ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Евразийский национальный университет им.Л.Н.Гумилева

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір

11 апреля 2014 года

April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

систем.

Лемма. *Пусть* $1<q<2$, $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ *- ортонормированная система,* $\|\varphi_n\|\le \mathrm{M}$, $\forall n=1,2,3,...$ $f\sim\sum_{m\in Z} f(m)\varphi_m x$, *тогда для любого конечного подмножества* A *из* Z *имеет место неравенство*

$$\frac{1}{|A|^{1/q}}\left|\sum_{m\in A} f(m)\right|\le\left(1+\frac{M}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{q}{q-1}\right)^{\frac{1}{q}-\frac{1}{2}}\|f\|_{L_{q,2}}.$$

Теорема 1. *Пусть* $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ *- ортонормированная система,* $\|\varphi_n\|\le M$, $\forall n=1,2,3,...$ *Тогда для любого* $f\in L_{2,r}[0,1]$, $2<r\le\infty$ *выполнено неравенство*

$$\sup_{N\ \ge 8}\frac{1}{N^{1/2}(\log_2(N+1))^{1/2-1/r}}\sum_{m=1}^{N} f^*(m)\le(4+2\sqrt{2}M)\|f\|_{L_{2r}}\ .$$

Теорема 2. *Пусть* $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$*- ортонормированная система,* $\|\varphi_n\|\le M$, $\forall n=1,2,3,...$ *Тогда для любой функции из* $L_{2,r}[0,1]$, *при* $1<r\le 2$ *имеет место следующее неравенство*

$$\|f\|_{L_{2r}}\le C\sum_{m=1}^{N} f^*(m)N^{-\frac{1}{2}}(\log_2(N+1))^{\frac{1}{2}-\frac{1}{r}}\ .$$

Список использованных источников

1. Берг Й., Лефстрем Й. Интерполяционные пространства. – Москва, 1980.
2. Elias Stein, Interpolation of linear operators // Trans. Amer. Math. Soc. – 1956. – V.83. – P. 482-492.
3. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье // Изв. РАН. Сер.матем. – Т.64, № 1. – 2000. – С.117-121.
4. Жантакбаева А.М., Нурсултанов Е.Д. О суммируемости коэффициентов Фурье функций из пространства Лоренца // Математический журнал. – Т.13, № 1(47). – 2013. – С. 73-89.
5. Нурсултанов Е.Д. Сетевые пространства и неравенства типа Харди–Литтлвуда // Матем. сборник. – 1998. – Т. 189, №3. – С. 83–102.
6. Бочкарев С.В. Теорема Хаусдорфа - Юнга - Рисса в пространствах Лоренца и мультипликативные неравенства // Труды МИРАН. – 1997. – Т. 219. – С.103-114.
7. Тлеуханова Н.Т., Мусабаева Г.К. О коэффициентах рядов Фурье по тригонометрическим системам в пространстве L2,r // Мат. заметки. – 2013. – Т.94, №6. – С. 884-888.

УДК 517.51

О ДИСКРЕТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯХ ГИЛЬБЕРТА

Мухамбетов Марсель Куттыбаевич

mukh_marsel@mail.ru

Магистрант специальности «6М060100 – Математика» механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.А. Бокаев

Рассмотрим физически реализуемую последовательность $x(n)$, т.е. $x(n)=0$ при $n<0.$ Пусть $X_Д(e^{j\omega}),\ X_M(e^{j\omega})$ – действительная и мнимая части преобразования Фурье последовательности $x(n)$, т.е.

