
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы
IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»
The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»
2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 10. Централизатор всей группы G называется ее центром и обозначается $Z(G)$ [3, с. 33].

ТЕОРЕМА. Если нетривиальная произвольная группа G обладает центром $Z(G)$, то его индекс $|G:Z(G)|$ в группе G превосходит число два.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим, что индекс центра $Z(G)$ группы G в группе G равен 2, т.е. $|G:Z(G)|=2$. Очевидно, G имеет представление $G=Z(G)\cup aZ(G)$ и будем полагать она нетривиальна, где элемент $a\in G\setminus Z(G)$. Так как факторгруппа $G\setminus Z(G)$ имеет порядок два, то она циклическая. Отсюда следует, что коммутант $G=гр(\{[a,b]\})$, порожденный всевозможными коммутаторами $[a,b]=a^{-1}b^{-1}ab$, где $a,b\in G$, содержится в центре, т.е. $G^{`}\le Z(G)$ [4].

Докажем, что $G=Z(G)$. Предположим , что существует элемент $x\in Z(G)\setminus G'$. Поскольку $(\forall g\in G)(aZ(G))^{g}=aZ(G)$, что следует из разложения $G=Z(G)\cup aZ(G)$,то $(\forall z\in Z(G))\ (a^{z}g^{z}=az_1)$. Отсюда $a^{g}=az_1z^{-1}=az_2$, где $z_2=z_1z^{-1}$. Отсюда следует, что элементы смежного класса $aZ(G)$ группы G по центру сопряжены между собой. Поскольку для элемента $a\in G\setminus Z(G)$ выполнено соотношение $a\notin G'$, то элемент a сопряжен с элементом ax, т.е. в G существует элемент $g\in G$ такой что $a^{g}x^{g}=a$. Отсюда $a^{-1}a^{g}=\left(x^{-1}\right)^{g}$ и $(x^{-1})^{g}\in G'$. Поскольку коммутант группы G является ее нормальным делителем, то $(x^{-1})^{gg^{-1}}\in G'$ и $x^{-1}\in G'$, $x\in G'$. Мы предполагали что $x\notin G'$. Противоречие. Таким образом, $Z(G)=G'$.

Отсюда следует, что коммутант G' собственная подгруппа индекса два: С другой стороны фактор группы $\overline{G}=G/Z(G)$ циклическая группа порядка два, порожденная элементом смежным классом $aZ(G)$. Возьмем $x_1y\in G$. Эти элементы лежат в некоторых смежных классах $(aZ(G))^{k}(aZ(G))^{e}$, значит $x=a^{k}z_1$, $y=a^{e}z_2$, где $z\ ,z\ \in Z(G)$. Рассмотрим произведение $xy=a^{k}z_1a^{e}z_2=a^{k}a^{e}z_1z_2=a^{k+e}z_1z_2=a^{e+k}z_2z_1=a^{e}a^{k}z_2z_1=a^{e}z_2a^{k}z_1=yx$.

Таким образом, $xy=yx$ и группа G абелева. Отсюда коммутант G' группы G равен $G'=\{e\}$. Так как $Z(G)=G'$, то $Z(G)=\{e\}$. Таким образом, группа G тривиальна. Противоречие.

Теорема доказана.

Примером групп с нетривиальным центром могут служить 2-группа порядка 8: $G_8=\{e_1a,a^2,a^3,b,aba^2b,a^3b\}$ с генетическим кодом $a^4=b^4=e;ba=a^3b$. У этой группы $G'=Z(G)$, но $|G:Z(G)|=4$. Он, естественно, больше двух.

Список использованных источников

1. Сарсембаева Г.А. О черниковских группах // Сборник докладов III Республиканской студенческой научно-практической конференции по математике, механике и информатике (7-8 апреля 2011 г.). – Астана, 2011. – С. 140-141.
2. Курош А.Г. Теория групп. – М.: Наука, 1967. – 648 с.
3. Горчаков Ю.М. Группы с конечными классами сопряженных элементов. – Москва: Наука, 1978. – 212 с.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.М. Основы теории групп. – М.: Наука, 1982. – 248 с.

