



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

СЕКЦИЯ 4
МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

4.1 Математика

УДК 512.55

МОНОМИАЛДЫ ИДЕАЛДАР ТҮРҒЫЗУ ТӘСІЛІ

Айтжанова Бахыт Зияддиновна

aitjanova94@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика – математика факультетінің

III курс студенті, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі - Ш.Ө. Абуталипова

Сақиналар теориясында идеалдардың алаын орны ерекше. Идеалға қатысты алгоритмдік есептерді шешу барысында идеалдардың жасаушыларын табу үшін сақинаның табиғатына сай түрлі есептеу әдістері бар [1]. Мен өз жұмысымда көпайнымалыдан тәуелді көпмүшелілер сақинасындағы мономиалды идеалдарға тоқталамын.

Анықтама.

Егер $I \subset k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ идеалы $\sum_{\alpha \in A} h_{\alpha} x^{\alpha}, h_{\alpha} \in k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ барлық ақырлы

қосындысынан тұратын $A \subset Z_{\geq 0}^n$ (ақырсыз болуы мүмкін) жиыншасы табылса, $I \subset k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ мономиалды идеал деп аталады.

Мысалы:

$$I = \langle x^4 y^2, x^3 y^4, x^2 y^5 \rangle \subset k[x, y]$$

Лемма 1.

$$I = \langle x^{\alpha} : \alpha \in A \rangle \text{ болсын.}$$

x^{β} мономы қандай да бір $x^{\alpha}, \alpha \in A$ мономына бөлінеді, сонда тек сонда ғана x^{β} мономы

I-да жатқанда.

Лемма 2.

I – қандай да бір мономиалды идеал, ал $f \in k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ болсын. Онда келесі шарттар эквивалентті:

(I) $f \in I$;

(II) f полиномының әрбір мүшесі I-де жатады;

(III) f I-де жататын мономдардың k -сызықты комбинациясы болады.

Салдар 1.

Екі мономиалды идеалдың құрамындағы мономдар жиыны сәйкес келгенде, сонда тек сонда ғана бұл мономиалды идеалдар сәйкес келеді.

Теорема (Диксон леммасы).

Кез келген $I = \langle x^{\alpha} : \alpha \in A \rangle \subset k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ мономиалды идеалын мына түрде жазуға (көрсетуге) болады: $I = \langle x^{\alpha(1)}, \dots, x^{\alpha(s)} \rangle$, мұндағы $\alpha(1), \dots, \alpha(s) \in A$ Дербес жағдайда, I –дің ақырлы базисы болады.

Дәлелдеуі. Индукция n – айнымалылар саны бойынша жүргізіледі. Егер $n = 1$ болса, I x_1^{α} мономдарынан жасалған, мұндағы $\alpha \in A \subset Z_{\geq 0}$.

β A-дағы ең кіші элемент болсын. Онда барлық $\alpha \in A$ үшін $\beta \leq \alpha$ орындалады. Осылайша, x_1^{β} x_1^{α} –ның барлық құраушыларын бөледі, яғни, $I = \langle x_1^{\beta} \rangle$. Айталық, $n > 0$ болсын және

$n - 1$ үшін теорема орындалады деп болжайық. Айнымалыларды $x_1, \dots, x_{n-1}, y$ арқылы белгілейік және $k[x_1, \dots, x_{n-1}, y]$ көпмүшелігіндегі мономдарды $x^\alpha y^m$ түрінде жазайық, мұндағы $\alpha \in Z_{\geq 0}^{n-1}, m \in Z_{\geq 0}$.

