и скорость $\bar{\mathcal{G}}$ связаны соотношением $\bar{\mathcal{G}} = \partial \bar{u} / \partial t$. Соотношение (3) является уравнением состояния для среды Максвелла. Решение системы (1) – (4) ищется в цилиндре Q . При этом

$$\bar{u}(x, 0) = \bar{\varphi}(x), \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}(x, 0) = \bar{\psi}(x), \quad x \in D,$$

и соответственно,

$$\bar{\mathcal{G}}(x, 0) = \bar{\psi}(x), \quad \bar{\varepsilon}(x, 0) = R \bar{\varphi}(x), \quad (5)$$

Перемещения $\bar{u}(x, t)$ определяются из соотношения

$$\bar{u}(x, t) = \bar{\varphi}(x) + t\bar{\psi}(x) + \int_0^t (t-s)\bar{r}(x, s)ds, \quad \bar{r}(x) = -R^* \bar{\sigma}.$$

На боковой поверхности цилиндра Q искомое решение удовлетворяет одному из однородных краевых условий:

$$\begin{aligned} \bar{u}(x, t) = 0, \quad x \in \gamma, \quad \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(x, t)n_k = 0, \quad x \in \gamma; \\ \bar{u}(x, t) = 0, \quad x \in \gamma_1 \quad \sum_{k=1}^3 \sigma_{ik}(x, t)n_k = 0, \quad x \in \gamma_2, \gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Для исходной задачи (1) - (6) справедлив интегральный закон сохранения, так как

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\|\bar{\sigma}\|_{B_1}^2 + \|\bar{g}\|^2 \right] + \|\bar{\sigma}\|_{C_1}^2 = 0. \quad (7)$$

Здесь $B_1 = \Lambda^{-1}B$, $C_1 = \Lambda^{-1}C$, $\bar{f} \equiv 0$.

Рассмотрим сеточную задачу для модели Максвелла.

Пусть $\bar{D}$ - прямоугольный параллелепипед: $\bar{D} = D \cup \gamma = \{(x_1, x_2, x_3) | 0 \leq x_k \leq l_k, k = 1, 2, 3\}$.

Введем в $\bar{D}$ сетку D_h , равномерную по каждой координате x_k : $h_k > 0, N_k h_k = l_k$. Пусть $\tau > 0$.

Тогда $\bar{Q}_{\tau, h} = \bar{Q}_h = \{D_h \times [0 \leq t = m\tau \leq t_1]\}$. От векторов непрерывных аргументов перейдем к векторам дискретных аргументов, заданных на сетке $\bar{Q}_h : \nu(x, m\tau) = \nu_h^m, x \in D_h, \varepsilon(x, m\tau) \in \varepsilon_h^m, \sigma(x, m\tau) = \sigma_h^m$.

Для задачи (1) - (6) рассмотрим разностную схему

$$\begin{aligned} g_i^{m+1} + \frac{1}{3} R_h^* (\sigma^m + \sigma^{m+1}) &= f^m, \quad g_h^0 = \psi_h(x), \quad x \in D_h, \\ \varepsilon_i^{m+1} - \frac{1}{3} R_h (g^m + \nu^{m+1}) &= 0, \quad \varepsilon_h^0 = R_h \varphi_h(x), x \in D_h, \\ \varepsilon_i^{m+1} &= B_1 \sigma_i^{m+1} + \frac{1}{3} C_1 (\sigma^m + \sigma^{m+1}). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь

$$R_h = \begin{pmatrix} L_1^- & 0 & 0 & L_2^- & L_3^- & 0 \\ 0 & L_2^- & 0 & L_1^- & 0 & L_3^- \\ 0 & 0 & L_3^- & 0 & L_1^- & L_2^- \end{pmatrix}^T, \quad R_h^* = - \begin{pmatrix} L_1^+ & 0 & 0 & L_2^+ & L_3^+ & 0 \\ 0 & L_2^+ & 0 & L_1^+ & 0 & L_3^+ \\ 0 & 0 & L_3^+ & 0 & L_1^+ & L_2^+ \end{pmatrix}^T \quad (9)$$

$$L_i^- = (\cdot)_{\bar{x}_i}, \quad L_i^+ = (\cdot)_{x_i}, \quad i = 1, 2, \quad g_i^{m+1} = \frac{g^{m+1} - g^m}{\tau}, \quad f^m \equiv 0.$$

Из (9) вытекает сеточный закон сохранения для вязкоупругой среды Максвелла:

$$J^{m+1} = \frac{1}{2} \left[\|\sigma^{m+1}\|_{B_1}^2 + \|g^{m+1}\|^2 \right]_{\bar{t}} + \|\sigma^{m+1}\|_{C_1}^2 = 0, \quad (10)$$

что в точности совпадает с (7).

Теорема 1. Разностная схема (8) полностью консервативна.