$$X(e^{j\omega}) = X_Д(e^{j\omega}) + jX_M(e^{j\omega}).$$

Введем $x_ч(n)$, четную часть $x(n)$, как

$$x_ч(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)].$$

Тогда $x(n)$ можно записать в виде

$$x(n) = 2x_ч(n)s(n), \tag{1}$$

где

$$s(n) = \begin{cases} 1, & n > 0, \\ \frac{1}{2}, & n = 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Используя формулу (1), найдем значения z-преобразования $x(n)$ в точках z, лежащих вне единичной окружности $(z = re^{j\omega},\ r > 1)$. Оно равно

$$X(re^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)r^{-n}e^{-jn\omega} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2x_ч(n)s(n)r^{-n}e^{-jn\omega}. \tag{2}$$

Правая часть равенства (2) представляет собой преобразование Фурье последовательности

$$y(n) = [2x_ч(n)][s(n)r^{-n}].$$

Поскольку последовательность $y(n)$ равна произведению двух последовательностей, ее преобразование Фурье можно найти с помощью теоремы о комплексной свертке в виде свертки преобразований Фурье отдельных сомножителей, т.е.

$$X(re^{j\omega}) = X(z)|_{z=re^{j\omega}} = \frac{1}{2\pi j}\oint_C X_Д(v)\left(\frac{e^{j\omega} + r^{-1}v}{e^{j\omega} - r^{-1}v}\right)\frac{dv}{v}. \tag{3}$$

Равенство (3) связывает значения функции $X(re^{j\omega})$ в точках, лежащих вне единичной окружности, со значениями ее действительной части $X_Д(z)$ на единичной окружности.

Аналогично можно получить соотношение, связывающее $X(e^{j\omega})$ с $X_M(e^{j\omega})$. Представим $x(n)$ в виде

$$x(n) = 2x_H(n)s(n) + x(0)u_0(n),$$

где $x_H(n)$ – нечетная составляющая $x(n)$, определяемая как

$$x_H(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)].$$

В этом случае выражение для $X(re^{j\omega})$ имеет вид

$$X(re^{j\omega}) = X(z)|_{z=re^{j\omega}} = \frac{1}{2\pi}\oint_C X_M(v)\left(\frac{e^{j\omega} - r^{-1}v}{e^{j\omega} - r^{-1}v}\right)\frac{dv}{v} + x(0),$$

контуром интегрирования по-прежнему является единичная окружность.

Соотношение, связывающее $X_M(e^{j\omega})$ и $X_Д(e^{j\omega})$, определяется следующим образом (см. [1])

$$X_М(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} P \int_{-\pi}^{\pi} X_Д(e^{j\theta}) ctg\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right) d\theta$$

и

$$X_Д(e^{j\omega}) = x(0) - \frac{1}{2\pi} P \int_{-\pi}^{\pi} X_М(e^{j\theta}) ctg\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right) d\theta .$$

Эти соотношения называют парой дискретных преобразований Гильберта. Они позволяют определить мнимую часть частотной характеристики физически реализуемой системы по ее действительной части и, наоборот, действительную часть частотной характеристики по ее мнимой части.

Одной из наиболее важных областей применения преобразования Гильберта являются системы модуляции. В них (например, в системах однополосной модуляции) часто обрабатываются комплексные полосовые сигналы. Такие сигналы характерны тем, что на нижней половине единичной окружности их спектр равен нулю. Таким образом $v(n)$, если относится к рассматриваемому классу сигналов, его преобразование Фурье

$$V(e^{j\omega}) = 0, \quad \pi \le \omega < 2\pi . \tag{4}$$

Ясно, что сигнал является комплексным, поскольку преобразование Фурье действительного сигнала удовлетворяет соотношению

$$V^*(e^{-j\omega}) = V(e^{j\omega}) ,$$

если бы сигнал был действительным, то из данного равенства следовало бы, что $V(e^{j\omega}) = 0$. Комплексный сигнал можно представить в виде

$$v(n) = x(n) + j\hat{x}(n) ,$$

где $x(n),\ \hat{x}(n)$ – действительные последовательности. Равенство (4) выполняется, если

$$V(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) + jX(e^{j\omega}) = 0 \text{ при } \pi \le \omega < 2\pi$$