$I \subset k[x_1, \dots, x_{n-1}, y]$ - мономиалды идеал болсын. x^α мономдарынан жасалған қандай да бір $m \geq 0$ үшін $x^\alpha y^m \in I$ болатын $J \subset k[x_1, \dots, x_{n-1}]$ идеалын қарастырайық. $J \subset k[x_1, \dots, x_{n-1}]$ көпмүшелігіндегі мономиалды идеал болғандықтан, индукцияның болжамы бойынша $J = \langle x^{\alpha(1)}, \dots, x^{\alpha(s)} \rangle$ ақырлы жасалған. J идеалын

I идеалының $k[x_1, \dots, x_{n-1}]$ көпмүшелігіндегі «проекциясы» ретінде қарастыруға болады.

J идеалының анықтамасы бойынша ($1 \leq i \leq s$) әрбір i үшін $x^{\alpha(i)} y^{m_i} \in I$ болатындай $m_i \geq 0$ табылады. Айталық, $m - m_i$ - лардың ішіндегі ең үлкені болсын. Әрбір ($0 \leq l \leq m - 1$)

l үшін $x^\beta y^l \in I$ болатын x^β мономдарынан жасалған $J_l \subset k[x_1, \dots, x_{n-1}]$ идеалын қарастырайық. Басқаша айтқанда, $J_l - I$ идеалының «қимасы» деп айтуға болады. Индукция болжамы бойынша $J_l = \langle x^{\alpha(1)}, \dots, x^{\alpha(s)} \rangle$ ақырлы жасалған. Яғни, I идеалы келесі тізімде көрсетілген мономдармен жасалған:

$$\begin{aligned} J: & x^{\alpha(1)} y^m, \dots, x^{\alpha(s)} y^m, \\ J_0: & x^{\alpha_0(1)}, \dots, x^{\alpha_0(s_0)}, \\ J_1: & x^{\alpha_1(1)} y, \dots, x^{\alpha_1(s_1)} y, \\ & \dots \dots \dots \\ J_{m-1}: & x^{\alpha_{m-1}(1)} y^{m-1}, \dots, x^{\alpha_{m-1}(s_{m-1})} y^{m-1}. \end{aligned}$$

Алдымен I -дегі әрбір моном тізімдегі кем дегенде бір мономға бөлінетінін дәлелдейік. Айталық, $x^\alpha y^p \in I$ болсын. Егер $p \geq m$ болса, J -дың анықтамасы бойынша $x^\alpha y^p$ қандай да бір $x^{\alpha(i)} y^m$ мономына бөлінеді. Бір жағынан, егер $p \leq m - 1$ болса, онда J_p идеалының анықтамасы бойынша $x^\alpha y^p$ қандай да бір $x^{\alpha_p(i)} y^p$ мономына бөлінеді.

Лемма 1 бойынша, тізімдегі мономдар I -де жататын мономдардан тұратын идеал жасайды. Онда «екі мономиалды идеалдар сәйкес келеді сонда тек сонда ғана егер оларда жататын мономдар жиыны сәйкес келсе» деген салдар бойынша бұл идеалдар сәйкес келеді. Демек, тұжырымымыз дәлелденді.

Теореманың дәлелдемесін аяқтау үшін, бізге құраушылардың шекті жиынын I идеалын құрайтын берілген жиыннан алуға болатынын дәлелдеу керек. Айнымалыларды $x_1, \dots, x_n$ деп белгілейік. Онда $I = \langle x^\alpha : \alpha \in A \rangle \subset k[x_1, x_2, \dots, x_n]$ болады. Бізге $I = \langle x^\alpha : \alpha \in A \rangle$ мономымен ақырлы жасалған екенін дәлелдеу керек. Жоғарыда $I = \langle x^{\beta(1)}, \dots, x^{\beta(s)} \rangle, x^{\beta(s)} \in I$ екенін дәлелдедік. Бізде $x^{\beta(s)} \in I = \langle x^\alpha : \alpha \in A \rangle$ болғандықтан, лемма 1 бойынша, әрбір $x^{\beta(i)}$ мономы қандай да бір $x^{\alpha(i)}, \alpha(i) \in A$ мономына бөлінеді. Демек, $I = \langle x^{\alpha(1)}, \dots, x^{\alpha(s)} \rangle$ болады.