Доказательство. Используем терминологию работ [2,3]. Аппроксимация опорного оператора R порождает конкретную аппроксимацию сопряженного оператора R^* . Это и позволяет на сеточном уровне сохранить структуру дифференциальной задачи и структуру интеграла энергии (7) для этой задачи. Можно трактовать J как некоторую составную норму сеточной вектор – функции напряжений. Тогда из (10) вытекает равномерная устойчивость разностной схемы (8) по начальным данным в норме J . Отсюда стандартным образом [3, гл. VI] вытекает и устойчивость по правой части и, как следствие, теорема сходимости.

Основные проблемы при численной реализации консервативной разностной схемы (8) связаны с обращением многомерных операторов. Для исходной (1) – (7) задачи построим консервативную разностную схему с законом сохранения (10), в которой обращению подлежат лишь одномерные операторы. Эта схема основана на методе расщепления [4-6].

Опорный сеточный оператор R_h из (9) допускает аддитивное разложение

$$R_h = \begin{pmatrix} L_1^- & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1^- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_1^- & 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & L_2^- & 0 & 0 \\ 0 & L_2^- & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_2^- \end{pmatrix}^T +$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & L_3^- & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_3^- \\ 0 & 0 & L_3^- & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = R_{1h} + R_{2h} + R_{3h}, \quad (11)$$

которое порождает аддитивное разложение для сопряженного сеточного оператора

$$R_h^* = - \begin{pmatrix} L_1^+ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_1^+ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_1^+ & 0 \end{pmatrix}^T - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & L_2^+ & 0 & 0 \\ 0 & L_2^+ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_2^+ \end{pmatrix}^T -$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & L_3^+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_3^+ \\ 0 & 0 & L_3^+ & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = R_{1h}^* + R_{2h}^* + R_{3h}^*, \quad (12)$$

Следуя [4–6], переход $\mathcal{G}^m, \sigma^m \rightarrow \mathcal{G}^{m+1}, \sigma^{m+1} (m \rightarrow m+1)$ будем осуществлять с помощью последовательных переходов $m \rightarrow m+1/3 \rightarrow m+2/3 \rightarrow m+1$. Каждому такому переходу поставим в соответствие одномерную сеточную вязкоупругую задачу в скоростях напряжений, порождаемую аддитивным разложением (11), (12).

Итак, при заданных $\mathcal{G}^m, \varepsilon^m$ переход $m \rightarrow m + 1/3$ будем осуществлять с помощью одномерной разностной схемы

$$\mathcal{G}_i^{m+1/3} + \frac{1}{3} R_{1h}^* (\sigma^m + \sigma^{m+1/3}) = f^m,$$

$$\varepsilon_i^{m+1/3} - \frac{1}{3} R_{1h} (\mathcal{G}^m + \nu^{m+1/3}) = 0, \quad (13)$$

$$\varepsilon_i^{m+1/3} = B_1 \sigma_i^{m+1/3} + \frac{1}{3} C_1 (\sigma^m + \sigma^{m+1/3}).$$

Тогда после несложных преобразований получим для $\mathcal{G}^{m+1/3}$

$$\mathcal{G}^{m+1/3} + \frac{\tau^2}{9} R_{1h}^* (B_1 + \frac{\tau}{3} C_1)^{-1} R_{1h} \mathcal{G}^{m+1/3} = \mathcal{G}^m - \frac{\tau}{3} R_{1h}^* \sigma^m - \frac{\tau}{3} R_{1h}^* (B_1 + \frac{\tau}{3} C_1)^{-1} (B_1 - \frac{\tau}{3} C_1) \sigma^m + \\ + \frac{\tau^2}{9} R_{1h}^* (B_1 + \frac{\tau}{3} C_1)^{-1} R_{1h} \mathcal{G}^m$$

Определим σ^m в начальный момент времени $\sigma^0 = B_1^{-1} \varepsilon^0$ [7, с. 31]. Это уравнение относительно $\mathcal{G}^{m+1/3}$ решается трехточечной прогонкой по x_1 при заданном $\mathcal{G}^m$. Для $\varepsilon^{m+1/3}$ из второго уравнения (13) получаем

$$\varepsilon^{m+1/3} = \varepsilon^m + \frac{\tau}{3} R_{1h} (\mathcal{G}^m + \nu^{m+1/3})$$

Для $\sigma^{m+1/3}$ из третьего уравнения (13) выводим

$$\sigma^{m+1/3} = (B_1 + \frac{\tau}{3} C_1)^{-1} (B_1 - \frac{\tau}{3} C_1) \sigma^m + \frac{\tau}{3} (B_1 + \frac{\tau}{3} C_1)^{-1} \varepsilon^{m+1/3}.$$

Далее, при заданных $\mathcal{G}^{m+1/3}$, $\varepsilon^{m+1/3}$, с помощью одномерной разностной схемы

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_t^{m+2/3} + \frac{1}{3} R_{1h}^* (\sigma^{m+1/3} + \sigma^{m+2/3}) &= 0, \\ \varepsilon_t^{m+2/3} - \frac{1}{3} R_{1h} (\mathcal{G}^{m+1/3} + \nu^{m+2/3}) &= 0, \\ \varepsilon_t^{m+2/3} &= B_1 \sigma_t^{m+2/3} + \frac{1}{3} C_1 (\sigma^{m+1/3} + \sigma^{m+2/3}) \end{aligned} \quad (14)$$

трехточечной прогонкой по x_2 находится $\mathcal{G}^{m+2/3}$, $\varepsilon^{m+2/3}$, $\sigma^{m+2/3}$.

