ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

Выпишем пары элементов группы S_3, элементы которых пары коммутирует между собой:

$< e, e >; < e, a >; < e, a^2 >; < e, b >; < e, ab >; < e, a^2b >;$

$< a, a >; \quad < a, e >; < a^2, e >; < b, e >; < ab, e >; < a^2b, e >;$

$< a^2, a^2 >; < a, a^2 >; < a^2, a >; < b, b >; ab, ab >; < a^2b, a^2b >.$

Таких пар элементов 18.

Построим граф отношения коммутативности элементов группы S_3.

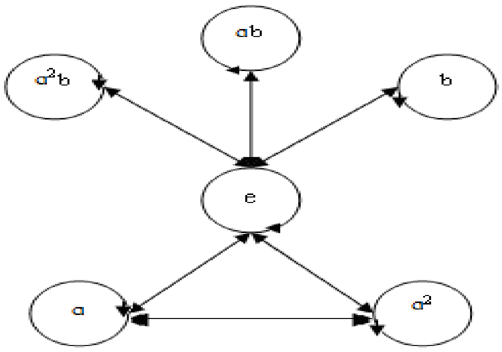

Рисунок 1 – Граф отношения коммутативности элементов группы S_3

Анализируя граф на рисунке 1, можно утверждать, что все подгруппы S_3 состоят из элементов, которые коммутируют между собой. Такие подгруппы абелевы. Сама группа S_3 не абелева, так как $ab \neq ba = a^2b$. На графе вершины a и b не связаны ребрами между собой непосредственно и граф вершин a, b, e не является полным. В то время как графы вершин $\{e,\ a,a^2\}$; $\{e,b\}$; $\{e,ab\}$; $\{e,a^2b\}$ полные. Они представляют собой абелевы подгруппы группы S_3.

По существу на парах элементов группы S_3 разрешимо уравнение $xy = yxe$. Но для элементов b, ab, a^2b группы S_3 уравнения: $xy = yxb; xy = yxab; xy = yxa^2b,$ не разрешимы.

Анализ этой ситуации – другое направление в исследовании.

На элементах группы S_3 нетрудно интерпретировать доказанные предложения.

Список использованных источников

1. Караганов М.Н., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1982. – 288 с.

УДК 517.51

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

Муканов Асхат Бирлесович
mukanov.askhat@gmail.com
докторант 2 курса механико-математического факультета
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Е.Д. Нурсултанов

В работе исследуются свойства преобразования Фурье монотонных функций двух переменных. В статье [1] Боас формулирует следующую гипотезу о преобразованиях Фурье.

Гипотеза. *Пусть* $1 < p < \infty$, φ *– неотрицательная и невозрастающая на* $(0,\infty)$ *функция, стремящаяся к нулю на бесконечности. Пусть также* Ф --- *косинус или синус* *преобразование функции* φ. *Тогда* $x^{-\gamma}\Phi(x)\in L_p(0,\infty)$ *тогда и только тогда, когда* $x^{1+\gamma-\frac{2}{p}}\varphi(x)\in L_p(0,\infty)$, *где* $-\dfrac{1}{p'}<\gamma<\dfrac{1}{p}$.

Всюду в работе через p' обозначается сопряженный параметр к p, т.е. $\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p'}=1$.

В статье [2] Е. Лифлянд и С. Тихонов доказали гипотезу Боаса для более широкого класса обобщенно монотонных функций, причем в случае синус-преобразования Фурье множество принимаемых значений γ было увеличено.

В статье [3] Загер решает эту проблему в терминах весовых пространств Лебега и также в терминах пространств Лоренца. Приведем определения указанных пространств.

Пусть $0<p\le\infty$ и $0<q\le\infty$, μ – мера Лебега на R.

Определение 1. *Весовым пространством Лебега* $L_{t(p,q)}(\mathrm{R})$ *называется множество* μ*-измеримых функций, для которых конечен следующий функционал*

$$\|f\|_{L_{t(p,q)}}:=\begin{cases}\left(\int_{-\infty}^{\infty}\left(|t|^{\frac{1}{p}}\ f(t)\right)^{q}\dfrac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}} & \text{ïðè }\ 0<p<\infty\ \text{è}\ 0<q<\infty,\\ \sup\limits_{t\in\mathrm{R}}|t|^{\frac{1}{p}}\ f(t) & \text{ïðè }\ 0<p\le\infty\ \text{è}\ q=\infty,\end{cases}$$

Определение 2. *Пространством Лоренца* $L_{p,q}(\mathrm{R})$ *называется множество* μ*-измеримых функций, для которых конечен следующий функционал*

$$\|f\|_{L_{p,q}}:=\begin{cases}\left(\int_{0}^{\infty}\left(t^{\frac{1}{p}}f^{*}(t)\right)^{q}\dfrac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}} & \text{ïðè }\ 0<p<\infty\ \text{è}\ \ 0<q<\infty,\\ \sup\limits_{t>0}t^{\frac{1}{p}}f^{*}(t) & \text{ïðè }\ 0<p\le\infty\ \text{è}\ q=\infty,\end{cases}$$

где $f^{*}(t)$ – *невозрастающая перестановка функции* f.