УДК 512.5

РАСЧЕТ РИСКОВ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ КАЗАХСТАНА В СТРАХОВАНИИ АВТОМОБИЛЕЙ

Сейіткерім Әділқайыр Саябекұлы
Студент группы М-42 механико-математического факультета,
Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – С.К. Рахимжанова

В условиях перехода к рыночной экономике страхование объектов негосударственного сектора порождает спрос на различные виды страхования, так как частная собственность, в отличие от государственной, нуждается во всеобъемлющей страховой защите. Это обусловливает быстрое развитие данной отрасли страховой деятельности. Вместе с тем, некоторые страховые компании терпят большие убытки, а то и просто объявляются банкротами.

В данном исследовании рассмотрена методика расчета рисков при добровольном страховании автотранспортного средства от ущерба и угона на основе деятельности некоторой гипотетической казахстанской страховой компании [1]. Статистические данные расчетов приближены к реальным показателям ведущих казахстанских страховых компаний за период с 2009 по 2012 годы. В силу недостаточности имеющихся статистических данных, в исследовании активно используется метод разыгрывания случайной величины – метод Монте-Карло. Большая часть расчетов выполнена в среде Microsoft Excel [2].

Совокупность негативных факторов внешней и внутренней среды образует систему рисков для транспортных средств, которые представляют собой открытые системы. Влияние негативных факторов на транспортные средства можно классифицировать как случайные процессы, что влечет за собой широкое применение методов теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов для решения задач в сфере страхования. Возникает задача построения различных моделей деятельности страховых компаний.

Основа страхования – это корректные актуарные расчеты страховых премий, ведь именно страховые взносы формируют базу для страховых выплат. Это свидетельствует об *актуальности* темы данной работы, а также определяет ее *практическую значимость*.

Рассмотрим модель индивидуального риска [3].

Пусть $S=X_1 + X_2 +\ldots+ X_N$ – общая сумма выплат по всем договорам,

$R = P\,(X_1 + X_2 +\ldots+ X_N > u)$ – вероятность разорения компании,

X_i – размер индивидуальных убытков по i – му договору,

N – общее число застрахованных,

u – первоначальный капитал компании.

Число N – величина неслучайная, а $X_1, X_2, \ldots X_N$ – независимые случайные величины.

Иски страховых организаций представляются как сумма исков множества отдельных страхователей. Возникает задача определения распределения суммы исков. Существует два метода определения этой суммы. Первый метод называется «Методом сверток»: плотности распределений суммы случайных величин имеют вид:

$$f_S(s) = \sum_{y \le s} f_X(s-y) f_Y(y) \quad \text{- для дискретных случайных величин.} \tag{1}$$

$$f_S(s) = \int_0^s F_X(s-y) f_Y(y) dy \quad \text{- для непрерывных случайных величин.} \tag{2}$$

Второй метод вычисления распределения суммы независимых случайных величин основан на единственности производящей функции моментов:

$$M_X(t) = E(e^{tX}), \tag{3}$$

$$S = X_1 + X_2 + \ldots + X_n, \tag{4}$$

$$M_S(t) = E(e^{ts}) = E(e^{t(X_1+\ldots+X_n)}) = E(e^{tX_1})*\ldots*E(e^{tX_n}) = M_{X_1}(t)*\ldots*M_{X_n}(t) \tag{5}$$

Единственность распределения (5) позволяет вычислить распределение S.

Модель коллективного риска. [3].

Модель коллективного риска (динамическая модель) является одной из классических моделей теории риска, в которой моменты времени заключения страховых договоров можно рассматривать как некоторый случайный процесс. Каждый договор заключается на определенное время, в течение которого могут наступать страховые случаи, по которым страховая компания должна делать выплаты по искам.