или

$$\hat{X}(e^{j\omega}) = jX(e^{j\omega}),\ \pi \le \omega < 2\pi .$$

Поскольку последовательности $\hat{x}(n),\ \ x(n)$ действительные, то ясно, что

$$\hat{X}(e^{j\omega}) = -jX(e^{j\omega}),\ 0 \le \omega < \pi .$$

Таким образом, сигнал $\hat{x}(n)$ можно получить, пропустив сигнал $x(n)$ через фильтр с частотной характеристикой

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} -j, & 0 \le \omega < \pi, \\ j, & \pi \le \omega < 2\pi. \end{cases} \tag{5}$$

При этом $V(e^{j\omega}) = 2X(e^{j\omega})$ на интервале $0 \le \omega < \pi$ и $V(e^{j\omega}) = 0$ на интервале $\pi \le \omega < 2\pi$, как и было принято. Импульсная характеристика фильтра с частотной характеристикой вида (5) получается из обратного преобразования Фурье частотной характеристики (5):

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^{\pi} -je^{j\omega n} d\omega + \int_{\pi}^{2\pi} je^{j\omega n} d\omega\right),$$

$$h(n) = \begin{cases} \dfrac{1-e^{j\pi n}}{\pi n}, & n \ne 0, \\ 0, & n = 0, \end{cases}$$

откуда

$$h(n)=\begin{cases}\dfrac{2\sin^2(\pi n/2)}{\pi n}, & n\neq 0\\ 0, & n=0\end{cases} \tag{6}$$

Равенства (5) и (6) описывают идеальный цифровой преобразователь Гильберта.

Поскольку последовательность $\hat{x}(n)$ можно получить, пропуская $x(n)$ через фильтр, то эти две последовательности связаны соотношением типа свертки:

$$\hat{x}(n)=\frac{2}{\pi}\sum_{\substack{m=-\infty\\ m\neq n}}^{\infty}x(n-m)\frac{\sin^2(\pi m/2)}{m}. \tag{7}$$

Аналогичным образом из $\hat{x}(n)$ с помощью фильтра, импульсная характеристика которого описывается выражением (6) с обратным знаком, можно получить $x(n)$. Следовательно,

$$x(n)=-\frac{2}{\pi}\sum_{\substack{m=-\infty\\ m\neq n}}^{\infty}\hat{x}(n-m)\frac{\sin^2(\pi m/2)}{m}. \tag{8}$$

Равенства (7) и (8) представляют собой пару преобразований Гильберта для действительных сигналов $x(n)$, $\hat{x}(n)$.

Список использованных источников

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. –Москва: Издательство «Мир», 1978. – 849 с.
2. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – Москва: Техносфера, 2006. – 857 с.

УДК 517.51

ОПЕРАТОР СВЕРТКИ В ПРОСТРАНСТВАХ СОБОЛЕВА И БЕСОВА

Мырзакул Акбота Ратбайкызы

akbota_myrzakul@mail.ru

магистрант 2 курса механико-математического факультета

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.Т. Тлеуханова

В работе рассматривается оператор свертки

$$(Af)(y)=(K*f)(y)=\int_{-\infty}^{\infty}K(x-y)f(x)dx. \tag{1}$$

Есть множество работ связанных с изучением ограниченности оператора свертки в различных пространствах. Одними из первых результатов в этой области являются неравенство Юнга

$$\|K*f\|_{L_p}\leq\|K\|_{L_r}\|f\|_{L_q}, \tag{2}$$

где $1+\frac{1}{p}=\frac{1}{q}+\frac{1}{r}$ и неравенство Юнга-О'Нейла [1]

$$\|K*f\|_{L_p}\leq\|K\|_{L_{r\infty}}\|f\|_{L_q}, \tag{3}$$

где

$$\|f\|_{L_p}=\left(\int_{\mathrm{R}}|f(x)|^p dx\right)^{\frac{1}{p}}$$