Теорема B. *Пусть* $1<p<\infty$, $0<q$□∞, $f(x)$ – *неотрицательная, невозрастающая на* $(0,+\infty)$, *четная функция, стремящаяся к нулю на бесконечности. Тогда*

$$\|f\|_{L_{p,q}}:\cong\left\|\hat{f}\right\|_{L_{p',q}},$$

$$\|f\|_{L_{t(p,q)}}\cong\left\|\hat{f}\right\|_{L_{t(p',q)}}.$$

Здесь и всюду выражение $T\cong S$ означает, что существует такая константа $C>0$, что верны неравенства $\dfrac{1}{C}T\le S\le CT$.

Случай пространств Лоренца теоремы B был обобщен А. Копежановой, Е. Нурсултановым и Л.-Е. Перссоном в работе [4] для обобщенно монотонных функций и пространств Лоренца с более общими весами.

В данной работе рассматриваются функции двух переменных из анизотропных пространств Лоренца и анизотропных весовых пространствах Лебега.

Пусть функция $f(x_1,x_2)$ задана на R^2. Под невозрастающей перестановкой по первой переменной функции f будем понимать функцию $f^{*1}(t_1,x_2)$, невозрастающую по t_1 и такую, что функции $f^{*_1}(t_1, x_2)$ и $f(x_1, x_2)$ равноизмеримы как функции одной переменной для почти всех x_2. Через $f^{*_1 *_2}(t_1, t_2)$ будем обозначать невозрастающую перестановку по x_2 функции $f^{*_1}(t_1, x_2)$.

Пусть $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$, $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$ – двумерные векторы такие, что если $0 < q_i < \infty$, тогда $0 < p_i < \infty$, и, если $q_i = \infty$, тогда $0 < p_i \square \infty$. Определим функционал

$$\Phi_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(\varphi) = \left(\int_0^\infty \left(\int_0^\infty \left| t_1^{\frac{1}{p_1}} t_2^{\frac{1}{p_2}} \varphi(t_1, t_2) \right|^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}.$$

Здесь, в случае когда $q = \infty$ выражение $\left(\int_0^\infty (F(t))^q \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{q}}$ понимается как $\sup_{t>0} F(t)$.

Определение 3. *Анизотропным пространством Лоренца* $L_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(\mathrm{R}^2)$ *[5] называется множество функций* f*, для которых выполняется следующее условие*

$$\|f\|_{L_{\mathbf{p},\mathbf{q}}} := \Phi_{\mathbf{p},\mathbf{q}}(f^{*_1 *_2}) < \infty.$$

Определение 4. *Анизотропным весовым пространством Лебега* $L_{\mathbf{t}(\mathbf{p},\mathbf{q})}(\mathrm{P}^2)$ *называется множество измеримых функций* f*, для которых конечна величина*

$$\|f\|_{L_{\mathbf{t}(\mathbf{p},\mathbf{q})}} := \left(\int_{-\infty}^\infty \left(\int_{-\infty}^\infty \left| t_1^{\frac{1}{p_1}} t_2^{\frac{1}{p_2}} f(t_1, t_2) \right|^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}.$$

Снова, в случае когда $q = \infty$ выражение $\left(\int_{-\infty}^\infty (F(t))^q \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{q}}$ понимается как $\sup_{t \in \mathrm{R}} F(t)$.

Через E^2 обозначим класс неотрицательных, невозрастающих на $[0, +\infty)$, четных по каждой переменной функций двух переменных, для которых выполнены соотношения $\lim_{x_1 \to \infty} f(x_1, x_2) = 0$ для любых $x_2 \in \mathrm{R}$ и $\lim_{x_2 \to \infty} f(x_1, x_2) = 0$ для любых $x_1 \in \mathrm{R}$.