Поступление взносов в компанию носит неслучайный характер и подчинено линейному закону, случайным является процесс страховых выплат:

$R(t) = u + ct - S(t), t \geq 0,$

$S(t) = \sum_{j=1}^{N(t)} X_j,$

где

u– начальный капитал страховой компании;

$c > 0$– средняя величина поступающих премий;

$S(t)$ – величина суммарных страховых выплат до момента t;

$N(t)$ – процесс восстановления, описывающий динамику поступивших исков.

$\{X_j\}$ – последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин, определяющих размер выплат.

Под вероятностью разорения понимается вероятность того, что процесс риска опустится ниже некоторого уровня в течение промежутка времени $[0, t]$ (конечного или бесконечного):

$$\psi(t, u) = P\{\sup(S(t) - ct) > u\}.$$

Для вычисления вероятности разорения страховой компании требуется знание закона распределения размеров выплат клиентам. Однако, в силу того, что явное аналитическое выражение для вероятности разорения удается лишь для некоторых частных случаев, для большей части распределений разработаны различного рода оценки, которые использованы и в данной работе. [4].

В актуарных моделях часто применяют обобщенные линейные модели для построения тарифных сеток для страховой компании. Распределение ущерба имеет длинный правый хвост, из-за чего обычные методы не могут адекватно объяснить поведение распределения. Обобщенные линейные модели предполагают большой выбор распределений, в том числе Гамма-распределение. В свою очередь, именно Гамма-распределением можно описать распределение ущерба в портфеле договоров страхования.

Построение обобщенной линейной модели сводится в данном случае к моделированию среднего ущерба по договорам автострахования по группам факторов (страхового покрытия и возраста автомобиля; возраста и стажа водителя). На следующих фрагментах таблицы представлены правила отнесения в группы страховое покрытие и возраст транспортного средства (таблица 1 и таблица 2).

В итоге получилась удобная для использования модель, моделирующая страховые премии с учетом факторов страхового покрытия и возраста автомобиля. На основании полученной модели рассчитан смоделированный средний ущерб по группам, и выведена тарифная сетка по указанным факторам.

Таблица 1. Правило отнесения в группы - страховое покрытие ТС

Номер группы	Обозначение	Страховая сумма (тг.)	
		От	До
1	Cov01	100 000	200 000
2	Cov02	200 000	300 000
3	Cov03	300 000	400 000
4	Cov04	400 000	500 000
5	Cov05	500 000	600 000

Таблица 2. Правило отнесения в группы - возраст ТС

Обозначение	Номер группы	Возраст ТС (полных лет)
CarAge01	1	0
CarAge02	2	1
CarAge03	3	2
CarAge04	4	3
CarAge05	5	4

По ходу анализа приведен фрагмент таблицы с количеством страховых случаев (таблица 3), а также исходные средние выплаты по группам страхового покрытия и возраста автомобиля (таблица 4).

Таблица 3. Кол-во страховых случаев по группам страхового покрытия и возраста ТС

		Группы по возрасту ТС				
		1	2	3	4	5
Группы по страховому покрытию ТС	1	77	106	193	205	118
	2	260	284	382	301	211
	3	972	917	975	801	456
	4	2350	2541	2278	1653	538
	5	4413	4165	2373	1466	459

Таблица 4. Исходные средние выплаты по классам страхового покрытия и возраста ТС

	Группы по возрасту ТС					
	1	2	3		4	5
Группы по страховому покрытию ТС	1	17 749	16 628	18 236	20 363	17 240
	2	20 236	27 213	21 214	23 911	26 027
	3	32 461	28 971	32 707	26 050	29 254
	4	31 827	35 196	33 316	32 647	31 903
	5	34 878	34 792	33 178	36 020	31 119

Аналогично построена тарифная сетка для факторов возраста и стажа водителя. Главным отличием второй модели стала зависимая переменная: в этой модели в качестве результирующего фактора выступала частота наступления страхового случая, ведь именно этот показатель зависит от возраста и стажа водителя.

Полученные по двум моделям коэффициенты при умножении на страховое покрытие дают рисковую премию – базу для формирования страховой премии. Эта информация позволяет разбить распределение совокупного ущерба по портфелю на отдельные группы для анализа различий в страховых премиях для разных (например, возрастных) групп водителей.

