
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы
IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»
The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»
2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

8. Бабенко В.Ф., Коваленко О.В. О зависимости между нормой функции и нормами ее производных порядка k, $r-2$ и r, $0<k<r-2$ // Укр. мат. журн. – 2012. – 64, №5. – С. 597–603.
9. Landau E. Einige Ungleichungen fur zweimal differenzierbare Funktion // Proc. London Math. Soc. – 1913. – 13. – P. 43–49.
10. Маторин А.П. О неравенствах между максимумами абсолютных значений функций и ее производных на полуоси // Укр. мат. журн. – 1955. – 7. – С. 262–266.
11. Schoenberg I. J., Cavaretta A. Solution of Landau's problem, concerning higher derivatives on half line // Proc. of Conference on Approximation theory. – Varna, 1970. – P. 297–308.
12. Babenko V.F., Britvin Y.E. On Kolmogorov's problem about existence of a function with given norms of its derivatives // East J. Approx. – 2002. – 8, №1. – P. 95–100.
13. Оловянишников В.М. К вопросу о неравенствах между верхними гранями последовательных производных на полупрямой // Успехи Мат. Наук. – 1951. – 6(2)(42). – С. 167–170
14. Субботин Ю.Н., Черных Н.И. Неравенства для производных монотонных функций // Приближение функций. Теорет. и прикл. аспекты: Сб. ст., посвящ. памяти проф. А.В. Ефимова.– Москва: МИЭТ, 2003. – С. 199-211.
15. Babenko V., Babenko Yu. The Kolmogorov Inequalities for Multiply Monotone Functions Defined on a Half-line // East J. Approx. – 2005. – 11, №2. – P. 169–186.
16. Ятцелев М.Л. Неравенство между четырьмя верхними гранями последовательных производных на полупрямой // Вісник Дніпропетровського університету. Математика. – 1998. – 4. – С. 106–111.
17. Babenko V., Babenko Yu. On the Kolmogorov's problem for the upper bounds of four consecutive derivatives of a multiply monotone function // Constr. Approx. – 2007. – 26, №1. – P. 83–92.
18. Коваленко О. В. Задача Колмогорова на классе кратно монотонных функций // Сборник трудов Института математики НАН Украины. – 2013. – 10, №1. – С. 140-147.

УДК 517.51

ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ С ВЕСОМ СУММ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША С КВАЗИМОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Қуан Айболат
yue.liang@mail.ru
Евразийский Национальный университет им. Л.Н.Гумилева,
механико-математический факультет, магистрант
Астана, Казахстан
Научный руководитель – Ж.Б. Муканов

В данной работе приводятся необходимые и достаточные условия интегрируемости сумм рядов по системе Уолша с квазимонотонными коэффициентами. Введем необходимые определения и понятия, связанные с системой Уолша [1].

Сперва определим функции Радемахера $r_k(x)$. Введем функцию $r_0(x)$ на интервале $[0;1)$, положив

$$r_0(x)=\begin{cases}1,\ x\in\left[0,\frac{1}{2}\right)\\ -1,\ x\in\left[\frac{1}{2},1\right)\end{cases}.$$

Продолжим эту функцию периодически с периодом 1 на всю числовую ось. После этого определим функции $r_k(x)=r_0(2^k x)$, $k=0,1,2...$, представляющие собой сжатия функции $r_0(x)$ в 2^k раз.

Функции $r_k(x)$ называются функциями Радемахера. Они имеют период 2^{-k}, постоянны на двоичных полуинтервалах $\Delta_m^{(k)} \equiv \left[\frac{m}{2^k}, \frac{(m+1)}{2^k}\right)$, где $m=0,\pm1,...$ и принимают на них попеременно значения +1 и -1. При этом $\Delta_0^{(0)} \equiv [0,1)$. В точках разрыва $\frac{m}{2^{k+1}}$ функция $r_k(x)$ непрерывна справа. Отметим, что при $k=0,1,...$ и $\mathrm{m}=0,\pm1,...$ справедливо равенство

$$\int_{m/2^k}^{(m+1)/2^k} r_k(x)dx = 0 .$$

Систему функций Уолша в нумерации Пэли обозначают $\{w_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$. Положим $w_0(x)=1$. Чтобы определить $w_n(x)=1$ при $n \geq 1$, представим натуральное число n в двоичной записи, т.е. в виде

$$n = \sum_{i=0}^{k} \varepsilon_i \cdot 2^i, \tag{1}$$

где $\varepsilon_k = 1$, $\varepsilon_i = 0$ или 1 при $i = 0,1,...,k-1$. Очевидно $2^k \leq n < 2^{k+1}$, где $n = \sum_{i=0}^{k} \varepsilon_i \cdot 2^i$.