Основными результатами являются следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть* $1 < \mathbf{p} < \infty$, $0 < \mathbf{q} \le \infty$ *и* $f \in E^2$*. Тогда*

$$\|f\|_{L_{\mathbf{p},\mathbf{q}}} \cong \|f\|_{L_{\mathbf{p}',\mathbf{q}}}.$$

Теорема 2. *Пусть* $1 < \mathbf{p} < \infty$, $0 < \mathbf{q} \le \infty$ *и* $f \in E^2$*. Тогда*

$$\|f\|_{L_{\mathbf{t}(\mathbf{p},\mathbf{q})}} \cong \|f\|_{L_{\mathbf{t}(\mathbf{p}',\mathbf{q})}}.$$

Список использованных источников

1. R.P. Boas, Jr. The integrability class of the sine transform of a monotonic function // Stud. Math. – 1972. – 44. – P. 365–369.
2. Liflyand E. and Tikhonov S. Extended solution of Boas' conjecture on Fourier transforms // C.R. Math. Acad. Sci. – Paris, 2008. – 346. – P. 1137–1142.

3. Sagher Y. Integrability conditions for the Fourier transform // J. Math. Anal. Appl. – 1976. – 54. – С. 151–156.
4. Копежанова А., Нурсултанов Е., Перссон Л.-Е. О неравенствах для преобразований Фурье функций из пространств Лоренца // Мат. заметки. – 2011. – 90(5). – С.785–788.
5. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье из L_p-пространств // Изв. РАН. Серия Математическая. – 2000. – Т. 64. – С. 95–122.

УДК 517.51

НЕРАВЕНСТВО ТИПА БОЧКАРЕВА

Мусабаева Гулия Кабидулаевна
musabaevaguliya@mail.ru
Докторант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.Т. Тлеуханова

Одним из важных задач гармонического анализа является изучение взаимосвязи интегральных свойств функций и свойств суммируемости ее коэффициентов Фурье.

Хорошо известные классические неравенства Харди - Литтлвуда показывают зависимость интегральных свойств функций и свойств суммируемости ее коэффициентов Фурье для тригонометрических систем в пространстве Лебега. Пэли обобщил аналогичные результаты на случай равномерно ограниченной ортонормированной системе [1]. Эти результаты для пространств Лоренца были получены Стейном [2]. Дальнейшие развития этих результатов получили в работах, С.В.Бочкарева [3] и Е.Д. Нурсултанова [4], [5].

Определение. Пусть $1 \le p < \infty, 0 < r \le \infty$. Пространство Лоренца $L_{p,r}[0,1]$ определяется как множество всех измеримых функций определенных на $[0,1]$, для которых конечны величины:

$$\|f\|_{p,r} = \left(\int_0^1 \left(t^{\frac{1}{p}} f^*(t)\right)^r \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{r}} \quad \text{при } 0 < r < \infty,$$

$$\|f\|_{L_{p,\infty}} = \sup_t t^{\frac{1}{p}} f^*(t) \qquad \text{при } r = \infty.$$

Здесь $f^*(t) = \inf\{\sigma : \mu\{x : |f(x)| > \sigma\} \le t\}$ невозрастающая перестановка функции $f(x)$.

В 1998 году С.В. Бочкаревым [6] было показано, что для пространства Лоренца $L_{2,r}$ форма неравенство отличается от классических неравенств типа Харди – Литтлвуда. То есть теорема Хаусдорфа – Юнга- Рисса не распространяется на пространства $L_{2,r}$ если $r \neq 2$.

Им было доказано следующее утверждение

Теорема. *Пусть* $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$ *- ортонормированная на* $[0,1]$ *система комплекснозначных функций,*

$$\sup_{x\in[0,1]} |\varphi_k(x)| \le \mathrm{M}, \qquad k = 1,2,...,$$

и пусть функция $f \in L_{2,r}$, $2 < r \le \infty$, *тогда справедливо следующее неравенство*

$$\sup_{n\in\mathrm{N}} \frac{1}{|n|^{\frac{1}{2}} (\log(n+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r}}} \sum_{k=1}^{n} f^*(\mathrm{k}) \le \mathrm{C}\|f\|_{L_{2,r}}. \tag{1}$$

где $f^*(\mathrm{k})$ *- коэффициенты Фурье по системе* $\{\varphi_k\}_{k=1}^{\infty}$.

В данном тезисе мы проводим новое доказательство теоремы Бочкарева, а также получаем неравенство типа Харди и Литтлвуда в случае $1 < r \le 2$.

А в работе [7] было получено усиление теоремы Бочкарева для тригонометрических