Каждая возрастная группа рассмотрена отдельно: в каждой группе проведен анализ распределения смоделированной страховой премии и выявлены основные статистические показатели. Указаны минимальные, максимальные и средние премии. Подтверждена гипотеза о более высоких страховых премиях для более молодых водителей.

В итоге получилось распределение страховых премий с делением на возрастные группы в виде совокупной гистограммы (рисунок 1).

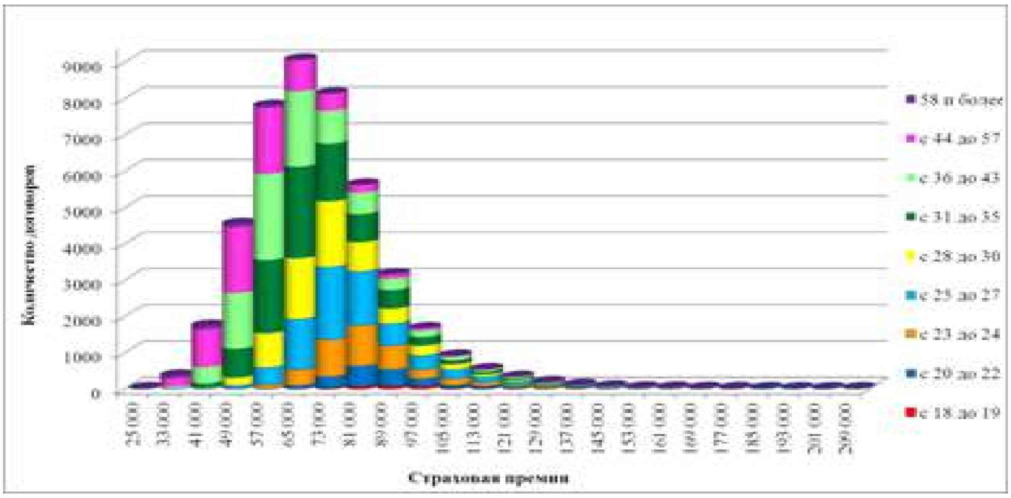

Рисунок 1 – Распределение смоделированных страховых премий по портфелю договоров с разделением на возрастные группы

На графике отчетливо видно, что в целом по исследуемой совокупности средняя страховая премия составляет примерно 65 тысяч тенге.

Установим страховую премию и страховую выплату для недавно открытой и неопытной компании на основе частичных данных о количестве договоров и количестве исков, следовательно, посчитаем вероятность не разорения исходя из общего капитала и резервов для этой компании. В рассматриваемом примере мы исходим из предположения о равномерном распределении ключевых переменных «количество страховых случаев», «количество поданных исков», «страховое покрытие автомобиля». Однако какое распределение при этом будет иметь величина результата - показатель «вероятность не разорения», заранее определить нельзя.

Основные результаты работы:

1. Разработан метод имитационного моделирования процессов функционирования страховых компании в случае произвольных процессов поступления премии и требовании по искам.
2. На основе метода Монте-Карло построена процедура оценки вероятности разорения страховой компании
3. На основании усредненных данных по группе страховых компании проведен эксперимент, моделирующий реальную практику страховой компании.

В результате проведенных исследований было выяснено, что освещение задач моделирования процесса риска страховой компании и вычисления его основных характеристик, таких как вероятность разорения, дефицит средств в момент разорения, для ряда обобщенных процессов риска информации недостаточно. Использование аналитических методов для определения вероятности разорения страховой компании ограничено небольшим количеством частных случаев, а получение результатов для многих обобщенных процессов риска сопряжено со значительными математическими трудностями.

Список использованных источников

1. Информационный портал [www.afn.kz].
2. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика. – Янус-К, 2001. – 658 с.
3. Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании. – М.: Российский юридический издательский дом, 1994. – 135 с.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов втузов. – М.: Высш. школа, 1979.