Теорема дәлелденді.

Салдар 2.

$> -Z_{\geq 0}^n$ - дегі қандай да бір қатынас болсын және ол келесі шарттарды қанағаттандырсын:

(I) $> -Z_{\geq 0}^n$ - дегі сызықты реттеу;

(II) егер $\alpha > \beta$ және $\gamma \in Z_{\geq 0}^n$ болса, онда $\alpha + \gamma > \beta + \gamma$.

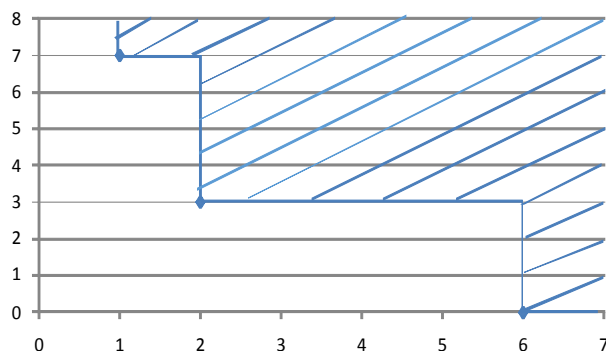
Онда барлық $\alpha \in Z_{\geq 0}^n$ үшін $\alpha \geq 0$ болғанда, сонда тек сонда ғана $>$ қатынасы толық(вполне) реттеу болады.

Мысалы, $I = \langle x^6, x^2y^3, xy^7 \rangle \subset k[x, y]$ болсын.

а) (m, n) жазықтығында $x^m y^n$ мономдары I элементтерінің ішінде кездесетіндей етіп (m, n) нүктелерін бейнелеңіз.

$$I = \langle x^6, x^2y^3, xy^7 \rangle \subset k[x, y], J \in \langle x \rangle \subset k[x] \quad (\text{сурет 1})$$

$xy^7 \in I$ болғандықтан $m = 7$. Енді J_l «қималарын» жазайық, $0 \leq l \leq 6$.



Сурет 1

$$J_0 = \langle x^6 \rangle, J_1 = \langle x^6 \rangle, J_2 = \langle x^6 \rangle, J_3 = \langle x^2 \rangle, J_4 = \langle x^2 \rangle, J_5 = \langle x^2 \rangle, J_6 = \langle x^2 \rangle.$$

$$I = \langle x^6, x^6y, x^6y^2, x^2y^3, x^2y^4, x^2y^5, x^2y^6, xy^7 \rangle.$$

б) $f \in k[x, y]$ полиномын бөлу алгоритмі бойынша I идеалының құраушыларына бөлгенде, қалдықта қандай мономдар қалуы мүмкін?

$$\begin{array}{r} x^7y^6 + \overline{x^3y^2} \cdot x^6 \\ x^7y^6 \quad \quad xy^6 \\ \hline x^3y^2 \end{array}$$

Қорытынды.

Кез келген идеалдың жасаушыларын анықтаудың Гребнер әдісі [3] бар. Осы әдісте мономиалды идеалдар негізгі роль атқарады.

Пайдаланған әдебиеттер тізімі

1. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры: Пер. с англ. — М.: Мир, 2000, 687 с.
2. Винберг Э. Б. Курс алгебры: 2-е изд., испр. и доп. - М.: Факториал Пресс, 2001, 192 с.
3. Buchberger B. Groebner bases: an algorithmic method in polynomial ideal theory, in: Multidimensional Systems Theory, ed. by Bose N. K., D. Reidel Publishing Company. — Dordrecht, 1985.

УДК 517.92

ПРИЗНАК НЕОСЦИЛЛЯТОРНОСТИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПЯРЯДКА

Ахади Абдултамим

a.tamim_ahadi@yahoo.com

Евразийский национальный университет им Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель - Мырзатаева К.Р.