Положим

$$w_n(x) = \prod_{i=0}^{k} (r_i(x))^{\varepsilon_i} = r_k(x) \prod_{i=0}^{k-1} (r_i(x))^{\varepsilon_i} . \tag{2}$$

Функции системы Уолша принимают лишь два значения: 1 и -1. В точках разрыва они непрерывны справа.

Отметим, что при $2^k \leq n < 2^{k+1}$ из (1) следует равенство $n - 2^k = \sum_{i=0}^{k-1} \varepsilon_i 2^i$. Поэтому на основании (2)

$$w_n(x) = r_k(x) w_{n-2^k}(x).$$

В частности, $r_k(x) = w_{2^k}(x)$ для $k = 0,1,...$.

Система функций Уолша ортогональна и нормирована на $[0;1)$, т.е.

$$\int_0^1 w_m(x) w_n(x) dx = \begin{cases} 1 & \text{при } \mathrm{m} = \mathrm{n} \\ 0 & \text{при } \mathrm{m} \neq \mathrm{n} \end{cases},$$

где $m, n = 0,1,...$.

Далее введем определение квазимонотонной последовательности.

Определение. Последовательность $\{b_n\}$ неотрицательных чисел называется квазимонотонной, если неравенство

$$b_{n+1} \leq b_n \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)$$

выполнено для некоторой константы $\alpha > 0$ и для всех $n > n_0(\alpha)$.

Эквивалентным определением этого понятия является условие монотонного убывания к нулю последовательности $\frac{b_n}{n^\beta}$ для некоторого $\beta > 0$.

Класс квазимонотонных последовательностей будем обозначать QM. Легко проверить, что класс QM содержит в себе класс монотонных последовательностей как собственное подмножество.

В работе [2] S.M. Shah найдены условия интегрируемости со степенным весом сумм рядов $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin nx$ и $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos nx$ с квазимонотонными коэффициентами, а именно доказаны следующие утверждения.

Теорема А. Пусть $a_n \in QM$. Если $0 < \gamma \le 1$, то из сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\gamma-1} a_n$ вытекает $x^{-\gamma} g(x) \in L(0,\pi)$.

Теорема Б. Пусть $b_n \in QM$. Если $0 < \gamma < 1$, то из сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\gamma-1} b_n$ вытекает $x^{-\gamma} f(x) \in L(0,\pi)$.

В следующей теореме мы переносим эти результаты на случай рядов по системе Уолша.

Теорема 1. Пусть $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n w_n(x)$, $c_n \in QM$. Если $0 < \gamma < 1$, то из сходимости $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\gamma-1} b_n$ вытекает $x^{-\gamma} g(x) \in L(0,\pi)$.

Список использованных источников

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. – М.: Наука, 1987. – 344 с.
2. Shah S.M. Trigonometric series with quasi-monotone coefficients // Proc. Amer. Math. Soc. – 1962. – Vol. 13, No. 2. – P. 266–273.

УДК 511

ПРИМЕНЕНИЕ КРУГОВЫХ МНОГОЧЛЕНОВ К ТЕОРИИ ДЕЛИМОСТИ

Куслий Раиса Александровна
rainyshka@mail.ru
Инновационный Евразийский Университет, студент гр. МТп-402,
г. Павлодар, Казахстан
Научный руководитель – Д.И. Исмоилов

В данном сообщении рассматривается применение одной общей теоремы предложенной И.Д. Исмоиловым о теории делимости специальных множеств.

Сначала рассмотрим некоторые примеры:

$3^n + 2n - 1$ всегда кратно 2^2 при любом *n*. Это более - менее легко доказывается методом математической индукции.

$101^n + 990 \cdot n - 1$ всегда кратно 100^2 при любом *n*. Здесь уже происходит усложнение задачи. По мере возрастания величин все труднее становится расчет таких примеров.

Сформулируем и докажем общую теорему, предложенную И.Д. Исмоиловым, из которой следуют многочисленные примеры о делимости на полный квадрат.

Справедливо равенство:

$$g^n - 1 = (g-1)P_n(g);$$

где $P_n(g) = 1 + g + g^2 + \ldots + g^{n-1}$ – круговой многочлен.

Применим формулу для суммы членов геометрической прогрессии:

$$P_n(g) = \frac{g^n - 1}{g - 1},$$

где g – знаменатель прогрессии.

Далее несколько поточнее изучим $g^n - 1$ при $g \ge 2$

$$g^n - 1 = (g-1) \cdot P_n(g) = (g-1) \cdot \sum_{k=0}^{n-1} g^k$$

Отсюда получим:

$$g^n - 1 = (g-1)^2 \sum_{k=1}^{n-1} \cdot \sum_{m=0.}^{k} q^m + (g-1) \cdot n$$