И при заданных $\mathcal{G}^{m+2/3}$, $\varepsilon^{m+2/3}$, используя трехточечную прогонку по x_3 , из одномерной разностной схемы

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_t^{m+1} + \frac{1}{3} R_{3h}^* (\sigma^{m+2/3} + \sigma^{m+1}) &= 0, \\ \varepsilon_t^{m+1} - \frac{1}{3} R_{3h} (\mathcal{G}^{m+2/3} + \nu^{m+1}) &= 0, \\ \varepsilon_t^{m+1} &= B_1 \sigma_t^{m+1} + \frac{1}{3} C_1 (\sigma^{m+2/3} + \sigma^{m+1}) \end{aligned} \quad (15)$$

находим $\mathcal{G}^{m+1}$, ε^{m+1} , σ^{m+1} и т.д.

Теорема 2. Аддитивная разностная схема (13), (14), (15) обладает сеточным законом сохранения (10).

Доказательство. Доказательство этой теоремы связано с тем, что на каждом из переходов $m \rightarrow m+1/3 \rightarrow m+2/3 \rightarrow m+1$ удалось сохранить структуру исходной дифференциальной задачи (1) - (7). Поэтому, как и при доказательстве теоремы 1, для (1) будем иметь

$$\frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^{m+1/3} \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^{m+1/3} \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^{m+1/3} \right\|_{C_1}^2 = \frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^m \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^m \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^m \right\|_{C_1}^2,$$

(16)

а для (14), (15)

$$\frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^{m+2/3} \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^{m+2/3} \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^{m+2/3} \right\|_{C_1}^2 = \frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^{m+1/3} \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^{m+1/3} \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^{m+1/3} \right\|_{C_1}^2, \quad (17)$$

$$\frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^{m+1} \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^{m+1} \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^{m+1} \right\|_{C_1}^2 = \frac{1}{3} \left[\left\| \sigma^{m+2/3} \right\|_{B_1}^2 + \left\| g^{m+2/3} \right\|_{\bar{t}}^2 \right] + \left\| \sigma^{m+2/3} \right\|_{C_1}^2, \quad (18)$$

Теперь из (16)-(18) для аддитивной разностной схемы(13), (14), (15) вытекает справедливость сеточного закона сохранения (10)

$$J^{m+1} = J^m = \dots = J^0. \quad (19)$$

Остается заметить, что при дальнейших стандартных рассуждениях, приводящих от (19) к теореме сходимости, следует рассматривать аппроксимацию задачи (1) – (7) разностной схемой (13) - (15) как суммарную [8, гл. IX, § 3].

Список использованных источников

1. Букенов М. М. Постановка динамической задачи линейной вязкоупругости в скоростях напряжений, Сиб. журн. вычисл. матем., – 2005, Т. 8, № 4. – С. 289–295.
2. Попов Ю.П., Самарский А.А. Полностью консервативные разностные схемы // Журн. вычисл. матем. и мат. физики. – 1969. – Т. 9, № 4. – С. 953–958.
3. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные схемы газовой динамики. – М.: Наука, 1975.
4. Багриновский К.А., Годунов С.К. Разностные схемы для многомерных задач // Докл. АН СССР. – 1957. – Т. 115, № 3. – С. 431–433.
5. Анучина Н.Н., Яненко Н.Н. Неявные схемы расщепления для гиперболических уравнений и систем // Докл. АН СССР. – 1959. – Т. 128, № 6. – С. 1103–1106.
6. Яненко Н.Н. Об экономических неявных схемах (метод дробных шагов) // Докл. АН СССР. – 1960. – Т. 134, № 5. – С. 1034–1036.
7. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. – М.: Мир, 1974.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983.

УДК 681.51

ИНТЕГРАЦИЯ ВЕБ-ПРИЛОЖЕНИЯ С ДАННЫМИ РЕЛЯЦИОННОЙ СУБД

Альбеков Бахтияр Кайратович

albekovbk@gmail.com

Боромбаева Акмарал Бакыткызы

borombayeva@gmail.com

Студенты кафедры Математического и компьютерного моделирования

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научные руководители – Муканова Б.Г., Ракишева Д.С.

В данный момент в «АО «НК Казахстан Темир Жолы» на базе Главного вычислительного центра ведется разработка автоматизированной системы «Единый корпоративный центр начислений и расчетов – ЕКЦР». Система создается как информационный ресурс, обеспечивающий всем заинтересованным сторонам централизованный доступ к